
République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Béchar TAHRI MOHAMMED
Faculté De Technologie
Département de Génie Civile & Hydraulique



Mécanique des fluides



**Polycopié de Mécanique des Fluides «Cours et applications» destiné aux
étudiants de 2ème année de Licence Hydraulique (Semestre 3)**

Préparé par:

Dr. BOUHELLALA Kharfia

Maitre de Conférences classe B

Département de Génie Civil et Hydraulique

Année Universitaire 2019-2020

Avant –propos

Ce document photocopié correspond au support de cours de Mécanique des Fluides enseigné en deuxième année LMD (3ème semestre) du domaine Sciences et Technique des universités et écoles d'ingénieurs Algériennes. Il constitue une initiation à la mécanique des fluides pour les étudiants d'Hydraulique.

Ce document est constitué de quatre chapitres qui s'enchainent comme suit :

Dans le premier chapitre, on étudie les propriétés des fluides, et la statique des fluides en deuxième chapitre la dynamique des fluides parfaits incompressibles en troisième chapitre, le dernier et quatrième chapitre est réservé à la dynamique des fluides réels incompressibles.

Ces quatre chapitres sont illustrés par des exercices résolus qui peuvent aider le lecteur à mieux comprendre le cours.

Pour la rédaction de ce photocopié, on a utilisé de nombreux ouvrages classiques et quelques documents de certains collègues. Il constitue ma première version qui sera certainement révisé. Les critiques, les remarques et les conseils des examinateurs seront accueillis avec beaucoup de respect et de remerciement.

Dr. BOUHELLALA Kharfia, 2020

Table des matières

Chapitre I	Propriétés des fluides	
1.	Introduction.....	1
2.	Définition physique d'un fluide.....	1
3.	Fluide parfait, fluide réel, compressible et incompressible.....	3
4.	Principales propriétés physiques des fluides.....	4
5.	Rhéologie d'un fluide, viscosité des fluides, tension de surface...	5
6.	Exercices d'application.....	8
Chapitre II	Statique des fluides	
1.	Introduction.....	10
2.	Définition de la pression, pression en un point.....	10
3.	Surface de niveau.....	13
4.	Loi fondamentale de statique des fluides.....	13
5.	Théorème de Pascal.....	14
6.	Calcul des forces de pression	15
7.	Exercices d'application.....	16
Chapitre III	Dynamique des fluides incompressibles parfaits	
1.	Introduction.....	25
2.	Ecoulement permanent.....	25
3.	Equation de continuité.....	25
4.	Débit masse et débit volume.....	26
5.	Théorème de Bernoulli.....	28
6.	Applications aux mesure des débits et des vitesses.....	29
7.	Théorème d'Euler.....	33
8.	Conclusion.....	34
9.	Exercices d'application.....	35
Chapitre IV	Dynamique des fluides réels incompressibles	
1.	Introduction.....	40
2.	Régimes d'écoulement, expérience de Reynolds.....	40
3.	Pertes de charge linéaires et pertes de charge singulières.....	42
4.	Généralisation de théorème de Bernoulli aux fluides réels.....	49
5.	Conclusion.....	49
6.	Exercices d'application.....	50

I.1. INTRODUCTION

La mécanique des fluides est la science des lois de l'écoulement des fluides. Elle est la base du dimensionnement des conduites de fluides et des mécanismes de transfert des fluides. C'est une branche de la physique qui étudie les écoulements de fluides c'est-à-dire des liquides et des gaz lorsque ceux-ci subissent des forces ou des contraintes. Elle comprend deux grandes sous branches:

1. La statique des fluides, ou hydrostatique qui étudie les fluides au repos. C'est historiquement le début de la mécanique des fluides, avec la poussée d'Archimède et l'étude de la pression.
2. La dynamique des fluides qui étudie les fluides en mouvement. Comme autres branches de la mécanique des fluides.

On distingue également d'autres branches liées à la mécanique des fluides : l'hydraulique, l'hydrodynamique, l'aérodynamique, ...

I.2. DEFINITION D'UN FLUIDE

Un fluide est «un corps sans forme propre qui épouse celle du vase qui le contient et qui peut s'écouler » (Figure I.1). Il est considéré comme étant une substance formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres.

C'est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut

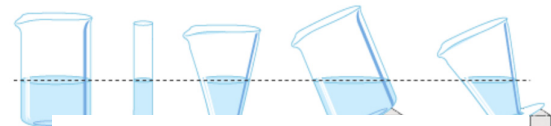


Figure I.1: Forme de fluide

I.2.1. Les états de la matière

Les forces de cohésion entre particules élémentaires sont très faibles de sorte que le fluide est un corps sans forme propre qui prend la forme du vase qui le contient, par exemple: les métaux en fusion sont des fluides qui permettent par moulage d'obtenir des pièces brutes de formes complexes.

Parmi les trois principaux états de la matière, solide, liquide et gazeux, la notion de fluide recouvre les deux derniers voir (Figure I.2).

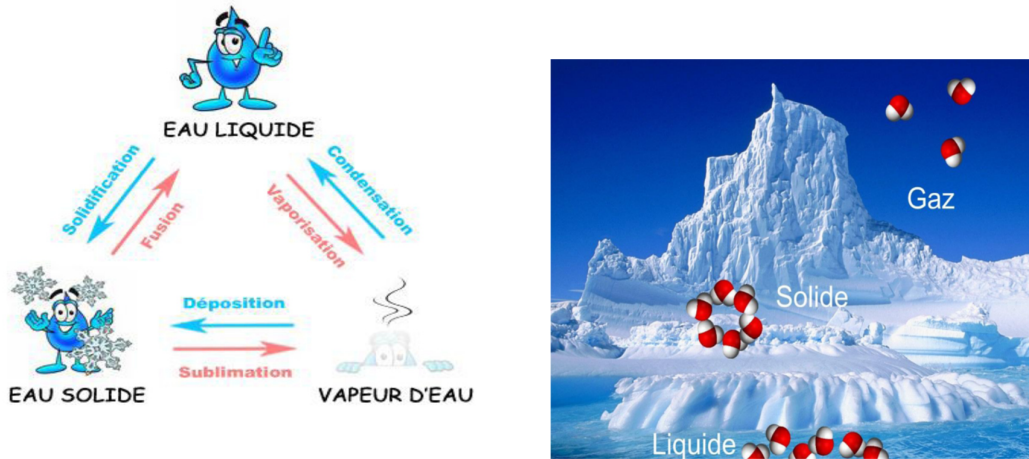


Figure I.2: Etats de fluide

Ces trois états se différencient essentiellement par l'intensité des forces de liaison qui assurent une certaine cohésion entre les molécules. On insiste sur le fait qu'un fluide est supposé être un milieu continu : même si l'on choisit un très petit élément de volume, il sera toujours beaucoup plus grand que la dimension des molécules qui le constitue. Par exemple, une gouttelette de brouillard, aussi petite soit-elle à notre échelle, est toujours immense à l'échelle moléculaire. Elle sera toujours considérée comme un milieu continu. Parmi les fluides, on fait souvent la distinction entre liquides et gaz. Les fluides peuvent aussi se classer en deux familles relativement par leur viscosité. La viscosité est une de leur caractéristique physico-chimique qui sera définie dans la suite du cours et qui définit le frottement interne des fluides. Les fluides peuvent être classés en deux grande familles : La famille des fluides "newtoniens" (comme l'eau, l'air et la plupart des gaz) et celle des fluides "non newtoniens" (quasiment tout le reste... le sang, les gels, les boues, les pâtes, les suspensions, les émulsions...). Les fluides "newtoniens" ont une viscosité constante ou qui ne peut varier qu'en fonction de la température. La deuxième famille est constituée par les fluides "non newtoniens" qui ont la particularité d'avoir leur viscosité qui varie en fonction de la vitesse et des contraintes qu'ils subissent lorsque ceux-ci s'écoulent. Ce cours est limité uniquement à des fluides newtoniens qui seront classés comme suit.

I.3. FLUIDE PARFAIT, FLUIDE REEL

I.3.1. Fluide parfait

Soit un système fluide, c'est-à-dire un volume délimité par une surface fermée Σ fictive ou non. (Figure I.3).

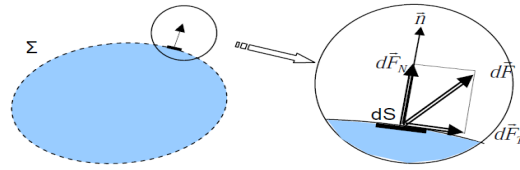


Figure I.3: Système fluide

Considérons $d\vec{F}$ la force d'interaction au niveau de la surface élémentaire dS de normale $\vec{n}$ entre le fluide et le milieu extérieur.

On peut toujours décomposer $d\vec{F}$ en deux composantes:

- Une composante $d\vec{F}_T$ tangentielle à dS .
- Une composante $d\vec{F}_N$ normale à dS .

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement. C'est à dire quand la composante $d\vec{F}_T$ est nulle. Autrement dit, la force $d\vec{F}$ est normale à l'élément de surface dS .

I.3.2. Fluide réel

Contrairement à un fluide parfait, qui n'est qu'un modèle pour simplifier les calculs, pratiquement inexistant dans la nature, dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prise en considération. Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide. C'est uniquement au repos, qu'on admettra que le fluide réel se comporte comme un fluide parfait, et on suppose que les forces de contact sont perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent. La statique des fluides réels se confond avec la statique des fluides parfaits.

I.3.3. Fluide incompressible

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

I.3.4. Fluide compressible

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

I.4. PRINCIPALES PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DES FLUIDES

Ces propriétés générales, définies à l'échelle de la particule, permettent d'évaluer le comportement du fluide vis-à-vis des sollicitations extérieures. Comme d'autre part telles sont une représentation de l'influence de la structure moléculaire, les paramètres de pression et de température jouent un rôle particulier dans les propriétés propres du fluide.

I.4.1. Masse volumique

a) Masse volumique : La masse volumique ρ d'un fluide est la masse de l'unité de volume de ce fluide. Elle s'exprime en **kg/m³**.

Les fluides sont caractérisés par leur masse volumique : $\rho = \frac{\text{Masse}}{\text{Volume}} = \frac{M}{V}$

M : masse du fluide (kg)

V : volume du fluide (m³)

ρ : masse volumique (kg/m³)

Tableau I. 1: Masses volumiques de quelques fluides

Fluide	Masse volumique ρ (kg/m ³)	Type de fluide
Chloroforme	1,489. 10 ³	Incompressible
Eau	10 ³	
Huile d'olive	0,918. 10 ³	
Mercure	13,546. 10 ³	
Aire	0,001205. 10 ³	Compressible
Hydrogène	0,000085. 10 ³	
Méthane	0,000717. 10 ³	

Tableau I. 2: Masses volumiques de quelques Métaux et alliages

Métaux et Alliages	ρ (kg/m ³)	Métaux et Alliages	ρ (kg/m ³)
Acier	7850	Fer	22640
Acier rapide HSS	8400 - 9000	Iridium	22640
Fonte	6800 - 7400	Zinc	7150
Aluminium	2700	Nickel	8900
Argent	10500	Or	19300
Bronze	8400 - 9200	Plomb	1350
Carbone (diamant)	3508	Potassium	850
Carbone (graphite)	2250	Uranium	18700
Constantan	8910	Duralumin	7860
Cuivre	8920	Mercure	13545.88

I.4.2. Densité

Elle mesure le rapport de la masse volumique du fluide rapportée à un corps de référence.

C'est une grandeur sans unité définie par : $d = \frac{\rho}{\rho_{Réf}}$

Le corps de référence dépend de l'état physique du corps

Eau : Pour les solides et les liquides

Air : Pour les gaz

I.5. RHEOLOGIE D'U FLUIDE

La **rhéologie** (du grec: rheo = couler et logos = étude) est l'étude de la déformation et de l'écoulement de la matière sous l'effet d'une contrainte appliquée. Le mot rheology (en anglais) a été introduit en 1928 par Eugene Bingham, professeur à l'université Lehigh aux États-Unis, sur une suggestion de son collègue Markus Reiner. Le mot est emprunté à la fameuse expression d'Héraclite d'Éphèse Ta Panta Rei, « Tout s'écoule ». Le mot a été francisé en « rhéologie » en 1943.

La rhéologie unit des champs d'application apparemment sans rapport, les matériaux plastiques et les fluides non newtoniens, en supposant que les deux types de matériaux sont incapables de supporter une contrainte de cisaillement en équilibre statique, ce qui fait du solide plastique un fluide. La rhéologie granulaire s'occupe de la description des matériaux granulaire.

I.5.1. Viscosité

Tout comme la masse volumique, la viscosité d'un fluide est une notion d'observation courante: chacun a, en effet, constaté que les fluides s'écoulent plus ou moins facilement et que pour certains (les huiles en particulier), la température a une grande influence. Cette résistance correspond à une perte d'énergie cinétique du fluide, cette énergie mécanique perdue étant dissipée sous forme de chaleur au sein du fluide.

La viscosité est liée à l'existence des forces inter moléculaires qui se traduit d'une part par l'adhérence du fluide à une paroi et d'autre part par une résistance au mouvement relatif (glissement) de deux particules voisines de fluide.

La viscosité d'un fluide en mouvement est la propriété qui exprime sa résistance à une force tangentielle.

Imaginons un film fluide placé entre deux plaques planes, parallèles et horizontales. L'une fixe et l'autre en mouvement uniforme de vitesse $V_{\max}$. Pour que la vitesse puisse avoir lieu il faut exercer une force F sur la plaque supérieure. Cette force est la résultante des forces de frottement visqueux, qui vaut (Figure I.4):

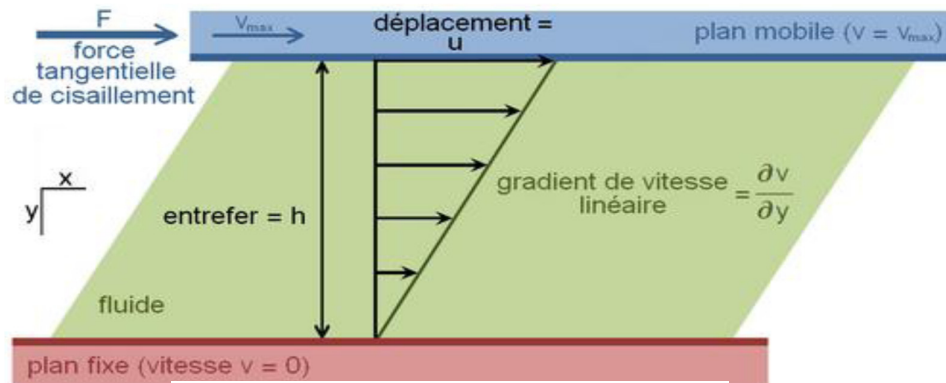


Figure I.4: Frottement visqueux

$$F = \mu A \frac{dv}{dy}$$

Avec:

A: Aire de la plaque [m^2]

μ : Viscosité dynamique [$N.s/m^2$]

La viscosité cinématique, ν est définie comme étant le rapport entre la viscosité dynamique et la masse volumique.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

où ν : Viscosité cinématique

Dans le système SI, l'unité de la viscosité dynamique est le pascal seconde (Pa.s) ou (kg/ms) ou poiseuille avec: $1 \text{ Pa.s} = 1 \text{ Pl} = 1 \text{ kg/ms}$

Dans le système SI, l'unité de la viscosité cinématique, ν est le (m^2/s) ; dans le système CGS l'unité est le stokes où $1 \text{ stokes} = 1 \text{ cm}^2/\text{s} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$

I.5.2. Tension de surface

La tension de surface est une propriété des fluides, qui sont attirés ou repoussés lorsqu'ils sont en contact avec un solide, un liquide, ou un gaz. Cette propriété est importante puisqu'elle explique la stabilité des gouttes de pluie dans l'atmosphère, les larmes du vin, le déplacement des insectes à la surface de l'eau, les propriétés anti-adhérence de certains ustensiles de cuisine, les émulsions en cuisine, l'effet du savon, les remontées capillaires dans les solides poreux, etc.

La tension de surface est un phénomène général que l'on rencontre pour tous les fluides ; toutefois, selon la nature du fluide, l'effet de la tension de surface peut amener à des phénomènes d'allure différente comme l'illustre la Figure N°5 dans le cas de ressauts capillaires avec des fluides newtonien et non newtonien.



Figure I.5: Phénomène de la tension de surface

I.6. EXERCICES D'APPLICATION

Exercice N°:1

1- Enoncé:

Calculer la masse volumique, le poids volumique et la densité de 6 m³ d'huile qui pèse 47KN

2- Réponse:

$$P = 47000N = Mg \Rightarrow M = \frac{P}{g} = \frac{47000}{9.81} = 4791.03kg$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{4791.03}{6} = 798.5kg/m^3$$

$$\bar{\omega} = \rho g = 7833.33 N/m^3$$

$$d = \frac{\rho}{\rho_{eau}} = \frac{798.5}{1000} = 0.798$$

Exercice N°:2

1- Enoncé:

Si le poids volumique d'un liquide est 8.1 KN/m³, quelle est sa densité, si on donne la masse volumique de l'eau $\rho = 1000kg/m^3$.

2- Réponse:

La masse volumique du liquide égale à:

$$\rho = \frac{\omega}{g} = \frac{4791.03}{6} = 798.5kg/m^3$$

$$d = \frac{825.26}{1000} = 0.825$$

Exercice N°:3

1- Enoncé:

Calculer le poids volumique de la masse volumique de 1 litre de liquide qui pèse 7N.

2- Réponse:

on calcule le poids volumique comme suit:

$$\omega = \frac{M \cdot g}{V} = \frac{P}{V} = \frac{7}{0.001} = 7000N/m^3$$

2- Réponse:

Si la température augmente la viscosité diminue, et inversement.

Exercice N°: 4

1- Enoncé:

Convertir le stockes en m^2/s

2- Réponse:

Conversion du stockes: $\text{Stockes} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$

Exercice N°: 5

1- Enoncé:

Déterminer la viscosité dynamique de l'huile d'olive sachant que sa densité est 0,918 et sa viscosité cinématique est 1,089 Stockes.

2- Réponse:

$$\mu = \rho \cdot \nu = 918 \cdot 1,089 \cdot 10^{-4} = 0,1 \text{ Pa.s}$$

Exercice N°: 6

1- Enoncé:

Du fuel porté à une température $T = 20^\circ\text{C}$ a une viscosité dynamique $\mu = 95 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$.
Calculer sa viscosité cinématique ν en stockes sachant que sa densité

est $d = 0,95$.

2- Réponse:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho_{\text{eau}} d} \Leftrightarrow \nu = \frac{95 \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot 0,95} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} = \text{Stockes}$$

II.1. INTRODUCTION

L'hydrostatique est une branche de la physique qui étudie les conditions d'équilibre des liquides et la répartition des pressions qu'ils transmettent au repos.

II.2. DEFINITION DE LA PRESSION ET LA PRESSION EN UN POINT

La pression est l'une des propriétés de base de tout fluide. La pression (p) est la force (F) exercée sur un fluide ou par un fluide sur une unité de surface (A). Cela s'exprime mathématiquement comme suit : $P = \frac{F}{A}$

La pression exercée sur une particule d'un fluide au repos est une contrainte qui n'a pas de composante tangentielle. Elle s'applique toujours perpendiculairement à la surface sur laquelle elle agit. Ce qui est vrai au sein du fluide l'est aussi à ses frontières. Aux interfaces liquide/air et liquide/solide, les pressions sont normales aux interfaces.

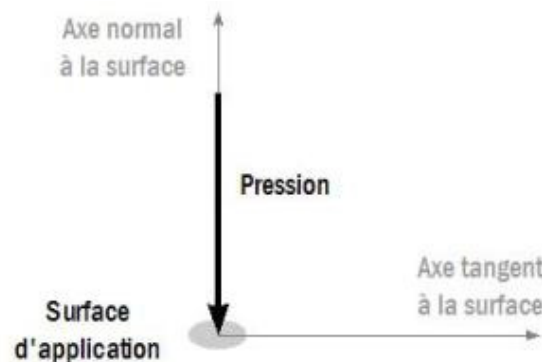


Figure II.1: Normalité de la pression - fluide au repos

L'unité de base de la pression est le pascal (Pa). Si un fluide exerce une force de 1 N sur une surface de 1 m², la pression produite est égale à un pascal, c.-à-d. 1 Pa = 1 N/m². Le pascal est une unité très petite. Dans les applications types dans une centrale, nous utilisons des unités plus grandes, à savoir :

$$1 \text{ kilo pascal (kPa)} = 10^3 \text{ Pa}, 1 \text{ méga pascal (MPa)} = 10^6 \text{ Pa} = 10^3 \text{ kPa}$$

Normalité de la pression - fluide au repos

1. Unités de pression:

L'unité de base de la pression est le pascal (Pa). Si un fluide exerce une force de 1 N sur une surface de 1 m², la pression produite est égale à un pascal, c.-à-d. 1 Pa = 1 N/m². Le pascal

est une unité très petite. Dans les applications types dans une centrale, nous utilisons des unités plus grandes, à savoir :

- 1 kilo pascal (kPa) = 10^3 Pa, 1 méga pascal (MPa) = 10^6 Pa = 10^3 kPa
- Le pascal (Pa) : unité SI, peu employée en pratique
- Le bar (bar) et son sous multiple le millibar (mbar)
- Le millimètre de mercure ou Torr
- Le millimètre de colonne d'eau ou le mètre de colonne d'eau (m CE)
- L'atmosphère (atm) La correspondance entre ces unités est la suivante: 1 bar = 105 Pa = 1000 mbar $\approx$ 750 mm de mercure $\approx$ 10,2 m CE $\approx$ 0,987atm.

La pression atmosphérique est la pression exercée par l'atmosphère à la surface de la terre. Au niveau de la mer cette pression est équivalente à celle exercée par une colonne d'environ 760 mm de mercure. Elle varie tous les jours légèrement: elle est néanmoins toujours voisine de 1 bar.

2. Pression absolue et pression relative

La pression absolue est la pression mesurée par rapport au vide absolu (c'est-à-dire l'absence totale de matière). Elle est toujours positive.

La pression relative se définit par rapport à la pression atmosphérique existant au moment de la mesure: cette pression peut donc prendre une valeur positive si la pression est supérieure à la pression atmosphérique ou une valeur négative si la pression est inférieure à la pression atmosphérique.

La relation suivante permet de passer de l'une à l'autre:

$$P_{\text{absolue}} = P_{\text{relative}} + P_{\text{atmosphérique}}$$

3. Mesure de la pression

Il existe plusieurs appareils pour mesurer la pression.

- Baromètre : il s'agit d'un tube contenant un fluide lourd (en général du mercure) dont le niveau varie en fonction de la pression atmosphérique.

Le baromètre ne sert qu'à mesurer une pression atmosphérique.

- Manomètre à liquide : c'est un appareil qui mesure la pression statique au sein d'un fluide (donc le baromètre est une variété de manomètre). On distingue le tube piezométrique au fonctionnement similaire au baromètre, les tubes en U droits ou inclinés, etc.

- Manomètre mécanique ou électronique : une structure élastique se déforme linéairement avec la pression. Donc si l'on est capable de mesurer la déformation, on dispose d'un moyen de mesurer la pression. Les tube de Bourdon sont des exemples historiques (1848) de manomètre mécanique : un tube fin élastique est enroulé sur lui-même et contenu dans une boîte rigide hermétique. L'intérieur du tube est relié à l'extérieur (pression du fluide ambiant) ; sous l'effet de la pression extérieure, le tube va se recroqueviller ou bien se raidir. La faible déformation qui en résulte met en mouvement une aiguille qui permet d'indiquer la déformation. Il existe de nos jours des appareils électroniques qui estiment la pression en mesurant le courant électrique qui est généré par une substance cristalline déformée sous l'effet de la pression du fluide ambiant (jauge piézoélectrique). Un manomètre nécessite un étalonnage.

4. Facteurs influant sur la pression des fluides

Les liquides et les gaz ont de nombreuses caractéristiques communes, mais ils diffèrent à maints autres égards. Pour ce qui est des facteurs qui influent sur leur pression, nous devons les étudier séparément. Afin de simplifier les choses, nous supposons que le fluide est stagnant, c'est-à-dire qu'il n'est pas en mouvement.

Nous traitons plus loin dans ce document de la pression des fluides en mouvement. Débutons par les liquides. Pour étudier les pressions exercées sur et par un liquide, examinons un liquide dans une cuve partiellement remplie, avec une atmosphère gazeuse au-dessus du liquide (Figure II.1).

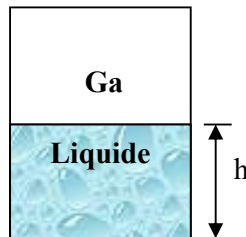


Figure II.2: pression du gaz ou de la vapeur au-dessus du liquide

5. Pression en un point

La pression en un point de la cuve dépend des paramètres suivants :

- La pression du gaz ou de la vapeur au-dessus du liquide;
- Le poids du liquide au-dessus du point dont on veut calculer la pression, ce qui dépend à son tour des paramètres suivants :

- La hauteur (h) de la colonne de liquide/charge hydrostatique au-dessus du point,
- La masse volumique ρ du liquide,
- L'accélération due à la gravitation (g).

II.3. SURFACE DE NIVEAU (ISOTROPIE)

- Définition

L'isotropie est une propriété qui signifie : identique dans toutes les directions de l'espace.

- Liquide isotrope

Un liquide au repos est isotrope pour ce qui concerne la pression. Cela signifie qu'en un point quelconque d'un fluide la pression en ce point est identique dans toutes les directions.

- Schématisation

D'un point de vue schématique on peut représenter la pression en un point-particule comme une sphère dont le centre est le point représentant une particule et dont le rayon est l'intensité de la pression subie par la particule.

II.4. LOI FONDAMENTALE DE STATIQUE DES FLUIDES

Considérons un élément de volume d'un fluide incompressible (liquide homogène de poids volumique ω). Cet élément de volume a la forme d'un cylindre d'axe (G, μ) qui fait un angle α avec l'axe vertical (O, Z) d'un repère R(O, X, Y, Z). Soit l la longueur du cylindre et soit dS sa section droite.

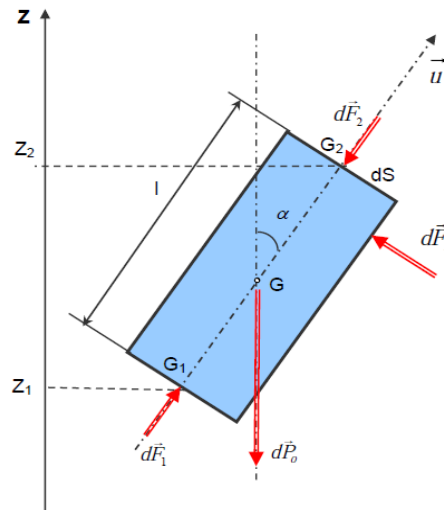


Figure II.4: Schéma explicatif de la relation fondamentale de l'hydrostatique

Soit G_1 d'altitude Z_1 et G_2 d'altitude Z_2 , les centres des sections droites extrêmes. Etudions l'équilibre du cylindre élémentaire, celui-ci est soumis aux :

- Actions à distance : son poids :

$$\overrightarrow{dP_0} = -\bar{\omega} l dS \vec{Z}$$

- Actions de contact : forces de pression s'exerçant sur :

- La surface latérale: $\sum d\vec{F}_1$

- Les deux surfaces planes extrêmes : $d\vec{F}_1 = -P_1(-\vec{\mu}) = P_1 dS \vec{\mu}$ et $d\vec{F}_2 = -P_2 dS \vec{\mu}$

Avec P_1 et P_2 les pressions du fluide respectivement en G_1 et en G_2 .

Le cylindre élémentaire étant en équilibre dans le fluide, écrivons que la résultante des forces extérieures qui lui sont appliquées est nulle :

$$\overrightarrow{dF_0} + \sum d\vec{F}_1 + d\vec{F}_1 + d\vec{F}_2 = \vec{0}$$

En projection sur l'axe de symétrie (G,u) du cylindre,

$$-\bar{\omega} \cdot l \cdot dS \cdot \cos\alpha + P_1 \cdot dS - P_2 \cdot dS = 0$$

Exprimons la différence de pression $P_1 - P_2$ après avoir divisé par dS et remarqué que: $l \cdot \cos\alpha = Z_2 - Z_1$

La relation fondamentale de l'hydrostatique est donc:

$$P_1 - P_2 = \bar{\omega} \cdot (Z_2 - Z_1) = \rho g (Z_2 - Z_1)$$

Autre forme plus générale :

En divisant les deux membres de la relation précédente par $\bar{\omega}$:

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2$$

II.5. THEOREME DE PASCAL

Dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point.

Démonstration

Supposons qu'au point G_1 intervienne une variation de pression telle que celle-ci devienne $P_1 + \Delta P_1$. ΔP_1 étant un nombre algébrique. Calculons la variation de pression ΔP_2 qui en résulte en G_1 .

Appliquons la relation fondamentale de l'hydrostatique entre G_1 et G_2 pour le fluide

- à l'état initial: $P_1 - P_2 = \bar{\omega} (Z_2 - Z_1)$ (1)

- à l'état final: $(P_1 + \Delta P_1) - (P_2 + \Delta P_2) = \bar{\omega} (Z_2 - Z_1)$ (2)

En faisant la différence entre les équations (2) et (1) on obtient :

$$\Delta P_1 - \Delta P_2 = 0$$

$$\text{d'où } \Delta P_1 = \Delta P_2$$

II.6. CALCUL DE FORCE DE PRESSION

1. Hypothèses

La paroi verticale possède un axe de symétrie (G,Y). G est son centre de surface. D'un côté de la paroi il y a un fluide de poids volumique ϖ , de l'autre côté, il y a de l'air à la pression atmosphérique P_{atm} . On désigne par P_G la pression au centre de surface G du côté fluide.

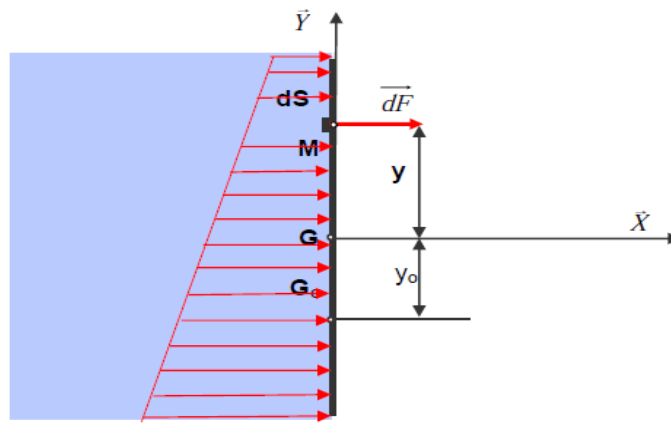


Figure II.5 Schéma de la poussée d'un fluide sur une paroi vertical

2. Éléments de réduction du torseur des forces de pression

Connaissant la pression P_G au point G la pression P_M au point M est déterminée en appliquant la relation fondamentale de l'hydrostatique : $P_M - P_G = \varpi (Y_G - Y_M)$.

Dans le repère (G, X, Y, Z) défini sur la figure $y_G = 0$ et $y_M = y$, donc $P_M = P_G - \varpi \cdot y$

Exprimons la force de pression en M:

$$\vec{dF} = (P_G - \varpi \cdot y) \cdot dS \cdot \vec{X}$$

Soit le torseur associé aux forces de pression relative; :

$$\{\tau_{poussée}\} = \begin{cases} \vec{R} = \int_{(S)} \vec{dF} \\ \vec{M}_G = \int_S \vec{GM} \wedge \vec{dF} \end{cases}$$

La résultante:

$$\vec{R} = \int_{(S)} (P_G - \varpi \cdot y) \cdot dS \cdot \vec{X}$$

que l'on peut écrire en mettant en facteur les termes constants :

$$\vec{R} = \left[P_G \cdot \int_{(S)} dS - \bar{\omega} \cdot \int_{(S)} y \cdot dS \right] \cdot \vec{X}$$

$$\vec{R} = P_G \cdot S \cdot \vec{Z}$$

Le moment:

$$\vec{M}_G = \bar{\omega} \cdot I_{(G,Z)} \cdot \vec{Z}$$

3. Centre de poussée

On cherche à déterminer un point G_0 où le moment résultant des forces de pression est nul. Compte tenu de l'hypothèse de symétrie, si ce point existe il appartient à l'axe (G,Y) et il est tel que :

$$\vec{M}_{G_0} = \vec{M}_G + \vec{G_0M} \wedge \vec{R} = \vec{0}$$

Avec les résultats précédents, on obtient :

$$y_0 \cdot \vec{Y} \wedge P_G \cdot S \cdot \vec{X} = \bar{\omega} \cdot I_{(G,Z)} \cdot \vec{Z}$$

ce qui conduit à:

$$y_0 = - \frac{\bar{\omega} \cdot I_{(G,Z)}}{P_G \cdot S}$$

G_0 existe, il s'appelle le centre de poussée de la paroi.

Remarque: Le centre de poussée est toujours au-dessous du centre de surface G.

II.7. EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE N°1

1) Énoncé

La figure ci-dessous représente un cric hydraulique formé de deux pistons (1) et (2) de section circulaire. Sous l'effet d'une action sur le levier, le piston (1) agit, au point (A), par une force de pression FP_1/h

sur l'huile. L'huile agit, au point (B) sur le piston (2) par une force FP_2/h . On donne :

- les diamètres de chacun des pistons : $D_1 = 10 \text{ mm}$; $D_2 = 100 \text{ mm}$.
- l'intensité de la force de pression en A : $Fp_1/h = 150 \text{ N}$.

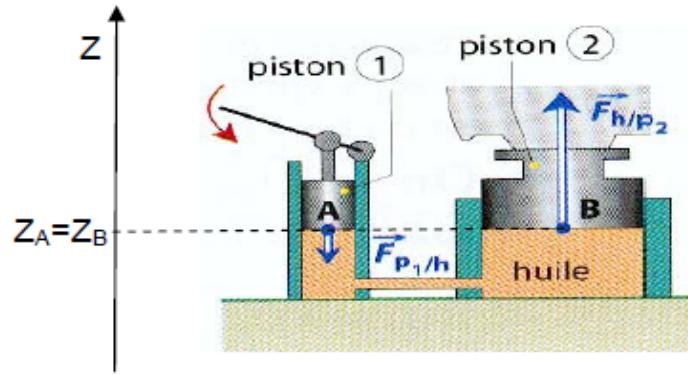


Figure II.6: Schéma d'un cric hydraulique

Travail demandé :

- 1) Déterminer la pression P_A de l'huile au point A.
- 2) Quelle est la pression P_B ?
- 3) En déduire l'intensité de la force de pression $F_{h/p2}$.

2) Réponse

- 1) Pression P_A de l'huile au point A:

$$P_A = \frac{4 \cdot F_{P1/h}}{\pi \cdot D_1^2}$$

$$P_A = \frac{4 \cdot 150}{\pi \cdot 0.01^2} = 19 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

- 2) RFH entre A et B:

$$P_A - P_B = \bar{\omega} \cdot (Z_B - Z_A)$$

$$P_B = P_A = 19 \cdot 10^5 \text{ pascal}$$

- 3) Force de pression en B :

$$F_{P2/h} = P_B \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}$$

$$F_{P2/h} = 19 \cdot 10^5 \frac{\pi \cdot 0.1^2}{4} = 14922.56 \text{ N}$$

On constate que la force $F_{P1/h} = 150 \text{ N}$ est relativement faible par rapport à $F_{P2/h} = 14922,56 \text{ N}$. Avec ce système nous avons atteint un rapport de réduction de force de presque 100. Ce rapport correspond au rapport des diamètres des cylindres. On utilise souvent le même

principe de réduction d'effort dans plusieurs applications hydrauliques (exemple: presse hydraulique).

EXERCICE N°2

1) Enoncé

La figure ci-dessous représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles :

- de l'huile de masse volumique $\rho_1=850 \text{ kg/m}^3$ sur une hauteur $h_1=6 \text{ m}$,
- de l'eau de masse volumique $\rho_2=1000 \text{ kg/m}^3$ sur une hauteur $h_2=5 \text{ m}$

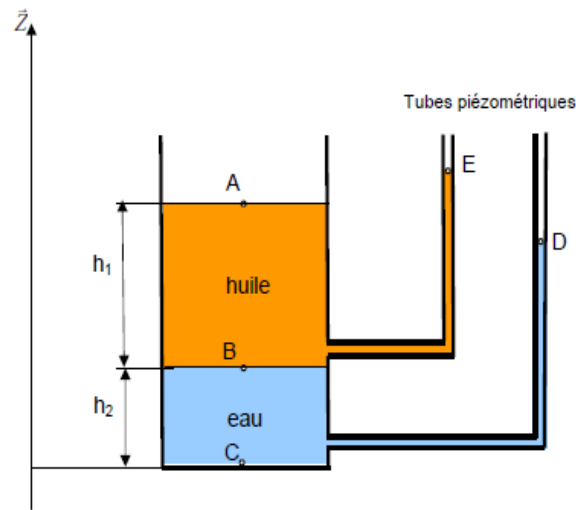


Figure II.7: Schéma d'un réservoir équipé de deux tubes piézométrique

On désigne par:

- A un point de la surface libre de l'huile,
- B un point sur l'interface entre les deux liquides,
- C un point appartenant au fond du réservoir
- D et E les points représentant les niveaux dans les tubes piézométriques,
- (O, Z)

est un axe vertical tel que $ZC = 0$

Appliquer la relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH) entre les points:

- 1) B et A. En déduire la pression P_B (en bar) au point B.
- 2) A et E. En déduire le niveau de l'huile ZE dans le tube piézométrique.
- 3) C et B. En déduire la pression P_C (en bar) au point C.
- 4) C et D. En déduire le niveau de l'eau ZD dans le tube piézométrique.

2) Réponse

1) RFH entre B et A : $P_B - P_A = \rho_1 g (Z_A - Z_B)$ Or $P_A = P_{atm}$ et $Z_A - Z_B = h_1$

$$P_B = P_{atm} + \rho_1 g \cdot h_1$$

$$\text{A.N: } P_B = 10^5 + 850 \cdot 9,81 \cdot 6 = 150031 \text{ Pa} = 1,5 \text{ bar}$$

2) RFH entre A et E: $P_A - P_E = \rho_1 g (Z_E - Z_A)$ Or $P_A = P_E = P_{atm}$

$$\text{Donc: } Z_E = Z_A = h_1 + h_2$$

$$\text{A.N: } Z_E = 6 + 5 = 11 \text{ m}$$

3) RFH entre C et B : $P_C - P_B = \rho_2 g (Z_B - Z_C)$ Or $Z_B - Z_C = h_2$

$$\text{Donc: } P_C = P_B + \rho_2 g \cdot h_2$$

$$\text{A.N: } P_C = 150031 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 5 = 199081 \text{ Pa} = 2 \text{ bar}$$

4) RFH entre C et D : $P_C - P_D = \rho_2 g (Z_D - Z_C)$ Or $P_D = P_{atm}$ et $Z_C = 0$

EXERCICE N°3:**1) Énoncé**

Soit un tube en U fermé à une extrémité qui contient deux liquides non miscibles.

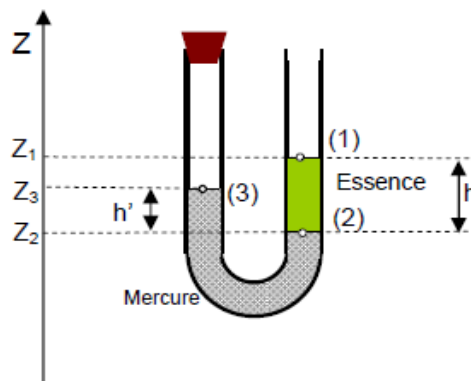


Figure II.8: Schéma représentant un tube en U

Entre les surfaces :

- (1) et (2) il s'agit de l'essence de masse volumique $\rho_{essence} = 700 \text{ kg/m}^3$.
- (2) et (3), il s'agit du mercure de masse volumique $\rho_{mercure} = 13600 \text{ kg/m}^3$.

La pression au-dessus de la surface libre (1) est $P_1 = P_{atm} = 1 \text{ bar}$.

L'accélération de la pesanteur est $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

La branche fermée emprisonne un gaz à une pression P_3 qu'on cherche à calculer.

1) En appliquant la RFH (Relation Fondamentale de l'Hydrostatique) pour l'essence, calculer la pression P_2 (en mbar) au niveau de la surface de séparation (2) sachant que $h = (Z_1 - Z_2) = 728 \text{ mm}$.

2) De même, pour le mercure, calculer la pression P_3 (en mbar) au niveau de la surface (3) sachant que $h' = (Z_3 - Z_2) = 15 \text{ mm}$.

2) Réponse

1) RFH pour l'essence : $P_2 - P_1 = \rho_{\text{essence}} g \cdot (Z_1 - Z_2)$

$$P_2 = P_1 + \rho_{\text{essence}} g \cdot h$$

$$\text{A.N: } P_2 = 10^5 + 700 \cdot 9,81 \cdot 0,728 = 1,05 \cdot 10^5 \text{ pascal} = 1050 \text{ mbar}$$

2) RFH pour le mercure : $P_2 - P_3 = \rho_{\text{mercure}} g \cdot (Z_3 - Z_2)$

$$P_3 = P_2 + \rho_{\text{mercure}} g \cdot h'$$

$$\text{A.N: } P_3 = 1050 \cdot 10^3 - 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,15 = 1,03 \cdot 10^5 \text{ pascal} = 1030 \text{ mbar}$$

EXERCICE N°4:

1) Énoncé

On considère un tube en U contenant trois liquides:

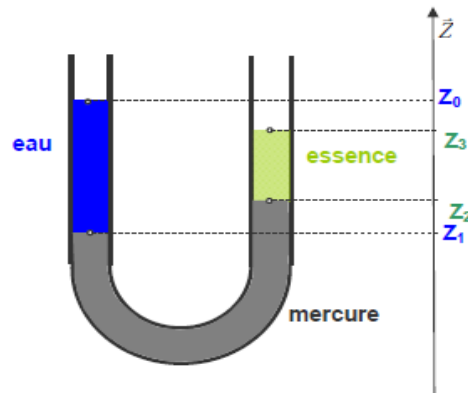


Figure II.9: Schéma représentant un tube en U contenant trois liquides

- de l'eau ayant une masse volumique $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$,
- du mercure ayant une masse volumique $\rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3$,
- de l'essence ayant une masse volumique $\rho_3 = 700 \text{ kg/m}^3$.

On donne :

$$Z_0 - Z_1 = 0,2 \text{ m}$$

$$Z_3 - Z_2 = 0,1 \text{ m}$$

$$Z_1 + Z_2 = 1,0 \text{ m}$$

On demande de calculer Z_0 , Z_1 , Z_2 et Z_3 .

2) Réponse

D'après (RFH), chapitre 2, on peut écrire:

$$P_1 - P_0 = \rho_1 \cdot g \cdot (Z_0 - Z_1)$$

$$P_2 - P_1 = \rho_2 \cdot g \cdot (Z_1 - Z_2)$$

$$P_3 - P_2 = \rho_3 \cdot g \cdot (Z_2 - Z_3)$$

Puisque que $P_0 = P_3 = P_{\text{atm}}$, en faisant la somme de ces trois équations on obtient :

$$\rho_1 \cdot (Z_0 - Z_1) + \rho_2 \cdot (Z_1 - Z_2) + \rho_3 \cdot (Z_2 - Z_3) = 0$$

$$\text{A.N: } (Z_2 - Z_1) = 0.0096 \text{ m}$$

$$\text{Or } (Z_1 + Z_2) = 1,0 \text{ m donc } Z_2 = 0,5048 \text{ m et } Z_1 = 0,4952 \text{ m}$$

$$(Z_3 - Z_2) = 0,1 \text{ m donc } Z_3 = 0,6048 \text{ m}$$

$$(Z_D - Z_1) = 0,2 \text{ m donc } Z_D = 0,6952 \text{ m}$$

EXERCICE N°5:**1) Enoncé**

La figure ci-dessous représente un barrage ayant les dimensions suivantes :

longueur $b=200 \text{ m}$, hauteur $h=60 \text{ m}$

Le barrage est soumis aux actions de pression de l'eau.

Le poids volumique de l'eau est : $\varpi = 9,81 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$.

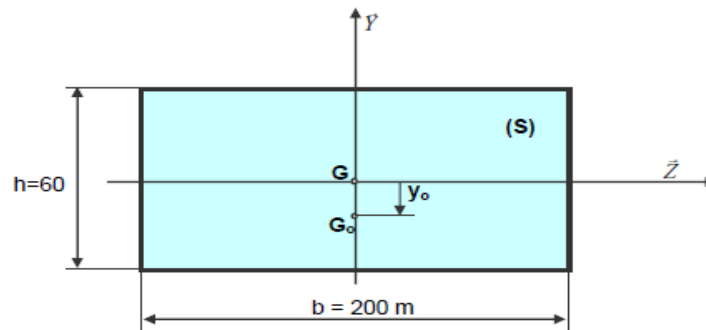


Figure II.10: Schéma Explicatif de l'exercice N°5

On demande de :

- 1) Calculer l'intensité de la résultante $\|\vec{R}\|$ des actions de pression de l'eau.
- 2) Calculer la position y_0 du centre de poussée G_0 .

2) Réponse

1) Calcul de $\|\vec{R}\|$

$$\|\vec{R}\| = P_G \cdot S$$

On applique la RFH entre le point G et un point A à la surface de l'eau on obtient:

$$P_G = \bar{\omega} \cdot \frac{h}{2} + P_A$$

En A, sommet du barrage, la pression de l'eau est supposée égale à la pression atmosphérique.

La surface du barrage est : $S = b.h$, donc :

$$\|\vec{R}\| = \left(P_{atm} + \bar{\omega} \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot b \cdot h$$

$$\|\vec{R}\| = \left(10^5 + 9810 \cdot \frac{60}{2} \right) \cdot 200 \cdot 60 = 4,73 \cdot 10^9 N$$

2) Calcul de Y_0 :

$$y_0 = - \frac{\bar{\omega} \cdot I_{(G,Z)}}{\|\vec{R}\|}$$

Le moment quadratique

$$I_{(G,Z)} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Donc:

$$y_0 = - \frac{\bar{\omega} \cdot \frac{bh^3}{12}}{\|\vec{R}\|}$$

$$y_0 = - \frac{9810 \cdot \frac{200 \cdot 60^3}{12}}{4,73 \cdot 10^9} = -7,46 m$$

Commentaire:

On remarque que le centre de poussée est très au dessous du centre de surface. Dans le calcul de stabilité du barrage il est hors de question de confondre ces deux points.

EXERCICE N°6:

1) Énoncé

On considère un aquarium géant utilisé dans les parcs d'attraction représenté par la figure suivante :

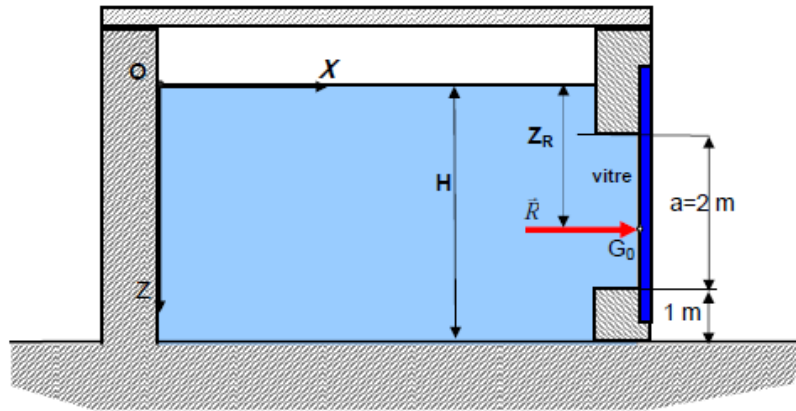


Figure II.11: Schéma Explicatif d'un aquarium

Il est rempli d'eau à une hauteur $H=6\text{ m}$, et équipé d'une partie vitrée de forme rectangulaire de dimensions $(2\text{ m} \times 3\text{ m})$ qui permet de visualiser l'intérieur.

Travail demandé :

- 1) Représenter le champ de pression qui s'exerce sur la partie vitrée.
- 2) Déterminer le module de la résultante R

des forces de pression.

- 3) Calculer la profondeur Z_R du centre de poussée.
- 4) Reprendre les questions 2. et 3. en changeant la forme rectangulaire de la partie vitrée par une forme circulaire de diamètre $d=2\text{ m}$.

2) Réponse

- 1) Le champ de pression agissant sur le vitrage a l'allure suivante :

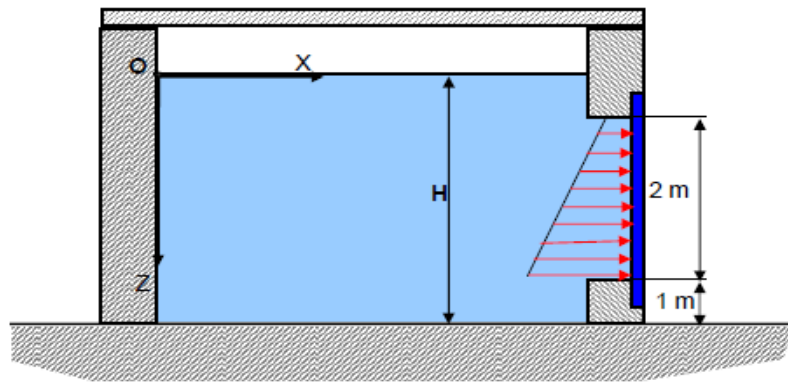


Figure II.12: Schéma du champ de pression agissant sur le vitrage

2) Si on néglige la pression atmosphérique, la résultante des forces de pressions :

$$\|\vec{R}\| = \rho \cdot g \cdot S \cdot Z_g$$

$$\|\vec{R}\| = 1000 \cdot 9,81 \cdot 6,4 = 235440 \text{ N}$$

3) La profondeur Z_R du centre de poussée est donnée par l'expression suivante :

$$Z_R = \frac{I_{(G,y)}}{Z_G \cdot S} + Z_G$$

$$I_{(G,y)} = \frac{2^3 \cdot 3}{12} = 2 \text{ m}^4$$

$$Z_R = 4,0833 \text{ m}$$

4) Cas d'une partie vitrée de forme circulaire de diamètre $d = 2 \text{ m}$:

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 3,141 \text{ m}^2$$

$$I_{(G,y)} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = 0,785 \text{ m}^4$$

$$\|\vec{R}\| = \rho \cdot g \cdot S \cdot Z_g$$

$$\|\vec{R}\| = 123252 \text{ N}$$

$$Z_R = \frac{I_{(G,y)}}{Z_G \cdot S} + Z_G$$

$$Z_R = \frac{0,785}{4 \cdot 3,14} + 4 = 4,0625 \text{ m}$$

III.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons étudier les fluides en mouvement. Contrairement aux solides, les éléments d'un fluide en mouvement peuvent se déplacer à des vitesses différentes. L'écoulement des fluides est un phénomène complexe.

On s'intéresse aux équations fondamentales qui régissent la dynamique des fluides incompressibles parfaits, en particulier :

- L'équation de continuité (conservation de la masse),
- Le théorème de Bernoulli (conservation de l'énergie)
- Le théorème d'Euler (conservation de la quantité de mouvement) à partir duquel on établit les équations donnant la force dynamique exercée par les fluides en mouvement (exemple les jets d'eau).

III.2. ECOULEMENT PERMANENT

L'écoulement d'un fluide est dit permanent si le champ des vecteurs vitesse des particules fluides est constant dans le temps. Notons cependant que cela ne veut pas dire que le champ des vecteurs vitesse est uniforme dans l'espace.

L'écoulement permanent d'un fluide parfait incompressible est le seul que nous aurons à considérer dans ce cours. Un écoulement non permanent conduirait à considérer les effets d'inertie des masses fluides.

III.3. EQUATION DE CONTINUITE

Considérons une veine d'un fluide incompressible de masse volumique ρ animée d'un écoulement permanent.

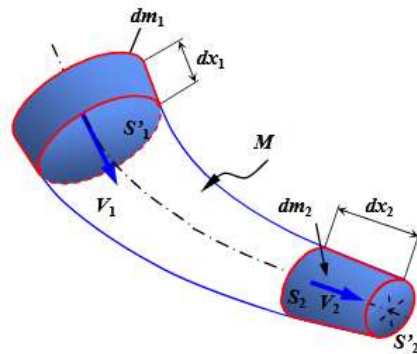


Figure III.1: Schéma d'une veine d'un fluide incompressible

On désigne par :

- S_1 et S_2 respectivement la section d'entrée et la section de sortie du fluide à l'instant t ,
- S'_1 et S'_2 respectivement les sections d'entrée et de sortie du fluide à l'instant $t'=(t+dt)$,
- $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ les vecteurs vitesse d'écoulement respectivement à travers les sections S_1 et S_2 de la veine.
- dx_1 et dx_2 respectivement les déplacements des sections S_1 et S_2 pendant l'intervalle de temps dt ,
- dm_1 : masse élémentaire entrante comprise entre les sections S_1 et S'_1 ,
- dm_2 : masse élémentaire sortante comprise entre les sections S_2 et S'_2 ,
- M : masse comprise entre S_1 et S_2 ,
- dV_1 : volume élémentaire entrant compris entre les sections S_1 et S'_1 ,
- dV_2 : volume élémentaire sortant compris entre les sections S_2 et S'_2 ,

A l'instant t : le fluide compris entre S_1 et S_2 a une masse égale à $(dm_1 + M)$

A l'instant $t+dt$: le fluide compris entre S'_1 et S'_2 a une masse égale à $(M + dm_2)$.

Par conservation de la masse: $dm_1 + M = M + dm_2$ en simplifiant par M on aura

$dm_1 = dm_2$, donc $\rho_1 \cdot dV_1 = \rho_2 \cdot dV_2$ ou encore $\rho_1 \cdot S_1 \cdot dx_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot dx_2$,

En divisant par dt on aboutit à :

$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} = \rho_2 \cdot S_2 \cdot \frac{dx_2}{dt} \Leftrightarrow \rho_1 \cdot S_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot V_2$$

Puisque le fluide est incompressible : $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ On peut simplifier et aboutir à l'équation de continuité suivante :

$$S_1 \cdot V_1 = S_2 \cdot V_2 \dots\dots\dots (1)$$

III.4. DEBIT MASSE ET DEBIT VOLUME

III.4. 1. Débit massique

Le débit massique d'une veine fluide est la limite du rapport dm/dt quand dt tend vers 0.

$$q_m = dm/dt$$

Où:

- q_m est la masse de fluide par unité de temps qui traverse une section droite quelconque de la conduite.
- dm : masse élémentaire en (kg) qui traverse la section pendant un intervalle de temps dt .
- dt : intervalle de temps en (s)

en tenant compte des équations précédentes on obtient :

$$q_m \cdot \frac{dm}{dt} = \rho \cdot S_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} = \rho \cdot S_2 \cdot \frac{dx_2}{dt} \dots \dots \dots (2)$$

Avec :

$$\frac{dx_1}{dt} = V_1 = \|\vec{V}_1\| : \text{Vitesse moyenne d'écoulement de la veine fluide à travers } S_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = V_2 = \|\vec{V}_2\| : \text{Vitesse moyenne d'écoulement de la veine fluide à travers } S_2$$

D'après (2) :

$$q_m = \rho \cdot S_1 \cdot V_1 = \rho \cdot S_2 \cdot V_2$$

Soit dans une section droite quelconque S de la veine fluide à travers laquelle le fluide s'écoule à la vitesse moyenne v :

$$q_m = \rho \cdot S \cdot V \dots \dots \dots (3)$$

Où:

q_m : Débit massique en (kg/s)

ρ : Masse volumique en (kg/m³)

S : Section de la veine fluide en (m²)

V : Vitesse moyenne du fluide à travers (S) en (m/s)

III.4. 2. Débit volumique

Le débit volumique d'une veine fluide est la limite du rapport dV/dt quand dt tend vers 0.

$$q_v = dV/dt$$

Où:

- q_v : Volume de fluide par unité de temps qui traverse une section droite quelconque de la conduite.

- dV : Volume élémentaire, en (m³), ayant traversé une surface S pendant un intervalle de temps dt,

- dt : Intervalle de temps en secondes (s),

D'après la relation (3) et en notant que dV=d ρ /ρ on peut écrire également que: $q_v=q_m/\rho$ soit:

$$q_v = S \cdot V$$

III.4. 3. Relation entre débit massique et débit volumique

A partir des relations précédentes on peut déduire facilement la relation entre le débit massique et le débit volumique : $q_m = \rho \cdot q_v$

5.THEOREME DE BERNOULLI – CAS D’UN ECOULEMENT SANS ECHANGE DE TRAVAIL

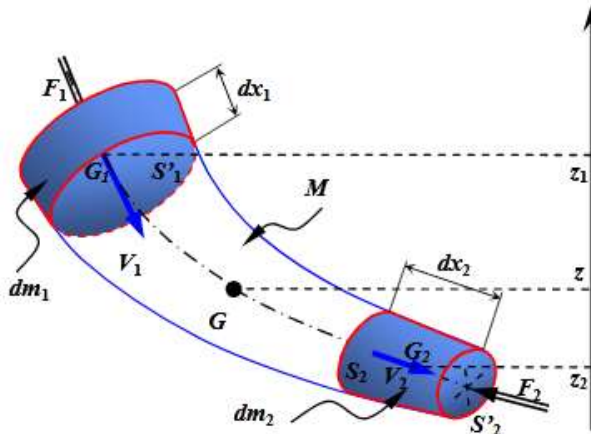
Reprenons le schéma de la veine fluide du paragraphe 3 avec les mêmes notations et les hypothèses suivantes:

- Le fluide est parfait et incompressible.
- L'écoulement est permanent.
- L'écoulement est dans une conduite parfaitement lisse.

On considère un axe Z vertical dirigé vers le haut.

On note Z_1 , Z_2 et Z respectivement les altitudes des centres de gravité des masses dm_1 , dm_2 et M .

On désigne par F_1 et F_2 respectivement les normes des forces de pression du fluide agissant au niveau des sections S_1 et S_2 .



Daniel Bernoulli : 1700-1782

Figure III.2: Schéma d'une veine d'un fluide incompressible

A l'instant t le fluide de masse $(dm_1 + M)$ est compris entre S_1 et S_2 . Son énergie mécanique est :

$$E_{mec} = E_{pot} + E_{cin} = (dm_1 \cdot g \cdot Z_1 + MgZ) + \frac{1}{2} dm_1 \cdot V_1^2 + \int_{S_1}^{S_2} \frac{dm \cdot V^2}{2}$$

A l'instant $t'=(t+dt)$ le fluide de masse $(M+dm_2)$ est compris entre S'_1 et S'_2 . Son énergie mécanique est :

$$E_{mec} = E_{pot} + E_{cin} = (MgZ + dm_2 \cdot g \cdot Z_2) + \int_{S_1}^{S_2} \frac{dm \cdot V^2}{2} + \frac{1}{2} dm_2 \cdot V_2^2$$

On applique le théorème de l'énergie mécanique au fluide entre t et t' : « La variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces extérieures. »

$$E'_{mec} - E_{mec} = F_1 \cdot dx_1 - F_2 \cdot dx_2 \Leftrightarrow E'_{mec} - E_{mec} = P_1 \cdot S_1 \cdot dx_1 - P_2 \cdot S_2 \cdot dx_2$$

$$\Rightarrow E'_{mec} - E_{mec} = P_1 \cdot dV_1 - P_2 \cdot dV_2$$

En simplifiant on obtient :

$$dm_2 \cdot g \cdot Z_2 + \frac{1}{2} dm_2 \cdot V_2^2 - dm_1 \cdot g \cdot Z_1 - \frac{1}{2} dm_1 \cdot V_1^2 = \frac{P_1}{\rho_1} \cdot dm_1 - \frac{P_2}{\rho_2} \cdot dm_2$$

Par conservation de la masse : $dm_1 = dm_2 = dm$ et puisque le fluide est incompressible :

$\rho_1 = \rho_2 = \rho$, On aboutie à l'équation de Bernoulli :

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = 0$$

L'unité de chaque terme de la relation précédente de Bernoulli est le joule par kilogramme (J/kg)

D'après la relation (4) on peut alors écrire :

$$\frac{V_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + g \cdot Z_2 = \frac{V_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + g \cdot Z_1$$

III.6. Applications aux mesures des débits et des vitesses

III.6.1. Venturi

Un Venturi est un système permettant de mesurer le débit d'un fluide. Il consiste en un tube avec un rétrécissement appelé convergent-divergent muni de prises de pression statiques, l'une en amont du convergent, l'autre au niveau du col. Son principe est de mesurer la différence de pression entre les sections de grand et de petit diamètre (voir figure III.3).

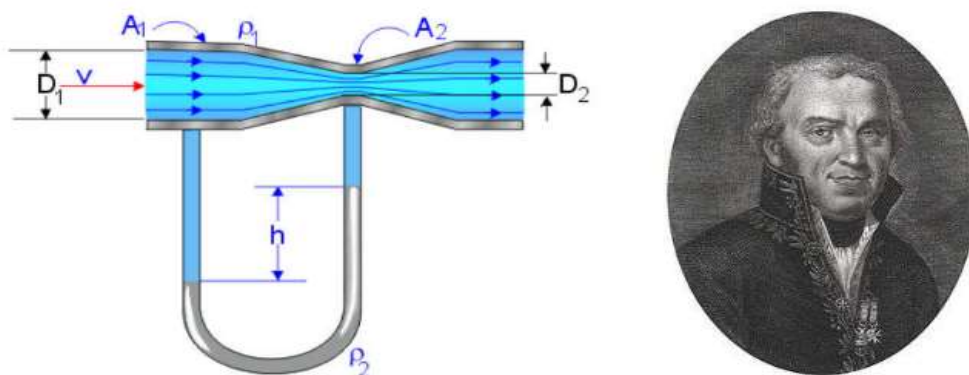


Figure III.3: :Tube de Venturi

Ce tube est intercalé dans une tuyauterie dont on veut mesurer le débit. De l'eau (fluide parfait incompressible) s'écoule dans le venturi et on appelle h la dénivellation dans les tubes indiquant la pression.

Les vitesses dans A_1 et A_2 sont uniformes.

1 - Calculer la vitesse V_2 du fluide dans la section contractée en fonction des sections A_1 et A_2 et de la différence des pressions P_1 au niveau de A_1 et de P_2 au niveau de A_2 .

2 - Exprimer le débit (en volume) de la conduite.

3- Utilisez la relation de Bernoulli. Pensez à la conservation du débit en volume pour éliminer V_1 .

4- Utiliser la définition du débit en volume!

1) Calcul de vitesse: en appliquant la relation de Bernoulli entre les sections A_1 et A_2 de pression p_1 et p_2 on a:

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot Z_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} = P_2 + \rho \cdot g \cdot Z_2 + \rho \frac{V_2^2}{2}$$

Z_1 et Z_2 sont les cotes respectives de la ligne de courant choisie et passant par les sections A_1 et A_2 de pression P_1^* et P_2^* les termes $P + \rho g Z$. La conservation du débit en volume ($V_1 A_1 = V_2 A_2$), on donne:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2g}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} \cdot \sqrt{\frac{P_1^* - P_2^*}{\rho g}}$$

2) Expression du débit en volume dans le tube qui est donné par la formule suivante:

$$q_v = V_2 \cdot A_2 = A_2 \sqrt{\frac{2g}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} \cdot \sqrt{\frac{P_1^* - P_2^*}{\rho g}}$$

Ce qui nous donne avec $P_1^* - P_2^* = \rho g h$:

$$q_v = A_2 \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}}$$

III.6.1. Diaphragmes

Il s'agit d'un disque percé en son centre, réalisé dans le matériau compatible avec le liquide utilisé. Le diaphragme concentrique comprime l'écoulement du fluide, ce qui engendre une pression différentielle de part et d'autre de celui-ci. Il en résulte une haute pression en amont

et une basse pression en aval, proportionnelle au carré de la vitesse d'écoulement. C'est le dispositif le plus simple, le moins encombrant et le moins coûteux.

Domaine d'utilisation incompatible aux liquides contenant des impuretés solides car celles-ci peuvent s'accumuler à la base du diaphragme. Il introduit une perte de charge importante. Les diaphragmes doivent être centrés exactement par rapport à la conduite et ils doivent être implantés sur des parties rectilignes à une distance suffisante des coudes, piquages, vannes, changement de section pour éviter les perturbations. En principe la droite amont est supérieure à 20 D et la longueur droite aval est supérieure à 10xD.

Les diaphragmes ne doivent être jamais implantés sur des conduites horizontales. En effet, tous les fluides industriels contiennent des impuretés qui se déposeraient à la partie inférieure du diaphragme amont. Lorsque le liquide transporte du gaz, des bulles viennent se former en la partie supérieure. Au total, les résultats de la mesure sont complètement faussés.

Principe: un resserrement de la conduite ou un changement de direction créent entre amont et aval une différence de pression Δp liée au débit par une relation de la forme:

$$Q = K. (\Delta p)^{1/2}$$

Avec:

ρ : Masse volumique du liquide;

K: Constante réelle;

Q: Débit volumique.

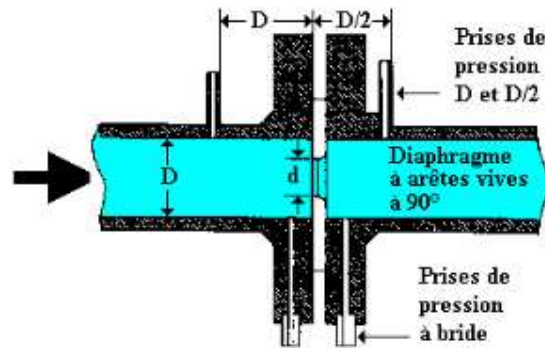


Figure III.4: Diaphragmes

III.6. 3. Tube de Pitot

Le physicien français Henri Pitot a proposé en 1732 un dispositif de mesure de la vitesse d'écoulement des fluides qui a pris son nom "tube de Pitot". L'appareil présente une forme profilée, est creux afin d'être rempli du fluide dans lequel il est immergé et muni de deux

tubes manométriques (prises de pression). Comme le montre le schéma de la figure 3.6, l'un des deux tubes est relié au front d'attaque de l'appareil (point d'arrêt caractérisé par une vitesse d'écoulement nulle), alors que l'autre est en prise avec le fluide statique remplissant l'appareil. En appliquant l'équation de Bernoulli entre les prises de pression, en supposant que le fluide est non visqueux, incompressible et que l'écoulement est stationnaire et uniforme en amont de l'appareil. On supposera également que toutes ces lignes de courant sont environ à la même altitude. Le long de la ligne de courant passant par le point d'arrêt A et le point O, on a :

$$P_0 + \rho \cdot g \cdot Z_0 + \rho \frac{V_0^2}{2} = P_A + \rho \cdot g \cdot Z_A + \rho \frac{V_A^2}{2}$$

Avec $Z_0 \approx Z_A$, $V_0 \approx U$ et $Z_A \approx 0$. Par conséquent, on obtient la pression de stagnation: $P_A = P_0 + \frac{\rho U^2}{2}$, où P_0 et U sont respectivement la pression et la vitesse de l'écoulement uniforme (écoulement amont non perturbé par la présence de l'objet sonde).

par l'application de la loi de l'hydrostatique, cette pression de stagnation est liée au niveau affiché dans le premier tube manométrique.

Le long de la ligne de courant passant par les points O' et B' on a:

$$P_{O'} + \rho \cdot g \cdot Z_{O'} + \rho \frac{V_{O'}^2}{2} = P_{B'} + \rho \cdot g \cdot Z_{B'} + \rho \frac{V_{B'}^2}{2}$$

les points O et O'étant infiniment proches, on peut considérer que $P_{O'}$ et P_0 et $v_{O'}$ et v_0 , d'autre part, le point B' est situé dans une zone où l'écoulement redevient uniforme. (Les lignes de courant redeviennent rectilignes et parallèles): il s'ensuit que $v_{B'} \approx U$ et l'équation de Bernoulli se résume à $P_{B'} \approx P_{O'} \approx P_0$

Le point B est situé au niveau de l'orifice permettant au dispositif d'être rempli par le fluide.

en conséquent la pression, en b est la même de celle qui règne de manière uniforme à l'intérieur et qui est mesurée par le seconde tube manométrique. par ailleurs, puisqu'à l'aplomb du point B, les lignes de courant sont rectilignes et parallèles, la loi de l'hydrostatique s'applique pour donner:

$$P_{B'} + \rho \cdot g \cdot Z_{B'} = P_B + \rho \cdot g \cdot Z_B + \rho \frac{V_B^2}{2} \quad \text{avec } Z_{B'} \approx Z_B$$

ce qui conduit simplement à $P_{B'} \approx P_B$

Pour résumer, on vient de montrer que $P_B \approx P_0$ et $P_A = P_0 + \rho U^2/2$ Or, la différence de niveau h lue grâce au deux tubes manométriques permet d'évaluer la différence de pression entre les points A et B.

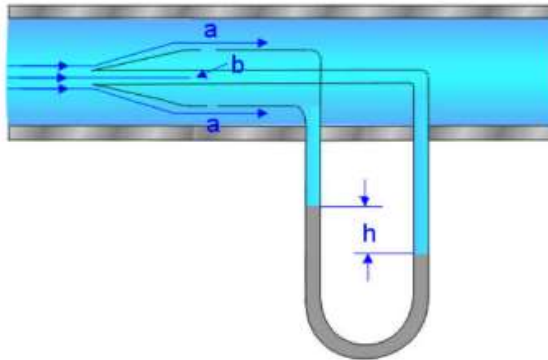
$$P_A - P_B = \rho g \Delta h \dots (1)$$

$$P_A - P_B = \rho \frac{U^2}{2} \dots \dots \dots (2)$$

d'après (1) et (2) on obtient:

$$U = \sqrt{2g \cdot \Delta h}$$

Il en résulte que ce dispositif permet une mesure quasi directe de la vitesse d'écoulement uniforme.



Henri Pitot

Figure III.4: Tube de Pitot

III.7. THEOREME D'EULER

Une application directe du théorème d'Euler est l'évaluation des forces exercées par les jets d'eau. Celles-ci sont exploitées dans divers domaines : production de l'énergie électrique à partir de l'énergie hydraulique grâce aux turbines, coupe des matériaux, etc. Le théorème d'Euler résulte de l'application du théorème de quantité de mouvement à l'écoulement d'un fluide :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Avec:

$$\vec{P} = m\vec{V}_G \quad \text{Quantité de mouvement}$$

Ce théorème permet de déterminer les efforts exercés par le fluide en mouvement sur les objets qui les environnent.

La résultante ($\Sigma \vec{F}_{ext}$) des actions mécaniques extérieures exercées sur un fluide isolé (fluide contenu dans l'enveloppe limitée par S_1 et S_2) est égale à la variation de la quantité de mouvement du fluide qui entre en S_1 à une vitesse V_1 et sort par S_2 à une vitesse V .

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = q_m (V_2 - V_1)$$

Exemple

Considérons un obstacle symétrique par rapport à l'axe Z . Le jet d'un écoulement de débit massique q_m , de vitesse V_1 et de direction parallèle à l'axe Z , percute l'obstacle qui le dévie d'un angle β . Le fluide quitte l'obstacle à une vitesse V_2 de direction faisant un angle β par rapport à l'axe Z .

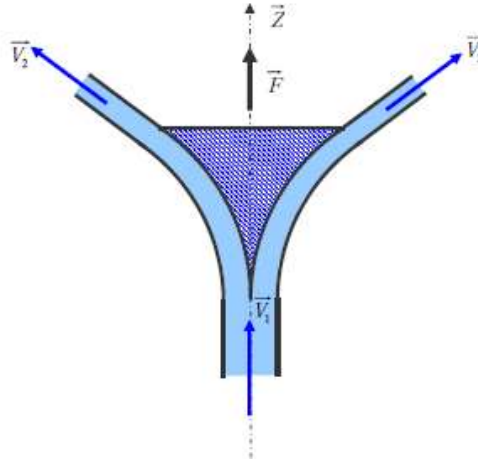


Figure III.4: Schéma d'un jet d'un écoulement

La quantité de mouvement du fluide à l'entrée de l'obstacle est : $q \cdot V_1$ m porté par l'axe Z .

La quantité de mouvement du fluide à la sortie de l'obstacle est : $q V_1 \cdot \cos\beta$ porté par l'axe Z

La force opposée au jet étant égale à la variation de la quantité de mouvement :

$$R = q_m \cdot V_2 \cdot \cos\beta - q_m \cdot V_1$$

La force F exercée sur l'obstacle en direction de Z est égale et opposée à celle-ci

$$F = q_m (V_1 - V_2 \cdot \cos\beta)$$

III.8. CONCLUSION

Les lois et les équations établies dans ce chapitre en particulier l'équation de Bernoulli ont un intérêt pratique considérable du moment où elles permettent de comprendre le principe de fonctionnement de beaucoup d'instruments de mesure de débits tels que le tube de Pitot, le tube de Venturi et le diaphragme...etc.

Réservées aux fluides incompressibles, ces lois et équations peuvent être employées dans certains cas particulier pour les fluides compressibles à faible variation de pression. Une telle variation existe dans plusieurs cas pratiques.

Cependant, lorsqu'on veut prendre en considération la compressibilité dans les calculs, il est nécessaire d'employer les formules appropriées.

III.9. EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE N°1

1) ENONCE

un tube de venturi est disposé sur une conduite d'eau inclinée. les tubes de liaison au manomètre sont remplis d'eau.

1) Calculer la dénivellation Δh de manomètre en fonction de v_1 , S_1 , S_2 , ρ_{eau} , ρ_m

2) Calculer le débit volumique si $\Delta h=90\text{mm}$ et $D_1 = 200\text{mm}$ et $D_2= 90\text{mm}$

2) REPONSE

1) On applique le théorème de Bernoulli entre les points (1) et (2)

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$Q_v = S_1 V_1 = S_2 V_2 \Rightarrow V_2 = S_1 \frac{V_1}{S_2} \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + (Z_2 - Z_1) = \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] + (Z_2 - Z_1)$$

$$= \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 - 1 \right] + (Z_2 - Z_1)$$

$$(P_1 - P_2) = \rho \frac{v_1^2}{2} \left[\left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 - 1 \right] + \rho g (Z_2 - Z_1)$$

2) Equation de l'hydrostatique:

$$V_1 = 0.96 \text{ m/s} \quad \text{d'où: } q_v = S_1 \cdot V_1 = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$$

EXERCICE N°2

1) Enoncé

On veut accélérer la circulation d'un fluide parfait dans une conduite de telle sorte que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α (schéma ci-dessus).

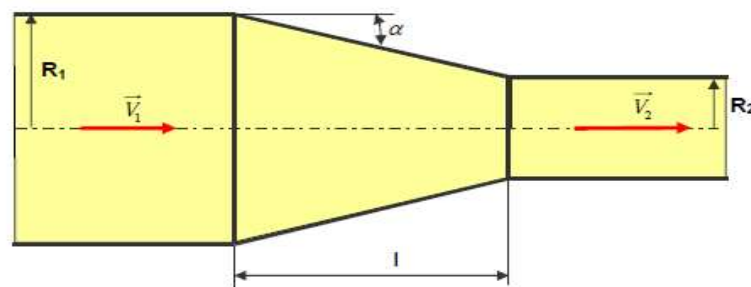


Figure III.3: Schéma d'une conduite qui comporte un convergent

- 1) Calculer le rapport des rayons (R_1/R_2).
- 2) Calculer ($R_1 - R_2$) en fonction de L et α . En déduire la longueur L .
($R_1 = 50 \text{ mm}$, $\alpha = 15^\circ$).

2) Réponse

- 1) On applique l'équation de continuité :

$$V_1.S_1 = V_2.S_2 \text{ ou encore } S_1/S_2 = V_2/V_1 \text{ or } S_1 = \pi R_2^2 \text{ d'où :}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}} = 2$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_1 - R_2}{l}$$

$$\text{Donc } l = \frac{R_1 - R_2}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Or

$$R_2 = \frac{R_1}{2}$$

Donc:

$$l = \frac{R_1}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}$$

$$L = 93,3 \text{ mm}$$

EXERCICE N°3

1) Enoncé

On considère un réservoir remplie d'eau à une hauteur $H = 3 \text{ m}$, muni d'un petit orifice à sa base de diamètre $d = 10 \text{ mm}$.

- 1) En précisant les hypothèses prises en comptes, appliquer le théorème de Bernoulli pour calculer la vitesse V_2 d'écoulement d'eau.
- 2) En déduire le débit volumique Q_v en (l/s) en sortie de l'orifice.

On suppose que $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

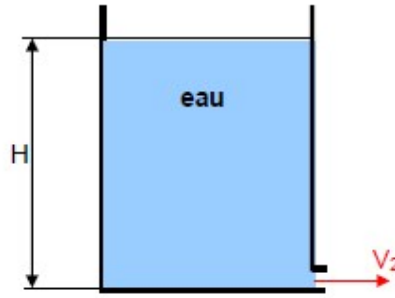


Figure III.3: Schéma d'un réservoir rempli d'eau muni d'un orifice

2) Réponse

1) Vitesse d'écoulement V_2 ?

On applique le théorème de Bernoulli avec les hypothèses suivantes : $V_1 \approx 0$ car le niveau dans le réservoir varie lentement et $P_1 = P_2 = P_{atm}$,

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot (Z_2 - Z_1) = 0$$

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

On obtient:

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3} = 7,67 \text{ m/s}$$

2) Débit volumique Q_v

$$Q_v = V_2 \cdot S$$

Or

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (10^{-3})^2}{4} = 7,87 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$Q_v = 0,6 \text{ L/s}$$

EXERCICE N°4

1) Énoncé

Le réservoir cylindrique représenté ci-dessous, ouvert à l'air libre, a une section S_A de diamètre $D_A = 2 \text{ m}$. Il est muni, à sa base, d'un orifice de vidage de section S_B et de diamètre $D_B = 14 \text{ mm}$. Le réservoir est plein jusqu'à une hauteur $H = (Z_A - Z_B) = 2,5 \text{ m}$ de fioul, liquide considéré comme fluide parfait, de masse volumique $\rho = 817 \text{ kg/m}^3$.

On donne:

- la pression atmosphérique $P_{atm} = 1 \text{ bar}$.

- l'accélération de la pesanteur $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

On note $\alpha = (S_B/S_A)$

Partie 1 : L'orifice est fermé par un bouchon.

- 1) En appliquant la RFH, déterminer la pression P_B au point B.
- 2) En déduire la valeur de la force de pression F_B qui s'exerce sur le bouchon.

Partie 2 : L'orifice est ouvert.

On procède à la vidange du réservoir.

Le fluide s'écoule du réservoir. Sa vitesse moyenne d'écoulement au point A est notée V_A , et sa vitesse d'écoulement au niveau de l'orifice est notée V_B .

- 1) Ecrire l'équation de continuité. En déduire V_A en fonction de V_B et α .
- 2) En appliquant le théorème de Bernoulli entre A et B, établir l'expression littérale de la vitesse V_B en fonction de g , H et α .
- 3) Calculer la valeur de α . L'hypothèse de considérer un niveau H du fluide varie lentement est-elle vraie ? Justifier votre réponse.
- 4) Calculer V_B en considérant l'hypothèse que $\alpha \ll 1$.
- 5) Déterminer le débit volumique Q_v du fluide qui s'écoule à travers l'orifice. (en litre par seconde)
- 6) Quelle serait la durée T du vidage si ce débit restait constant ?

2) Réponse

Partie 1

$$P_B = P_A + \rho \cdot g \cdot H$$

$$P_B = 10^5 + 817,981,2,5 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ pascal}$$

$$F_B = P_B \cdot S_B = P_B \cdot \frac{\pi D_B^2}{4}$$

$$F_B = 18,472 \text{ N}$$

Partie 2

1) Equation de continuité:

$$S_A \cdot V_A = S_B \cdot V_B \rightarrow V_A = \alpha \cdot V_B$$

2) Equation de Bernoulli :

$$\frac{V_B^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_B - P_A}{\rho} + g \cdot (Z_B - Z_A) = 0$$

or $P_A = P_B = P_{\text{atm}}$, $(Z_B - Z_A) = H$, $V_A = \alpha V_B$

Donc:

$$V_B = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 - \alpha^2}}$$

$$\alpha = \frac{S_B}{S_A} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2$$

$$\alpha = 4,9 \cdot 10^{-5}$$

L'hypothèse de considérer un niveau quasi-constant est vraie car $\alpha \ll 1$ donc $V_A \approx 0$

$$V_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

$$V_B = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,5} = 7 \text{ m/s}$$

$$Q_v = S_B \cdot V_B = \frac{D_B^2}{4} \cdot V_B$$

$$Q_v = \frac{\pi \cdot (14 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 7 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$T = \frac{V}{Q_v} = \frac{\pi D_A^2 \cdot H}{4 \cdot Q_v}$$

$$Q_v = \frac{\pi \cdot (2)^2}{4 \cdot 10^3} \cdot 2,7 = 7854 \text{ s} = 130 \text{ mn} = 2 \text{ h } 10 \text{ mn}$$

IV.1. INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent nous avons supposé que le fluide était parfait pour appliquer l'équation de conservation de l'énergie. L'écoulement d'un **fluide réel** est plus complexe que celui d'un fluide idéal. En effet, il existe des forces de frottement, dues à la viscosité du fluide, qui s'exercent entre les particules de fluide et les parois, ainsi qu'entre les particules elles-mêmes. Pour résoudre un problème d'écoulement d'un fluide réel, on fait appel à des résultats expérimentaux, en particulier ceux de l'ingénieur et physicien britannique **Osborne Reynolds**.

Une méthode simplifiée de calcul des pertes de charge basée sur ces résultats expérimentaux est proposée. Elle est indispensable pour le dimensionnement des diverses installations hydrauliques (de pompage, de turbines, de machines hydrauliques et thermiques dans lesquelles est véhiculé un fluide réel...etc.)

IV.2. REGIMES D'ÉCOULEMENT - EXPERIENCE DE REYNOLDS

1. Fluide Réel

Un fluide est dit réel si, pendant son mouvement, les forces de contact ne sont pas perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquelles elles s'exercent (elles possèdent donc des composantes tangentielles qui s'opposent au glissement des couches fluides les unes sur les autres). Cette résistance est caractérisée par la viscosité.

2. Expérience de Reynolds

Un réservoir alimente une conduite horizontale en verre munie de deux prises de pression. Une vanne permet de régler la vitesse d'écoulement. Un tube effilé muni d'un réservoir de colorant permet de visualiser l'écoulement.

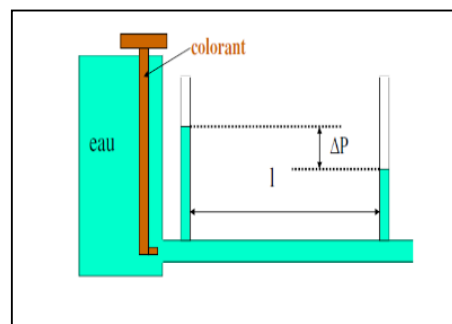
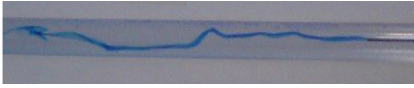


Figure IV.1: Expérience de Reynolds

- Régime laminaire :

Les filets fluides sont des lignes régulières, sensiblement parallèles entre elles.



- Régime turbulent :

Les filets fluides s'enchevêtrent, s'enroulent sur eux-mêmes.



Des études plus fines ont montré qu'il existe encore une subdivision entre :

- les écoulements turbulents lisses;
- les écoulements turbulents rugueux.

La limite entre ces différents types d'écoulements est évidemment difficile à appréhender.

En utilisant divers fluides à viscosités différentes, en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds donné par l'expression suivante:

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu}$$

Où:

- V : Vitesse moyenne d'écoulement à travers la section considérée en (m/s)
- d : Diamètre de la conduite ou largeur de la veine fluide en (m).
- ν : Viscosité cinématique du fluide (m²/s).

Les résultats empirique à titre indicatif :

Si $Re < 2000$ l'écoulement est laminaire

Si $Re > 2000$ l'écoulement est turbulent :

- Lisse si $2000 < Re < 100000$
- Rugueux si $Re > 100000$

Si l'on admet pour limite supérieure du régime laminaire la valeur $Re = 2000$, nous obtenons

$$V = \frac{2000 \cdot \nu}{d}$$

qui donne la vitesse maximum du régime laminaire.

C'est la vitesse critique d'écoulement pour une viscosité et un diamètre donnés. Cette relation permet, pour une installation existante, d'en déterminer le régime d'écoulement par la simple connaissance de la vitesse (voir figure IV.2).

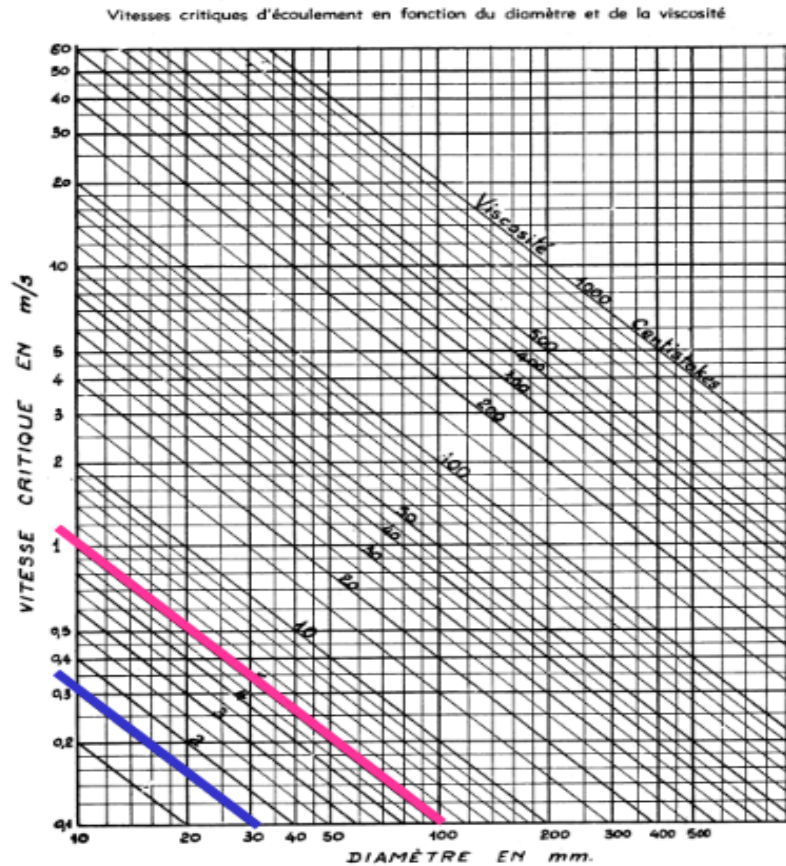


Figure IV.2: Vitesse critique d'écoulement

L'eau ayant une viscosité inférieure à 1,8 cSt, la vitesse critique est très basse et sera toujours dépassée. Le régime sera considéré turbulent.

Il n'y a que les canalisations fioul ($\nu = 6$ cSt) qui permettront avec de faibles diamètres d'être inférieur à la vitesse critique et d'obtenir un régime laminaire.

IV.3. PERTES DE CHARGE LINEAIRES ET PERTES DE CHARGE SINGULIERES

IV.3. 1. DEFINITION

Considérons un écoulement entre deux points (1) et (2) d'un fluide réel dans une conduite, tel que entre les points (1) et (2) il n'y ait pas de machine hydraulique.

Reprenons le schéma de la veine fluide du paragraphe 4 du chapitre 3 avec les mêmes notations et les hypothèses suivantes:

- Le fluide est réel et incompressible : cela suppose l'existence de forces élémentaire de frottement visqueux $d\tau$ qui contribue dans l'équation de bilan par un travail négatif et donner naissance à des pertes de charges.
- L'écoulement est permanent.

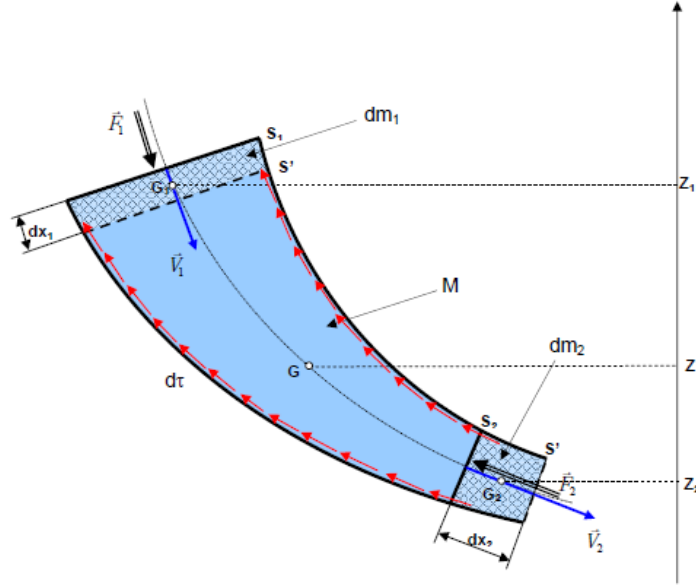


Figure IV.3: Schéma d'une veine d'un fluide réel incompressible

On considère un axe Z

vertical dirigé vers le haut. On désigne par Z_1 , Z_2 et Z respectivement les altitudes des centres de gravité des masses dm_1 , dm_2 et M .

On désigne par F_1 et F_2 respectivement les normes des forces de pression du fluide agissant au niveau des sections S_1 et S_2 .

A l'instant t le fluide de masse $(dm_1 + M)$ est compris entre S_1 et S_2 . Son énergie mécanique est :

$$E_{mec} = E_{pot} + E_{cin} = (dm_1 \cdot g \cdot Z_1 + MgZ) + \frac{1}{2} dm_1 \cdot V_1^2 + \int_{S_1}^{S_2} \frac{dm \cdot V^2}{2}$$

A l'instant $t' = (t + dt)$ le fluide de masse $(M + dm_2)$ est compris entre S'_1 et S'_2 . Son énergie mécanique est :

$$E'_{mec} = E'_{pot} + E'_{cin} = (MgZ + dm_2 \cdot g \cdot Z_2) + \int_{S_1}^{S_2} \frac{dm \cdot V^2}{2} + \frac{1}{2} dm_2 \cdot V_2^2$$

On applique le théorème de l'énergie mécanique au fluide entre t et t' :

« La variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces extérieures ». On prendra en considération cette fois ci le travail des forces de frottement visqueux $d\tau$.

$$E'_{mec} - E_{mec} = W_{Force\ de\ pression} + \sum W_{dt} = F_1 \cdot dx_1 - F_2 \cdot dx_2 + \sum W_{dt}$$

$$\Leftrightarrow E'_{mec} - E_{mec} = P_1 \cdot S_1 \cdot dx_1 - P_2 \cdot S_2 \cdot dx_2 + \sum W_{dt} = P_1 \cdot dV_1 - P_2 \cdot dV_2 + \sum W_{dt}$$

En simplifiant on obtient :

$$dm_2 \cdot g \cdot Z_2 + \frac{1}{2} dm_2 \cdot V_2^2 - dm_1 \cdot g \cdot Z_1 - \frac{1}{2} dm_1 \cdot V_1^2 = \frac{P_1}{\rho_1} \cdot dm_1 - \frac{P_2}{\rho_2} \cdot dm_2 + \Sigma W_{dt}$$

Par conservation de la masse: $dm_1=dm_2=dm$ et puisque le fluide est incompressible: $\rho_1=\rho_2=\rho$ on aboutie à l'équation de Bernoulli

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = \frac{\Sigma W_{dt}}{dm}$$

On définit la perte de charge entre les points (1) et (2) par

$$j_{12} = \frac{\Sigma W_{dt}}{md}$$

qui est la perte d'énergie par frottement visqueux par unité de masse qui passe.

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = j_{12} \dots \dots \dots (4)$$

L'unité de chaque terme de la relation (4) est le joule par kilogramme (J/kg), en divisant par g la relation (4) devient homogène à des longueurs en mètre :

$$\frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\omega} + Z_2 = \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\omega} + Z_1 + \frac{j_{12}}{g}$$

Elle peut être interprétée graphiquement de la manière suivante :

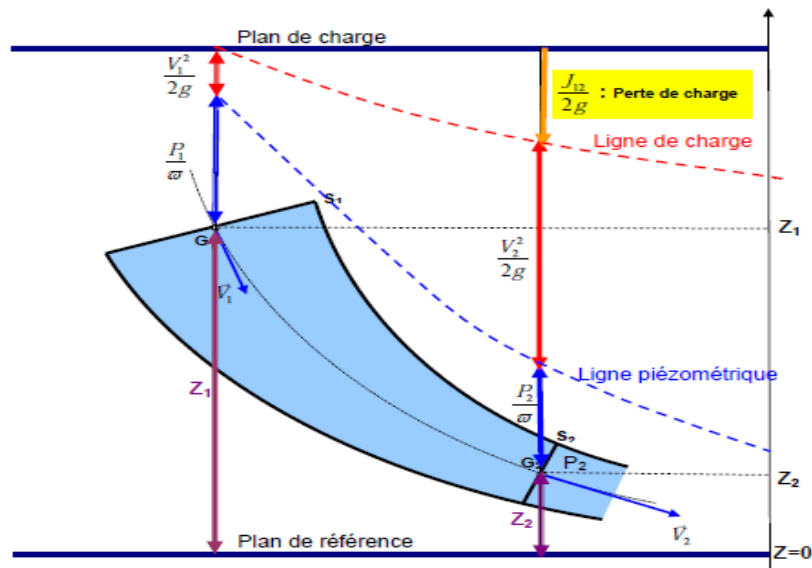


Figure IV.4: Schéma d'une veine d'un fluide réel incompressible en considération des pertes de charge

Portons sur la verticale, à partir du centre de gravité G_1 de la section S_1 une distance égale à P_1/ω . Le lieu de toutes les extrémités de ces segments s'appelle **ligne piézométrique**.

Portons sur la verticale au dessus de la ligne piézométrique la quantité $V_1^2/2.g$. Le lieu de toutes les extrémités de ces segments représente **la ligne de charge**.

En l'absence de pertes de charge, la ligne de charge est confondue avec le plan de charge. Ce plan de charge donne une représentation graphique de la constance tirée de l'équation de Bernoulli pour un fluide parfait. La perte de charge totale exprimée en hauteur de liquide depuis le début de l'écoulement, est égale à la distance entre la ligne de charge et le plan de charge, mesurée sur la verticale passant par le point G_1 . La perte de charge entre deux points G_1 et G_2 de l'écoulement est donnée par la différence de cote de la ligne de charge sur les verticales passant par les points précédents.

La perte de charge J_{12} peut être due à une perte de charge linéaire et une perte de charge singulière : $J_{12} = J_s + J_L$

Par exemple, dans le circuit représenté dans la figure ci-dessous, les tronçons BC, DE, FG, HI et JK sont des coudes de différents angles, donc elles présentent des pertes de charge singulières. Les tronçons AB, CD, EF, GH, IJ et KL sont des conduites rectilignes, donc elles présentent des pertes de charge linéaires.

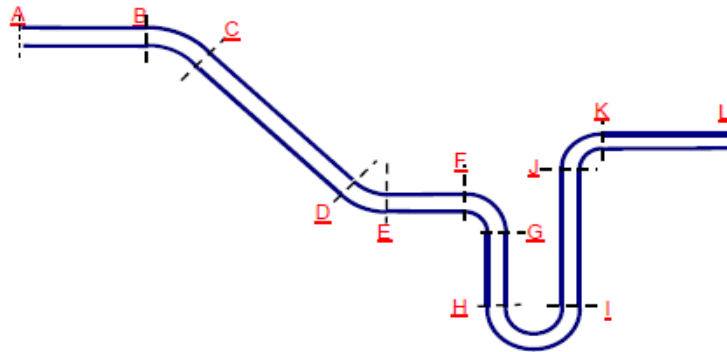


Figure IV.5: Schéma d'un circuit contenant des pertes de charge linéaires et singulières

IV.3. 2. Pertes de charge singulières

Quand la conduite subit de brusque variation de section ou de direction, il se produit des pertes de charges dites singulières, elles sont généralement mesurable et font partie des caractéristiques de l'installation.

On les exprime par :

$$J_s = -K_s \cdot \frac{V^2}{2}$$

Où

s : Indice de l'accident de forme de la conduite;

K_s : Coefficient (sans unité) de pertes de charge, Il dépend de la nature et de la géométrie de l'accident de forme (voir tableau IV.1).

Les valeurs de $s K$ sont données par les constructeurs dans leurs catalogues.

Tableau IV.1: Valeurs de K_s selon la singularité

<i>Diamètre de tube acier, inox, cuivre ou plastique</i>		<i>8+16mm</i>	<i>18+28mm</i>	<i>30+54mm</i>	<i>> 54</i>
<i>Diamètre de tube acier</i>		<i>3/8°+1/2°</i>	<i>3/4°+1°</i>	<i>1 1/4°+2°</i>	<i>> 2°</i>
<i>Types de résistance singulière</i>	<i>Symbole</i>				
Coude serré à 90° $r/d = 1.5$		2	1.5	1	0.8
Coude normal à 90° $r/d = 2.5$		1.5	1	0.5	0.4
Coude large à 90° $r/d = 3.5$		1	0.5	0.3	0.3
Coude serré en U $r/d = 1.5$		2.5	2	1.5	1
Coude normal en U $r/d = 2.5$		2	1.5	0.8	0.5
Coude large en U $r/d = 3.5$		1.5	0.8	0.4	0.4
Elargissement			1		
Restriction			0.5		
Déviations simple avec T équerre			1		
Jonction simple avec T équerre			1		
Déviations double avec T équerre			3		
Jonction double avec T équerre			3		
Déviations simple avec angle incliné (45°- 60°)			0.5		
Jonction simple avec angle incliné (45°- 60°)			0.5		
Déviations avec amorce			2		
Jonction avec amorce			2		

IV.3. 3. Pertes de charges linéaires

Les pertes de charges linéaires, sont des pertes de charge réparties régulièrement le long des conduites. En chaque point d'un écoulement permanent, les caractéristiques de l'écoulement sont bien définies et ne dépendent pas du temps. La représentation graphique de l'écoulement prend l'allure ci-dessous.

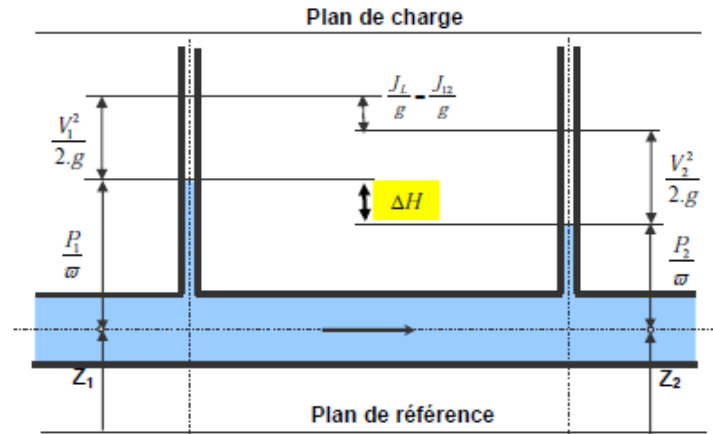


Figure IV.6: Schéma de perte de charge linéaire

La vitesse étant constante, la ligne piézométrique et la ligne de charge sont parallèles. La variation de hauteur piézométrique, évaluée en hauteur de liquide est égale à la perte de charge linéaire entre les deux points de mesure. Les pertes de charge linéaires sont proportionnelles à la longueur L de la conduite, inversement proportionnelles à son diamètre d , proportionnelle au carré de la vitesse débitante V du fluide.

$$J_L = \lambda \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \left(\frac{L}{d} \right)$$

Où:

- V : vitesse moyenne d'écoulement dans la conduite (m/s)
- L : longueur de la conduite (m)
- d : diamètre de la conduite (m)
- λ : coefficient de perte de charge linéaire. Il dépend du régime d'écoulement et notamment du nombre de Reynolds.

Dans un régime d'écoulement laminaire : $Re < 2000$.

$\lambda = 64 / Re$ (Formule de Poiseuille)

Dans un régime d'écoulement turbulent lisse : $2000 < Re < 10^5$

$\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$ (Formule de Blasius)

Dans un régime d'écoulement turbulent rugueux : $Re > 10^5$

$\lambda = 0,79 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}$ (Formule de Blench)

Avec :

ε : rugosité de la surface interne de la conduite (mm)

d : diamètre intérieur de la conduite (mm)

Parfois, on lit la valeur de λ sur un abaque établie par Moody (voir figure IV.7).

IV.3. 4. Diagramme de Moody

En 1944, Lewis Ferry Moody publie un graphique représentant le facteur de friction de Darcy-Weisbach en fonction du nombre de Reynolds Re pour diverses valeurs de rugosité relative ε / D . Ce graphique est connu sous le nom de graphe de Moody ou Diagramme de Moody. Ce travail est une adaptation du travail de Hunter Rouse à l'aide des coordonnées employées par R. J. S. Pigott, dont le travail était basé sur une analyse de quelque 10 000 expériences provenant de diverses sources⁴. Les mesures de débits de fluides dans des tuyaux artificiellement rendus rugueux par J. Nikuradse⁵ étaient à ce moment-là encore trop récentes pour avoir été pris en compte par Pigott.

Le diagramme a pour but de fournir une représentation graphique de la fonction produite par C. F. Colebrook en collaboration avec C. M. White⁶. Cette fonction permettant de dessiner une courbe de transition reliant la zone de transition entre les tuyaux lisses et rugueux, c'est-à-dire la région de turbulence incomplète ou régime transitoire.

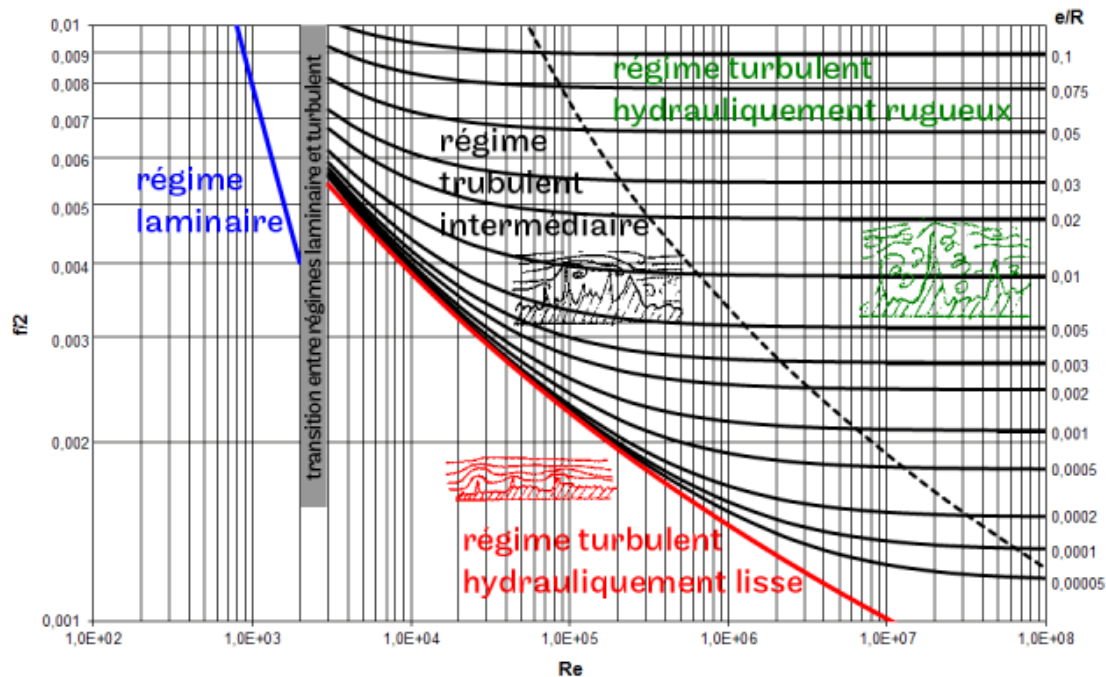


Figure IV.7: Diagramme de Moody

IV.3. 5. Rugosité

Le tableau suivant illustre la rugosité qui correspond chaque type de conduite.

Tableau IV.2: Rugosité en mm de chaque type de conduite

Type de conduite	Rugosité ϵ en mm
Conduites étirées (cuivre, etc...)	0,0015
Conduites en PVC et polyéthylène	0,007
Tuyauterie en acier du commerce	0,045
Conduites en amiante - ciment	0,005...0,1
Tuyauterie en fonte asphalté	0,125
Conduites en tôle d'acier agrafés	0,15
Tuyauterie en acier galvanisé	0,15
Tuyauterie en acier rouillées	0,15...1,0
Conduites en bois	0,2...1,0
Tuyauterie en fonte	0,4...0,6
Conduites souples agrafés en spirale	0,6...2,0
Conduites treillis métallique en enduit	1,5
Tuyauterie en acier très rouillées	1,0...3,0
Conduites en béton brute de décoffrage	1,0...3,0
Conduites maçonnées	3,0...5,0

IV.4. GENERALISATION DE THEOREME DE BERNOULLI AUX FLUIDES REELS

Considérons un écoulement entre deux points (1) et (2) d'un fluide réel dans une conduite. On suppose éventuellement, qu'il existe entre (1) et (2) des machines hydrauliques. On note :

J_{12} : Somme de toutes les pertes de charge, singulière et linéaires entre les sections (1) et (2).

P_n : Puissance mécanique échangé entre le fluide et les machines éventuellement placées entre (1) et (2). Le Théorème de Bernoulli prend la forme générale suivante:

$$\frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + \frac{1}{\rho} \cdot (P_2 - P_1) + g \cdot (Z_2 - Z_1) = J_{12} + \frac{P_n}{q_m}$$

IV.5. CONCLUSION

Les formules exposées dans ce chapitre relatives aux pertes de charge constituent un outil de calcul grossier permettant d'obtenir des valeurs approximatives. Même s'il demeurerait grossier, il serait néanmoins très utile pour une tâche de conception ou l'on privilégie la simplicité et la rapidité d'exécution quitte à perdre un peu de précision.

IV.6. EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE N°1

1) Enoncé

On pompe une huile de densité 0,860 par un tube horizontal de diamètre $D = 5$ cm, de longueur $L = 300$ m avec un débit $Q = 1,20$ l/s. L'écoulement est supposé laminaire. La perte de charge pour ce tronçon est de 21 m C.E. (colonne d'eau). Quels sont les viscosités dynamique et cinématique de l'huile utilisée ? Quel est le nombre de Reynolds de l'écoulement ?

2) Réponse

Perte de charge linéaire: $\Delta h = \lambda \cdot \frac{LU^2}{D \cdot 2g}$ ou encore $\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda \cdot \frac{L \rho U^2}{2D}$

$$\text{Ici } U = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{\pi (0,05)^2} = 0,611 \text{ m/s}$$

$$\text{On en déduit: } \lambda = \rho_{eau} \cdot \Delta h \cdot D \cdot 2g / ((\rho_{huile} \cdot LU^2)) = 21 \cdot 0,05 \cdot 2 \cdot 9,81 / (0,86 \cdot 300 \cdot 0,611^2) = 0,214$$

Si on suppose que l'écoulement est laminaire (à vérifier par le calcul du nombre de Reynolds ensuite), il vient que par la relation de Poiseuille: $\lambda = 64 \cdot Re^{-1}$

$$\text{Pour la viscosité cinématique: } \nu = \lambda UD / 64 = 0,214 \cdot 0,611 \cdot 0,05 / 64 = 1,02 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$$

$$\mu = \nu \rho = 1,02 \cdot 10^{-4} \cdot 860 = 0,0877 \text{ Poiseuille} = 0,0877 \text{ Pa.s}$$

Mais $Re = 64 / \lambda = 299 < 2000$, on est bien en laminaire

EXERCICE N°2

1) Enoncé

Une huile de densité 0,850 et de viscosité dynamique 0,10104 Pa.s circule dans un tuyau de fonte lisse de longueur $L = 3000$ m, de diamètre $D = 30$ cm, avec un débit $Q = 44$ l/s. Quelle est la perte de charge dans ce tuyau ?

2) Réponse

$$\text{La vitesse moyenne est donnée par } U = 4Q / (\pi D^2) = 4 \cdot 44 \cdot \frac{10^{-3}}{\pi \cdot 0,3^2} = 0,622 \text{ m/s}$$

$$\text{Le nombre de Reynolds } Re = \rho UD / \mu = 850 \cdot 0,622 \cdot 0,3 / 0,10104 = 1570$$

$$\text{Le coefficient de perte de charge } \lambda = 64 \cdot Re^{-1} = \frac{64}{1570} = 0,04076$$

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda \cdot \frac{L \rho U^2}{2D} = 0,04076 \cdot 3000 \cdot 850 \cdot \frac{0,622^2}{2 \cdot 0,3} = 67027 \text{ Pa} = 6,8 \text{ m CE}$$

EXERCICE N°3**1) Enoncé**

Du fioul lourd circule de A à B par un tuyau d'acier de diamètre $D = 15 \text{ cm}$ et de longueur $L = 900 \text{ m}$. Sa densité est 0,915 et sa viscosité cinématique est de $4,13 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. La pression en A est 110 m CE, celle en B de 3,5 m CE. Quelle est le débit en l/s ?

2) Réponse

On suppose que le régime est laminaire

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h = \lambda \cdot \frac{L \rho U^2}{2D} \text{ avec } \lambda = 64 \cdot \text{Re}^{-1}$$

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h = \frac{64 \nu}{UD} \cdot \frac{L \rho U^2}{2D}$$

$$\text{Soit } U = \frac{\rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot \Delta h \cdot D^2}{32 \cdot \nu \cdot \rho_{\text{fioul}} \cdot L} = 2,16 \text{ m/s}$$

On vérifie de suite l'ordre de grandeur du nombre de Reynolds: $\text{Re} = 784 < 2000$

On en déduit le débit volumique: $Q = U \cdot \pi R^2 = 38,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 35,2 \text{ l/s}$

EXERCICE N°4**1) Enoncé**

Une huile de pétrole de viscosité $\mu = 2 \text{ poises}$, de masse volumique 900 kg/m^3 , s'écoule à un débit de $Q = 35 \text{ l/s}$ dans une conduite horizontale de diamètre $D = 15 \text{ cm}$. ($1 \text{ Pa.s} = 1 \text{ Poiseuille} = 10 \text{ poises}$, $1 \text{ poise} = 1 \text{ g/cm.s}$) Calculez dans ces conditions : a) le nombre de Reynolds b) la perte de charge en mètres d'eau par kilomètre de conduite c) la puissance dépensée pour assurer la circulation de l'huile sur une longueur de 1 km d) l'énergie dépensée pour transporter 1 tonne d'huile sur 1 km

2) Réponse

On calcule d'abord la vitesse de débit $U = 4Q/(\pi D^2) = 4 \cdot 35 \cdot 10^{-3} / (\pi \cdot 0,15^2) = 1,98 \text{ m/s}$

Le nombre de Reynolds $\text{Re} = UD\rho/\mu = 1,98 \cdot 0,15 \cdot 900 / 0,2 = 1336$ (régime laminaire), on a:

$$\lambda = 64 \cdot \text{Re}^{-1}$$

La perte de charge (en terme de pression) est $\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda \cdot (L \rho U^2) / 2D$, ce qui donne en mètre d'eau:

$$\Delta h_{\text{eau}} = \frac{\Delta p}{\rho_{\text{eau}} g} = \lambda \cdot \frac{L \rho_{\text{huile}} U^2}{2D g \rho_{\text{eau}}} = \frac{32 \cdot 1000 \cdot 1,98^2 \cdot 900}{1336 \cdot 0,15 \cdot 9,81 \cdot 1000} = 57,43 \text{ m CE}$$

La puissance dissipée est donnée par la perte de charge exercée sur la section de la conduite x vitesse de débit soit:

$$P = \Delta p \cdot \pi \cdot D^2 \cdot U / 4 = 57,43 \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot \pi \cdot 0,15^2 \cdot 1,98 / 4 = 9713 \text{ Watts} = 19,713 \text{ KW}$$

On sait que le débit volumique est de 35l/s, soit un débit massique $Q_m = \rho Q = 31,5 \text{ kg/s}$. une tonne est transportée en $1000 \text{ kg} / Q_m = 31,746 \text{ s} = T$.

L'énergie fournie pour transporter tonne sur 1 km est donc $E = PT = 626 \text{ k.Joule}$

EXERCICE N°5

1) Enoncé

- a) Déterminer le type d'écoulement ayant lieu dans une conduite de 30 cm de diamètre quand, à 15°C, circule de l'eau à la vitesse de 1 m/s ($\nu = 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$).
- b) Déterminer le type d'écoulement ayant lieu dans une conduite de 30 cm de diamètre quand, à 15°C, circule du fuel-huile lourde avec la même vitesse ($\nu = 2,06 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$).

2) Réponse

- a) $Re = 265\,490 \gg 2000$ régime largement turbulent
- b) $Re = 16\,181 \gg 2000$ régime turbulent aussi

EXERCICE N°6

1) Enoncé

Dans le système représenté dans la figure ci-dessous, la pompe BC doit amener avec un débit de 160 l/s de l'huile de densité 0,762 du réservoir A au réservoir D. La viscosité cinématique de cette huile est égale à $54,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

- a) Déterminer le nombre de Reynolds de l'écoulement et le coefficient de perte de charge linéaire de la conduite;
- b) Calculer la perte de charge linéaire Δp du tronçon de conduite AB. En déduire la valeur de Δh en hauteur d'huile.
- c) Calculer la perte de charge linéaire Δp du tronçon de conduite CD. En déduire la valeur de Δh en hauteur d'huile.
- d) En considérant les pertes de charge singulières comme négligeables devant les pertes de charge linéaires, calculer la hauteur manométrique (hauteur d'huile) que doit avoir la pompe pour faire fonctionner cette installation.
- e) Calculer la puissance fournie par la pompe au système.
- f) Tracer la ligne de charge du système.

2) Réponse

La vitesse moyenne est donnée par $U = \frac{4Q}{\pi D^2} = 4.160 \cdot \frac{10^{-3}}{\pi 0,3^2} = 2,26 \text{ m/s}$

a) Le nombre de Reynolds $Re = \rho U D / \mu = 2,26 \cdot 0,3 / 54,8 \cdot 10^{-6} = 12372$ (régime turbulent).

b) Le coefficient de perte de charge en régime turbulent de Blasius: $\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$

$$\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25} = 0,316 \cdot (12372)^{-0,25} = 0,03$$

Par unité de longueur, la perte de charge linéaire est de:

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda \cdot \frac{\rho U^2}{2D} = 0,03 \cdot 762 \cdot \frac{2,26^2}{2 \cdot 0,3} = 194,6 \text{ Pa} = 0,2603 \text{ m CHuile}$$

Sur le tronçon AB: $\Delta h = 2,49 \text{ m CHuile}$;

Sur le tronçon BC: $\Delta h = 6,48 \text{ m CHuile}$;

c) La perte de charge linéaire totale est de 8,97 m CHuile.

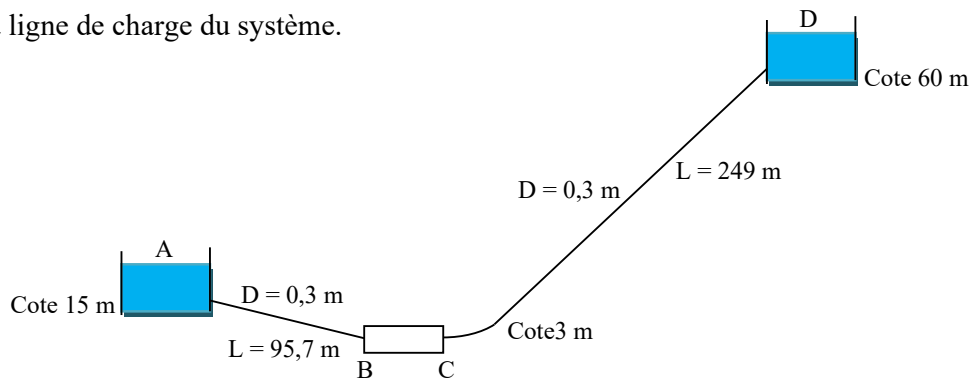
d) Comme la pompe doit amener l'huile de 45 m de haut à 60 m de haut (soit 15 m), la hauteur manométrique de la pompe doit être de:

$$H = 8,97 + 15 = 23,97 \text{ m CHuile}$$

e) Puissance de la pompe:

$$P = \rho g H (\pi \cdot R^2) \cdot U = 762 \cdot 9,81 \cdot 55 \cdot \left(\pi \cdot \frac{0,3^2}{4} \right) \cdot 2,26 = 65679 \text{ W} = 65,7 \text{ KW}$$

f) La ligne de charge du système.

**EXERCICE N°7****1) Énoncé**

Déterminer le régime d'écoulement dans une conduite de 3 cm de diamètre pour:

- 1) De l'eau circulant à la vitesse $v = 10,5 \text{ m/s}$ et de viscosité cinématique $1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- 2) Du fuel lourd à 50°C circulant à la même vitesse (Viscosité cinématique $110 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$).
- 3) Du fuel lourd à 10°C circulant à la même vitesse (Viscosité cinématique $290 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$).

2) Réponse

On calcule le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu}$$

$$1) Re = \frac{10,5 \cdot 0,03}{1 \cdot 10^{-6}}$$

$Re = 315000 > 100000$ l'écoulement est turbulent rugueux

$$2) Re = \frac{10,5 \cdot 0,03}{110 \cdot 10^{-6}}$$

$Re = 2863,63 \quad 2000 < Re < 100000$ l'écoulement est turbulent lisse

$$3) Re = \frac{10,5 \cdot 0,03}{290 \cdot 10^{-6}}$$

$Re = 1086,2 \quad Re < 2000$ l'écoulement est laminaire

EXERCICE N°8

1) Enoncé

Du fuel lourd de viscosité dynamique $\mu = 0,11 \text{ Pa.s}$ et de densité $d=0,932$ circule dans un tuyau de longueur $L=1650 \text{ m}$ et de diamètre $D=25 \text{ cm}$ à un débit volumique $q_v=19,7 \text{ l/s}$.

On donne la masse volumique de l'eau 1000 kg/m^3 eau $\rho =$.

Travail demandé :

- 1) Déterminer la viscosité cinématique ν du fuel.
- 2) Calculer la vitesse d'écoulement V .
- 3) Calculer le nombre de Reynolds Re .
- 4) En déduire la nature de l'écoulement.
- 5) Déterminer le coefficient λ de pertes de charge linéaire.
- 6) Calculer la perte de charge JL dans le tuyau.

2) Réponse

- 1) Viscosité cinématique

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{d \cdot \rho_{\text{eau}}}$$

$$\nu = \frac{0,11}{1000 \cdot 0,932} = 118 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

- 2) Vitesse d'écoulement

$$V = \frac{4q_v}{\pi \cdot D^2}$$

$$V = \frac{4.19,7.10^{-3}}{\pi.0,25^2} = 0,4013m/s$$

3) Nombre de Reynolds

$$Re = \frac{V.D}{\nu}$$

$$Re = \frac{0,4013.0,25}{118.10^{-6}}$$

4) $Re < 2000$ donc l'écoulement est laminaire

5) Formule de Poiseuille $\lambda = 64/Re$

$$\lambda = 64/850,211 = 0,07527$$

6) Perte de charge linéaire

$$J_L = -\lambda. \frac{V^2}{2} \cdot \left(\frac{L}{D}\right)$$

$$J_L = -0,07527 \cdot \frac{0,4013^2}{2} \cdot \left(\frac{1650L}{0,25}\right) = 40 J/Kg$$

Bibliographie

ABDELKADER B AMEUR

Mécanique des fluides appliquée a l'eau: principe fondamentaux et exercices corrigés, 2009

ADIL RIDHA

Dynamique des Fluides Réels Mathématiques, et applications, spécialité mécanique, Université de Caen Département de Mathématiques et Mécanique, 2008

CELINE ANTHOINE GUILLAUME LEVEVRE – SAMUEL MARQUE

Mécanique des fluides, 1999.

CHRISTIAN GROSSETETE

Mécanique des fluides, Cours, exercices et problèmes corrigés, Classes préparatoires- Premier cycle universitaire, 1999.

INGE L RYHMING

Dynamique des fluides, Presse Polytechniques et Universitaires Romandes, 2004.

MICHEL CARLIER

Hydraulique générale et appliquée, Collection Direction des études et recherches d'Electricité de France, paris, 19867.

MOHAMED. ELGUERRI

Mécanique des fluides théorie et applications, Université Ibn khaldoun de Tiaret faculté des sciences appliquées département de génie civile, 2015.

MOHAMED MAALEJ

Mécanique des fluides incompressibles, Centre de Publication Universitaire (CPU), 2001.

RAYMOND COMOLET, JACQUES BONNIN

Mécanique expérimentale des fluides - Volume 3 - Recueil d'exercices corrigés avec rappels de cours, 2003.

RIADH BEN HAMOUDA

Notions de mécanique des fluides, Cours et exercices corrigés, Centre de Publication Universitaire (cpu), 2008.

SARRA. YUCEFI

Polycopie de mécanique des fluides cours et applications, université des sciences et de la Technologie Mohamed Boudiaf Oran Faculté De Génie Mécanique Département De Génie Mécanique, 2016.

SOUHA BAHLOUS EL OUAFI

Hydraulique. Cours et Exercices, Centre de Publication Universitaire (CPU), 2002.