

*Fonctionnement physique
des diodes à jonction PN et
des diodes Schottky
«métal/ semi-conducteur»*

*Année universitaire 2014-2015
Azeddine B.*

Sommaire

<i>Chapitre_I Fonctionnement physique de la jonction PN</i>	<i>4</i>
<i>1-1 Introduction</i>	<i>5</i>
<i>2-4 1-2 Rappel des relations générales</i>	<i>5</i>
<i>2-5 1-3 Charge d'espace</i>	<i>7</i>
<i>1-4 Potentiel de diffusion</i>	<i>9</i>
<i>A- première méthode</i>	<i>10</i>
<i>B- deuxième méthode</i>	<i>10</i>
<i>C- troisième méthode</i>	<i>11</i>
<i>1-5 Champ électrique</i>	<i>13</i>
<i>1-6 Le potentiel dans la ZCE</i>	<i>14</i>
<i>1-7 La largeur de la ZCE</i>	<i>16</i>
<i>1-8 Etude d'une jonction graduelle linéaire</i>	<i>17</i>
 <i>chapitre II Jonction PN polarisée par une tension extérieure continue</i>	 <i>20</i>
<i>2-6 Schéma des bandes d'énergie et du potentiel électrique</i>	<i>22</i>
<i>2-7 2-2 Charge d'espace de la zone de transition</i>	<i>23</i>
<i>2-8 2-3 Densité de courant à travers la jonction. Etude d'une diode à jonction pn</i>	<i>25</i>
<i>2.3.1 Théorie idéalisée de la jonction abrupte</i>	<i>26</i>
<i>2.3.2 Correction de la théorie de la diode idéale, diodes réelles</i>	<i>40</i>
<i>Polarisation directe</i>	<i>40</i>
<i>Polarisation inverse</i>	<i>42</i>
<i>Effet Zener</i>	<i>44</i>
<i>Effet d'avalanche-</i>	<i>45</i>
<i>2-9 Calcul du courant d'une diode en régime de forte injection</i>	<i>46</i>
 <i>Chapitre III Diodes Schottky</i>	 <i>50</i>
<i>3-1 Introduction</i>	<i>51</i>
<i>3-2 Diagramme des bandes d'énergie d'un contact idéal</i>	<i>51</i>

3-3 Contact ohmique	52
3-4 Barriere Schottky.Zone de charge d'espace	53
3.4.1 Zone désertée	53
3.4.2 Charge totale de la zone de charge d'espace	54
3.4.3 Capacité	54
3.4.4 L'effet d'abaissement de la barriere, l'effet Schottky	55
3.4.4.1 Cas du vide	55
3.4.4.2 Cas d'une barrière entre un métal et un semi-conducteur	56
3-5 Transport à travers la jonction	57
3.5.1. Généralités	57
3.5.2. Conduction des porteurs majoritaires	59
3.5.3 Théorie Thermoïonique	60
3.5.4 Théorie de diffusion	63
3.5.5 Théorie mixte (théorie thermoïonique –diffusion)	65
3.5.6 Conduction des porteurs minoritaires	66
3.5.7. Comparaison entre une diode à jonction pn et une diode Schottky	66
3.5.8. Caractérisation d'une diode métal/semi-conducteur	67
 Annexe A : Résolutions des équations différentielles avec second membre	 69
1-premier Cas	70
2-deuxième Cas	71
Solutions particulières	72
 Bibliographie	 75

CHAPITRE I

Fonctionnement physique de la jonction p-n.

CHAPITRE I

Fonctionnement physique de la jonction p-n.

I.1 Introduction :

Le développement des composants semi-conducteurs reste lié à l'étude fondamentale de la physique des semi-conducteurs. Les auteurs dont les découvertes ont été utilisées en pratique, ont été couronnés de prix Nobel. On peut citer les travaux de John Bardeen, Walter **Brattain** et William **Shockley** (**Nobel 1956 pour la découverte du transistor**), **Leo (Reona) Esaki** (**Nobel 1973 , effet tunnel dans les semi-conducteurs**), **Zhores I. Alferov** avec **Jack S. Kilby** et **Herbert Kroemer** (Nobel 2000 pour leurs travaux qui ont jeté les bases des nouvelles technologies de l'information, en particulier par leur invention des transistors rapides, des diodes laser et des circuits intégrés 'puces').

Avant d'étudier des structures compliquées comme la diode Schottky (la jonction métal-semi-conducteur), les hétérojonctions, les super-réseaux ou les systèmes à puits quantiques simples et doubles, on étudiera le fonctionnement physique d'une jonction simple dite p-n, le fonctionnement de la plupart des semi-conducteurs est basé sur la spécificité des caractéristiques de cette jonction (dite métallurgique) des semi-conducteurs dopés différemment. Ces caractéristiques sont dues à un certain nombre de phénomènes physiques qui se produisent dans ce contact dont l'injection, l'effet tunnel, l'ionisation par impact etc...

On étudiera ces phénomènes physiques, en établissant leurs rôles dans les diodes à jonctions p-n, ainsi que leurs influences sur la géométrie des dispositifs et les paramètres des semi-conducteurs. L'un des principaux phénomènes physiques qui se produisent à l'interface des semi-conducteurs (qu'on notera dorénavant SC) de type p et de type n est l'apparition d'une barrière d'énergie et d'une région appauvrie de porteurs de charge dite zone de charge d'espace (qu'on notera ZCE). La cause de cette barrière est due à la diffusion des porteurs de charges libres (électrons et trous)

I-2. Rappel des relations générales :

Pour les semi-conducteurs (SC) non dégénérés, à un point quelconque de la structure, les concentrations n_0 des électrons et des trous p_0 sont liés par (voir cours du module F112, programme du Master 1, 1-er semestre) :

$$n_0 \cdot p_0 = n_i^2 = N_c \cdot N_v \exp\left(-\frac{E_g}{KT}\right) \quad (1.1)$$

E_g Étant la largeur de la zone interdite (appelé aussi le « Gap »)

N_c et N_v sont les densités d'états effectives dans la bande de conduction et dans la bande de valence respectivement, K est la constante de Boltzmann, T la température interne du Semi-conducteur et n_i : la concentration intrinsèque du SC qui dépend de la température T et du gap E_g . La relation (1.1) est valable dans chacune des régions de la jonction, notons alors :

$$\left. \begin{array}{l} n_{no} : \text{La concentration des électrons dans la région } n \text{ loin de la ZCE} \\ p_{no} : \text{La concentration des trous dans la région } n \text{ loin de la ZCE} \\ n_{po} : \text{La concentration des électrons dans la région } p \text{ loin de la ZCE} \\ p_{po} : \text{La concentration des trous dans la région } p \text{ loin de la ZCE} \end{array} \right\} \quad (1.2)$$

A $T \neq 0^\circ K$, par exemple à température ambiante $T = 300^\circ K$, on suppose que tous les états donneurs et accepteurs sont totalement ionisés, à l'équilibre thermodynamique dans la région de type n , dopée avec des impuretés donneuses ayant une concentration N_d , alors la concentration de porteurs majoritaires (électrons) n_{no} est égale à : $n_{no} \simeq N_d$. Et la concentration de porteurs minoritaires

$$\text{(trous) est : } p_{no} = \frac{n_i^2}{n_{no}} = \frac{n_i^2}{N_d}. \text{ Avec } n_{no} \gg n_i \gg p_{no} \quad (1.3)$$

Dans la région de type p , dopée avec des impuretés acceptuses ayant une concentration N_a , à l'équilibre thermodynamique la concentration de porteurs majoritaires (trous) p_{po} est égale à :

$$p_{po} \simeq N_a. \text{ Et la concentration de porteurs minoritaires (électrons) est : } n_{po} = \frac{n_i^2}{p_{po}} = \frac{n_i^2}{N_a}. \text{ Avec, } p_{po} \gg n_i \gg n_{po}. \quad (1.4)$$

L'indice 0 représente les concentrations des porteurs de charge à l'équilibre.

L'étude de la plupart des dispositifs à semi-conducteurs consiste essentiellement à résoudre le système d'équations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial n}{\partial t} = G_n - \frac{n - n_0}{\tau_n} + \frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{J}_n \\ \frac{\partial p}{\partial t} = G_p - \frac{p - p_0}{\tau_p} - \frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{J}_p \end{array} \right\} \quad (1.5)$$

Les deux équations ci-dessus sont dites équations de continuité :

$$\left. \begin{aligned} \text{Avec } \vec{J}_n &= nq\mu_n \vec{\xi} + qD_n \overrightarrow{\text{grad}n} \\ \vec{J}_p &= nq\mu_p \vec{\xi} - qD_p \overrightarrow{\text{grad}p} \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

Les expressions des densités de courant des électrons et des trous respectivement, à ce système d'équations, il faut rajouter l'équation de Poisson :

$$\text{div} \vec{\xi} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1.7)$$

Pour étudier cette jonction on va faire quelques approximations en adoptant un modèle idéalisé :

- On suppose que le taux d'impureté est uniforme dans chaque région et est égale à N_D dans la région n et à N_A dans la région p .
- Le passage d'un type d'impureté à l'autre se fait brutalement au niveau de la jonction métallurgique, cette jonction est dite jonction « abrupte »

I.3 Charge d'espace

En prenant l'intersection du plan de la jonction métallurgique et du plan qui lui est perpendiculaire comme origine des abscisses, faisons les approximations suivantes :

- La double couche d'atomes ionisés qui forme une charge d'espace au voisinage de la jonction comprise entre $-x_p$ et x_n . Hors de cette zone, la charge d'espace est nulle
- Les concentrations n_0 et p_0 sont négligeables devant celles des impuretés, par conséquent

$$\text{on aura : } \rho(x) = q[N_D - N_A + p_0(x) - n_0(x)] = \begin{cases} \rho(x) = 0 ; & x < -x_p \text{ et } x > x_n \\ \rho(x) = -qN_A ; & -x_p \leq x \leq 0 \\ \rho(x) = qN_D ; & 0 \leq x \leq x_n \end{cases} \quad (1.8)$$

On peut facilement voir que la charge d'espace est :

- $$\left. \begin{aligned} &-qN_A \text{ dans la région } p \text{ entre } -x_p \text{ et } 0 \\ &+qN_D \text{ dans la région } n \text{ entre } 0 \text{ et } x_n \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

Ceci n'est évidemment pas **exact** aux frontières de la ZCE, mais les résultats obtenus montrent que l'approximation **est raisonnable**.

Si on prend

S : La surface de la jonction métallurgique,

Q^+ La charge totale de la ZCE dans la région n

Et Q^- la charge totale de la ZCE dans la région p

$$\left. \begin{aligned} \text{Alors } Q^+ &= qSN_D x_n \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Et } Q^- = -qSN_a x_p \quad (1.10)$$

La charge électrique totale étant nulle dans toute la structure à l'équilibre thermodynamique, c.à.d.

$$Q^+ + Q^- = 0 \quad (1.11)$$

$$\text{Ceci nous donne : } qN_a x_p = qN_d x_n \quad (1.12)$$

Cette relation montre que : la zone de charge d'espace s'étend principalement du côté le moins dopé.

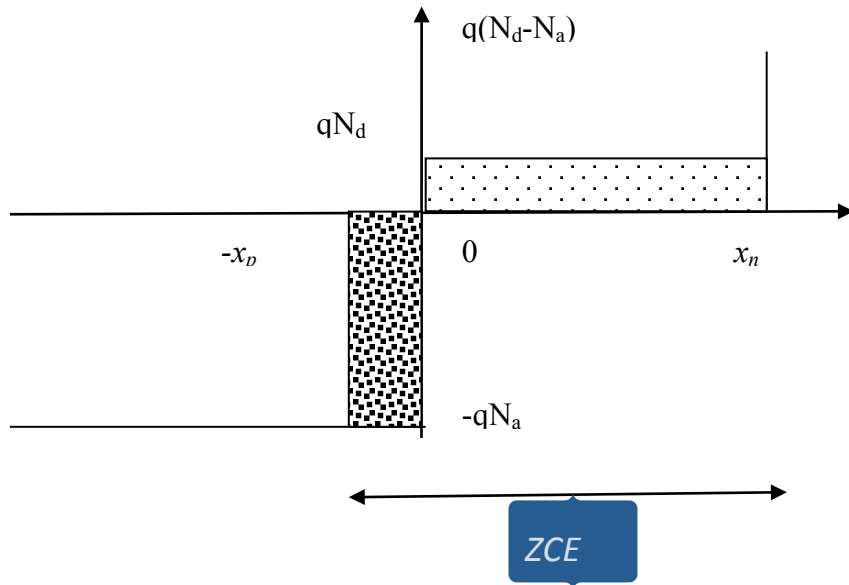


Figure 1. Représente la répartition idéalisée de la charge d'espace pour une jonction dite abrupte.

1.4 Potentiel de diffusion

La présence d'une charge d'espace implique l'existence d'un champ électrique et donc d'une différence de potentiel. Ce potentiel varie d'une valeur V_{cp} de la région p à une valeur V_{cn} dans la région n :

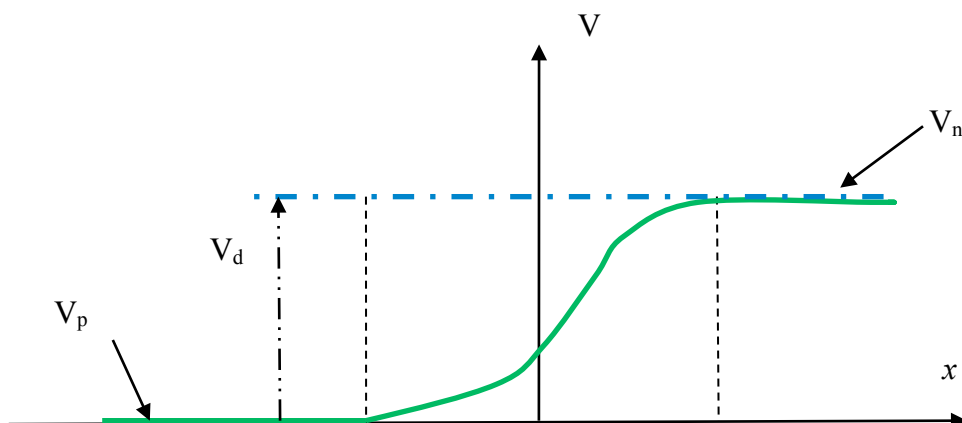


Figure 2. Potentiel électrique interne

La différence de potentiel entre ces deux régions constitue une barrière de potentiel qu'on appelle le **potentiel de diffusion**, du fait que cette barrière équilibre les forces de diffusion, cette tension est aussi notée V_d , indice bio built-in (en anglais) et 0 indice, signifiant l'équilibre thermodynamique :

$$V_{bi0} = V_d = |V_{cn} - V_{cp}| \quad (1.13)$$

Cette tension de diffusion V_{bi0} (ou V_d) peut être trouvée de manières différentes.

A- Première méthode

Cette méthode consiste à écrire que le niveau de Fermi est constant dans toute la structure. Dans ce cas les concentrations des électrons (ou des trous) dans chacune des régions s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} n_{n0} &= N_c e^{\frac{-(E_{cn} - E_F)}{KT}} && \text{Dans la région neutre n} \\ n_{p0} &= N_c e^{\frac{-(E_{cp} - E_F)}{KT}} && \text{Dans la région neutre p} \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

En faisant le rapport de ces dernières expressions :

$$\frac{n_{n0}}{n_{p0}} = e^{\frac{E_{cp} - E_{cn}}{KT}} \implies \frac{E_{cp} - E_{cn}}{KT} = \ln\left(\frac{n_{n0}}{n_{p0}}\right); \quad (1.15)$$

$$\text{Sachant que } E_{cp} = qV_{cp} \quad \text{et} \quad E_{cn} = qV_{cn} \quad (1.16)$$

$$\text{Donc } V_{bi0} = V_d = \frac{E_{cp} - E_{cn}}{q}$$

D'où on peut en tirer que :

$$V_{bi0} = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{n_{n0}}{n_{p0}}\right) \quad (1.17)$$

Et remplaçons n_{n0} par N_d et n_{p0} par $\frac{n_i^2}{N_a}$ on trouve finalement :

$$\boxed{V_{bi0} = V_d = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right)} \quad (1.18)$$

Ou si on pose que $V_T = \frac{KT}{q}$ (appelé potentiel thermique) alors : (1.19)

$$\boxed{V_{bi0} = V_d = V_T \ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right)} \quad (1.20)$$

B- 2eme méthode

Cette méthode consiste à écrire que les transferts d'énergie sont nuls c'est à dire que les courants des électrons et des trous sont nuls à l'équilibre thermodynamique.

Ecrivons les relations qui donnent les densités des courants des électrons et des trous relations (1.6) à une dimension :

$$\begin{cases} j_n = q\mu_n n\xi + qD_n \frac{dn}{dx} \\ j_p = q\mu_p p\xi - qD_p \frac{dp}{dx} \end{cases} \quad (1.21)$$

En écrivant que ces deux densités de courant sont nulles à l'équilibre thermodynamique on trouve alors :

$$\begin{cases} q\mu_n n\xi + qD_n \frac{dn}{dx} = 0 \\ q\mu_p p\xi - qD_p \frac{dp}{dx} = 0 \end{cases} \quad (1.22)$$

En utilisant les relations d'Einstein :

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{KT}{q} \text{ On peut en tirer que } D_n = \mu_n \frac{KT}{q} \text{ et } D_p = \mu_p \frac{KT}{q} \quad (1.23)$$

Les équations (1.22) prendront les formes suivantes :

$$\begin{cases} q\mu_n n\xi + \mu_n KT \frac{dn}{dx} = 0 \\ q\mu_p p\xi - \mu_p KT \frac{dp}{dx} = 0 \end{cases} \quad (1.24)$$

Ce qui permet d'écrire les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dn}{n} = -\frac{q}{KT} \xi dx \\ \frac{dp}{p} = +\frac{q}{KT} \xi dx \end{cases} \quad (1.25)$$

Sachant que le champ est : $\vec{\xi} = -\vec{\nabla}V$, à une dimension $\xi = -\frac{dV}{dx}$ alors $dV = -\xi dx$ d'où

$$\begin{cases} \frac{dn}{n} = +\frac{q}{KT} dV & (a) \\ \frac{dp}{p} = -\frac{q}{KT} dV & (b) \end{cases} \quad (1.26)$$

En intégrant une des deux équations dans toute la ZCE de $-x_p$ à x_n , comme exemple prenons

l'équation (1.26.a) ; on trouve alors :

$$\ln \left(\frac{n(x_n)}{n(-x_p)} \right) = \frac{q}{KT} (V_p - V_n) = \frac{q}{KT} V_{bio} \quad (1.27)$$

En explicitant $n(x_n) = N_d$ et $n(-x_p) = \frac{n_i^2}{N_a}$ alors on retrouve l'expression (1.20)

$$V_{bio} = V_d = V_T \ln \left(\frac{N_a N_d}{n_i^2} \right)$$

(1.28)

C- 3-eme méthode :

Cette méthode est totalement mathématique si on connaît les concentrations des porteurs de charge à la limite de la bande de conduction et de la bande de valence en fonction des niveaux de Fermi pour des SC non dégénérés :

$$n_{n0} = N_c e^{\frac{-(E_c - E_{Fn})}{KT}} \quad (1.29)$$

$$p_{p0} = N_v e^{\frac{-(E_{Fp} - E_v)}{KT}} \quad (1.30)$$

$$n_0 \cdot p_0 = n_i^2 = N_c \cdot N_v \exp\left(-\frac{E_g}{KT}\right) \quad (1.31)$$

$$\text{Tenant compte que } qV_{bi0} = E_{Fn} - E_{Fp} \quad (1.32)$$

$$\text{Avec } E_{Fn} = q\Phi_n \text{ et } E_{Fp} = q\Phi_p. \quad (1.33)$$

Alors de l'équation précédente on aura :

$$V_{bi0} = \Phi_n - \Phi_p. \quad (1.34)$$

$$qV_{bi0} = q(\Phi_n - \Phi_p) = E_{Fn} - E_{Fp}. \quad (1.35)$$

On peut ajouter et retrancher à cette équation (1.35) E_g le gap

$$qV_{bi0} = E_{Fn} - E_{Fp} + E_g - E_g. \quad (1.36)$$

$$\text{Connaissant que } E_g = E_c - E_v. \quad (1.37)$$

Alors cette équation prendra la forme :

$$qV_{bi0} = E_{Fn} - E_{Fp} + E_g - (E_c - E_v). \quad (1.38)$$

Qu'on peut écrire comme :

$$qV_{bi0} = +E_g - (E_{Fp} - E_v) - (E_c - E_{Fn}). \quad (1.39)$$

On remplace chacune des composantes de cette équation par sa valeur en fonction des concentrations données au début du paragraphe par les expressions (1.30), (1.31) et (1.32).

$$\text{De (1.31) on obtient : } E_g = KT \ln\left(\frac{N_c N_v}{n_i^2}\right). \quad (1.40)$$

$$\text{De (1.30) on obtient : } E_v - E_{Fp} = KT \ln\left(\frac{N_v}{p_{p0}}\right). \quad (1.41)$$

$$\text{Et de (1.29) : } E_c - E_{Fn} = KT \ln\left(\frac{N_c}{n_{n0}}\right). \quad (1.42)$$

On trouve :

$$qV_{bi0} = KT \ln\left(\frac{N_c N_v}{n_i^2}\right) - KT \ln\left(\frac{N_c}{n_{n0}}\right) - KT \ln\left(\frac{N_v}{p_{p0}}\right). \quad (1.43)$$

Alors

$$qV_{bi0} = KT \ln\left(\frac{n_{n0} p_{p0}}{n_i^2}\right) = KT \ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right). \quad (1.44)$$

D'où

$$V_{bi0} = V_d = \frac{KT}{q} \ln \left(\frac{N_a N_d}{n_i^2} \right) \quad (1.45)$$

1.5 Le champ électrique

Pour trouver le champ électrique dans la ZCE, il faut résoudre l'équation de Poisson donnée par l'expression (1.7) :

$$\text{div} \vec{\xi} = \frac{\rho}{\varepsilon} ;$$

Et la charge d'espace dans le cas général est à une dimension :

$$\rho(x) = \frac{q}{\varepsilon} [p(x) - n(x) + N_d^+(x) - N_a^-(x)] \quad (1.46)$$

Et à température ambiante, tous les atomes donneurs et accepteurs sont ionisés, c.à.d. :

$$N_d^+ \approx N_d \quad \text{Et} \quad N_a^- \approx N_a \quad (1.47)$$

$\rho(x)$ Prend alors les expressions des relations (1.8)

$$\rho(x) = [N_d - N_a + p_0(x) - n_0(x)] = \begin{cases} \rho(x) = 0, & x < -x_p \text{ et } x > x_n \\ \rho(x) = -qN_a, & -x_p \leq x \leq 0 \\ \rho(x) = qN_d, & 0 \leq x \leq x_n \end{cases} \quad (1.48)$$

Dans l'équation de Poisson $\text{div} \vec{\xi} = \frac{\rho}{\varepsilon}$, on étudie le cas à une dimension de l'équation de Poisson et de la distribution des charges suivant x comme l'indique l'équation (1.48) :

L'équation de Poisson généralisée à une dimension peut prendre la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -\frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon} \quad (1.49)$$

Où V est le potentiel, ξ le champ électrique et ε la permittivité du matériau qui est égale à $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ ou ε_0 est la permittivité dans le vide et ε_r est la permittivité et est propre à chaque matériau. En intégrant (1.49) tenant compte que le champ est nul hors de la ZCE, ce qui se traduit par :

$$\xi(-x_p) = \xi(x_n) = 0$$

(1.50)

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\rho(x)}{\varepsilon} ; \text{ Donne } \partial \xi = \frac{\rho(x)}{\varepsilon} \partial x \quad \text{alors } \xi = \int \frac{\rho(x)}{\varepsilon} dx \quad (1.51)$$

Dans la région n :

$$\rho(x) = qN_d \text{ Pour } 0 \leq x \leq x_n$$

$$\xi(x) = \int \frac{qN_d}{\varepsilon} dx = \frac{qN_d}{\varepsilon} \int dx = \frac{qN_d}{\varepsilon} x + cste. \quad \text{En utilisant les conditions (1.50) on trouve que :}$$

$$\xi(x_n) = \left(\frac{qN_d}{\varepsilon} x + cste \right) \Big|_{x=x_n} = 0 \quad (1.52)$$

$$\text{Alors} \quad cste = -\frac{qN_d}{\varepsilon} x_n \quad (1.53)$$

Le champ dans la région n , est égal à :

$$\xi(x) = \frac{qN_d}{\varepsilon} (x - x_n), \quad \text{pour } 0 \leq x \leq x_n \quad (1.54)$$

Dans la région p :

$$\rho(x) = -qN_a, \text{ pour } -x_p < x < 0$$

$$\xi(x) = - \int \frac{qN_a}{\varepsilon} dx = - \frac{qN_a}{\varepsilon} \int dx = - \frac{qN_a}{\varepsilon} x + cste. \text{ En utilisant les conditions (1.50) on trouve}$$

$$\text{que : } \xi(-x_p) = \left(- \frac{qN_a}{\varepsilon} x + cste \right) \Big|_{x=-x_p} = 0 \quad (1.55)$$

$$\text{Alors } cste = - \frac{qN_a}{\varepsilon} x_p \quad (1.56)$$

Le champ dans la région p , est égal à :

$$\xi(x) = - \frac{qN_a}{\varepsilon} (x + x_p), \quad \text{pour } -x_p \leq x \leq 0 \quad (1.57)$$

1.6 Le potentiel dans la ZCE :

A partir de l'équation de poisson (1.49) on peut aisément écrire à une dimension le potentiel en fonction du champ électrique :

$$\xi = - \frac{\partial V}{\partial x} \quad (1.58)$$

A partir des résultats obtenus ci-dessus pour le champ dedans les deux régions de la jonction métallurgique suivant les expressions (1.54) et (1.57), et en posant les conditions limites sont tel que :

$$V(-x_p) = V_p \text{ et } V(x_n) = V_n \quad (1.59)$$

Dans la région n : $0 \leq x \leq x_n$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\xi(x) = - \frac{qN_d}{\varepsilon} (x - x_n) \quad (1.60)$$

$$\text{Alors } V(x) = - \frac{qN_d}{\varepsilon} \int (x - x_n) dx \quad (1.61)$$

NB :pour la simplicité de l'écriture on écrira $E(x)$ au lieu de $\xi(x)$ pour le champ électrique à ne pas confondre avec l'énergie

Posons $X = x - x_n \quad \Rightarrow \quad dX = dx$ et en intégrant (1.61) on trouve :

$$V(x) = - \frac{qN_d}{2\varepsilon} (x - x_n)^2 + cc \quad (1.62)$$

Et puisque $V(x_n) = V_n$ on remplace dans (1.62) on trouve la valeur de cc :

$$cc = V_n \quad (1.63)$$

Et finalement on trouve :

$$V(x) = V_n - \frac{qN_d}{2\varepsilon} (x - x_n)^2 ; \text{ Pour } 0 \leq x \leq x_n \quad (1.64)$$

Dans la région n : $-x_p \leq x \leq 0$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\xi(x) = +\frac{qN_a}{\varepsilon}(x + x_p) \quad (1.65)$$

$$\text{Alors } V(x) = \frac{qN_a}{\varepsilon} \int (x + x_p) dx \quad (1.66)$$

Posons $X = x + x_p \Rightarrow dX = dx$ et en intégrant (1.66) on trouve :

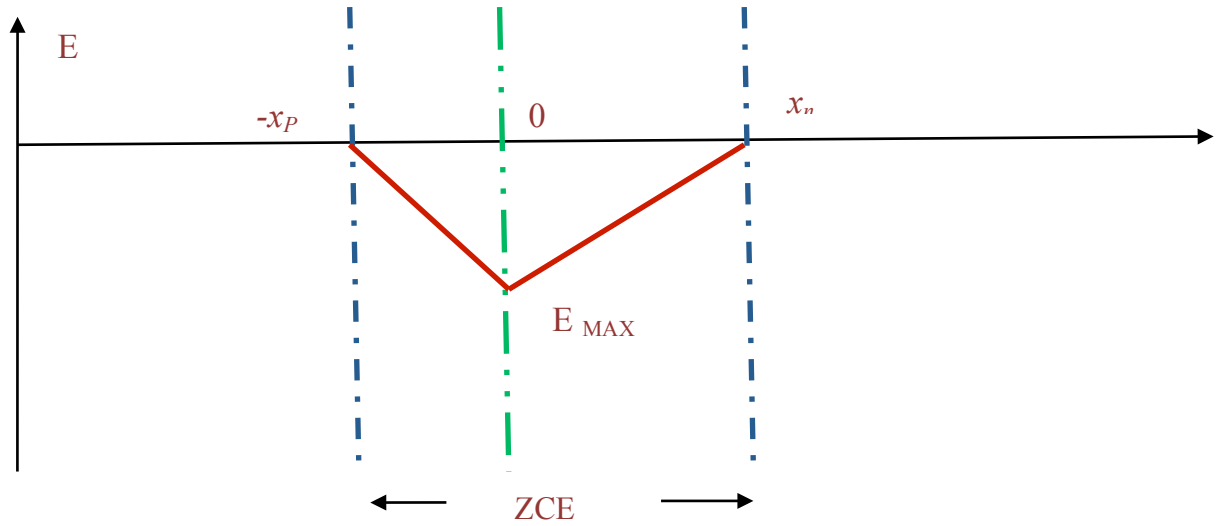
$$V(x) = \frac{qN_d}{2\varepsilon} (x + x_p)^2 + cc \quad (1.67)$$

Et puisque $V(-x_p) = V_p$ on remplace dans (1.62) on trouve la valeur de cc :

$$cc = V_p \quad (1.68)$$

Et finalement :

$$V(x) = V_p + \frac{qN_d}{2\varepsilon} (x + x_p)^2 ; \text{ pour } -x_p \leq x \leq 0 \quad (1.69)$$



Figures 4. Le champ électrique dans la ZCE

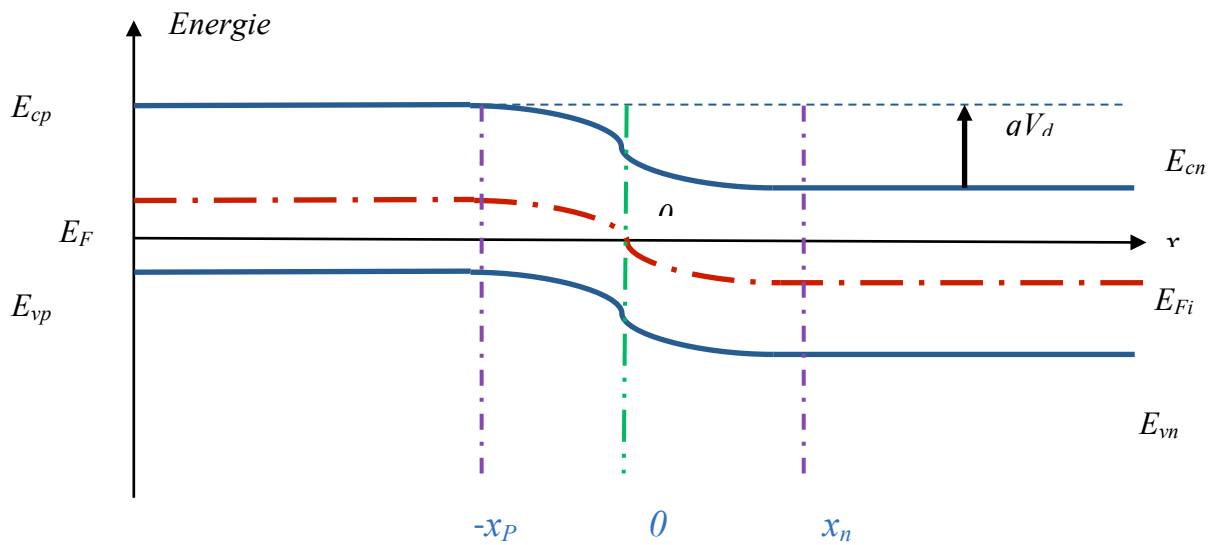


Figure 5. La variation des bandes d'énergie à travers la structure

Les figures 4 et 5 représentent le champ électrique dans la ZCE et la variation des bandes d'énergie (l'évaluation de la bande de conduction et de la bande de valence dans toute la structure). La valeur de E_{max} peut être retrouvée des expressions de $E(x)$ trouvées ci dessus, on remarque que pour $x=0$ les valeurs trouvées sont négatives c'est pour cela qu'on prendra les valeurs absolues de ces expressions, on trouve alors : $|E(x)|_{x=0}$,

Donc des expressions (1.54) et (1.57) on trouve :

$$|E_{max}| = \frac{qN_d}{\varepsilon} x_n \quad (1.70)$$

$$|E_{max}| = \frac{qN_a}{\varepsilon} x_p \quad (1.71)$$

Et sachant que le potentiel de diffusion V_{bi0} est l'intégrale de $-x_p$ à x_n , alors de la figure4, géométriquement on peut déterminer cette intégrale qui est la surface délimitée par le champ et l'axe des abscisses. Donc c'est la somme des surfaces des deux triangles de hauteur ξ_{max} et de bases respectives x_p et x_n alors :

$$V_{bi0} = \frac{1}{2} E_{max} x_n + \frac{1}{2} E_{max} x_p \quad (1.72)$$

$$V_{bi0} = \frac{1}{2} E_{max} (x_n + x_p) \quad (1.73)$$

$$\text{Et sachant que la largeur de la ZCE} \quad w = x_n + x_p \quad (1.74)$$

$$\text{Alors } V_{bi0} = \frac{1}{2} E_{max} \cdot w \quad (1.75)$$

D'où on peut déterminer E_{max} :

$$E_{max} = \frac{2V_{bi0}}{w} \quad (1.76)$$

1.7 Largeur de la ZCE

La continuité au point $x = 0$ de la composante normale du vecteur de déplacement $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, permet d'établir une relation entre x_p et x_n étudions cette propriété de part et d'autre du point $x = 0$.

$$\varepsilon \cdot E(0)^- = \varepsilon \cdot E(0)^+ \text{ Soit } qN_a x_p = -qN_d x_n \quad (1.77)$$

Posons $w_p = |-x_p|$ et $w_n = |x_n|$

$$\text{La relation (1.77) s'écrit alors} \quad N_a w_p = N_d w_n \quad (1.78)$$

Cette relation montre que le total des charges négatives développées dans la région P est égal au total des charges positives développées dans la région N. Cette expression montre aussi que la ZCE s'étend principalement dans la région la moins dopée.

La valeur de la largeur de ZCE est obtenue à partir de la continuité de du potentiel au point $x = 0$,

Donc :

$q \frac{N_a}{2\varepsilon} x_p^2 + V_p = -q \frac{N_a}{2\varepsilon} x_n^2 + V_n$ et sachant que $V_n - V_p = V_{bi0}$ alors :

$$V_{bi0} = q \frac{N_a}{2\varepsilon} x_p^2 + q \frac{N_a}{2\varepsilon} x_n^2 = \frac{q}{2\varepsilon} (N_a w_p^2 + N_d w_n^2) \quad (1.79)$$

En utilisant l'expression (1.78), on peut déterminer V_{bi0} en fonction de w_p ou de w_n d'où on peut donner w_p et w_n en fonction de V_{bi0} .

Pour déterminer w_p il détermine w_n de l'expression (1.78) et on le remplace dans (1.79) et on trouve :

$$V_{bi0} = \frac{q}{2\varepsilon} \left(N_a w_p^2 + N_d \left(\frac{N_a}{N_d} \right)^2 w_p^2 \right) \text{ En faisant des simplifications on trouve :}$$

$$w_p = \left(\frac{2\varepsilon}{q} V_{bi0} \frac{N_d}{N_a} \left[\frac{1}{N_a + N_d} \right] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.80)$$

$$\text{Et analogiquement } w_n = \left(\frac{2\varepsilon}{q} V_{bi0} \frac{N_a}{N_d} \left[\frac{1}{N_a + N_d} \right] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.81)$$

NB : $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

Ces deux expressions sont généralement données sous les formes suivantes :

$$w_p = \left(\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q N_a} V_{bi0} \left[\frac{1}{1 + \frac{N_a}{N_d}} \right] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.82)$$

$$w_n = \left(\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q N_d} V_{bi0} \left[\frac{1}{1 + \frac{N_d}{N_a}} \right] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.83)$$

L'extension de la zone de charge d'espace totale w est la somme des deux zones w_p et w_n

On peut déterminer cette largeur sachant que : $w = w_n + w_p$

$w = w_n \left(1 + \frac{w_p}{w_n} \right)$ et puisque $\frac{w_p}{w_n} = \frac{N_d}{N_a}$ donc on peut déterminer comme

$w = w_n \left(1 + \frac{N_d}{N_a} \right)$ en remplaçant w_n par son expression (1.83), on trouve

$$w = \left(\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \frac{N_a + N_d}{N_a N_d} V_{bi0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.84)$$

Qu'on peut aussi trouver sous la forme :

$$w = \left(\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right) V_{bi0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.85)$$

1.8 Etude d'une jonction graduelle linéaire :

Pour une jonction linéaire graduelle la répartition des charges est comme suit :

$$\rho(x) = q \cdot a \cdot x ; \quad \text{de } -w/2 \text{ à } w/2 \quad (1.86)$$

Avec : a : le gradient de concentration du dopage.

q : la charge d'un électron.

Et l'équation de poisson prend la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = -\frac{qax}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (1.87)$$

Analogiquement à la jonction abrupte, on trouve le champ et le potentiel dans la ZCE :

Pour trouver le champ $E(x)$ il faut intégrer l'équation (1.87) :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{qax}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \Rightarrow E = \int \frac{qax}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} dx \Rightarrow E(x) = \frac{qa}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \frac{x^2}{2} + Cste. \quad (1.88)$$

en appliquant les conditions aux limites, on trouve la constante d'intégration, sachant que le champ est nul à l'extérieur de la ZCE.

$E\left(-\frac{w}{2}\right) = E\left(\frac{w}{2}\right) = 0$, d'après l'équation (1.88) on remarque que le champ est symétrique de part et d'autre de la jonction métallurgique.

$$E\left(\frac{w}{2}\right) = 0 \rightarrow \frac{qa}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \frac{\left(\frac{w}{2}\right)^2}{2} + Cste = 0$$

D'où :

$$Cste = -\frac{qa}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{w}{2}\right)^2$$

Le champ pour une jonction graduelle linéaire est :

$$E(x) = \frac{qa}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[x^2 - \left(\frac{w}{2}\right)^2 \right] \quad (1.89)$$

La valeur maximale du champ électrique dans la ZCE se trouvant au niveau de la jonction métallurgique, donc cette valeur maximale du champ électrique en valeur absolue est (notant bien que le champ est négatif) :

Au point $x = 0$, point de la jonction métallurgique :

$$E_{MAX} = E(0) = \frac{qaw^2}{8\varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (1.90)$$

Sachant qu'à une dimension que la relation entre le potentiel et le champ est donnée par :

$$-\frac{\partial V(x)}{\partial x} = E(x) \quad (1.91)$$

D'où : $dV(x) = -E(x)dx$, en intégrant cette expression, tout en respectant les conditions aux limites prises comme références, $V\left(-\frac{w}{2}\right) = 0$ et $V\left(\frac{w}{2}\right) = V_{bio}$

Alors, à partir de la relation (1.89) on trouve :

$$V(x) = -\int \frac{qax}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(x^2 - \left(\frac{w}{2}\right)^2 \right) dx \quad (1.92)$$

$$V(x) = -\frac{qax}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r} \int x^2 dx + \frac{qax}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \left(\frac{w}{2}\right)^2 \int dx \quad (1.93)$$

En faisant les calculs des intégrales ci-dessus, on trouve :

$$V(x) = -\frac{qax}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} \left[\frac{x^3}{3} - \left(\frac{w}{2}\right)^2 x \right] + cte \quad (1.94)$$

À partir de la condition : $V\left(-\frac{w}{2}\right) = 0$; on trouve la constante d'intégration cte :

$$V\left(-\frac{w}{2}\right) = 0 \Rightarrow -\frac{qa}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} \left[\frac{\left(-\frac{w}{2}\right)^3}{3} - \left(\frac{w}{2}\right)^2 \left(-\frac{w}{2}\right) \right] + cte = 0, \text{ d'où :}$$

$cte = \frac{qaw^3}{24\varepsilon_0\varepsilon_r}$; à partir de cette expression, on tire la valeur du potentiel dans la ZCE.

$$V(x) = -\frac{qa}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} \left[\frac{x^3}{3} - \frac{w^2}{4} x - \frac{w^3}{12} \right]; \quad (1.95)$$

Pour définir le potentiel de diffusion V_{bio} , on utilise la deuxième condition limite :

$$V\left(\frac{w}{2}\right) = V_{bio} \Rightarrow V_{bio} = -\frac{qa}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} \left[\frac{\left(\frac{w}{2}\right)^3}{3} - \left(\frac{w}{2}\right)^2 \left(\frac{w}{2}\right) - \frac{w^3}{12} \right] \quad (1.96)$$

Le potentiel de diffusion V_{bio} pour une jonction graduelle linéaire est alors :

$$V_{bio} = \frac{qaw^3}{12\varepsilon_0\varepsilon_r} \quad (1.97)$$

À partir de cette expression, on peut en tirer la valeur de la largeur de la ZCE en fonction du potentiel de diffusion, cette expression peut être utilisée (pour la polarisation en direct et en inverse de cette jonction graduelle linéaire, ainsi que dans les expressions des capacités des diodes), donc de (1.97) on déduit la valeur de w (largeur de la zone de charge d'espace), en fonction du potentiel de diffusion :

$$w = \left(\frac{12 \varepsilon_0 \varepsilon_r V_{bio}}{q.a} \right)^{1/3} \quad (1.98)$$

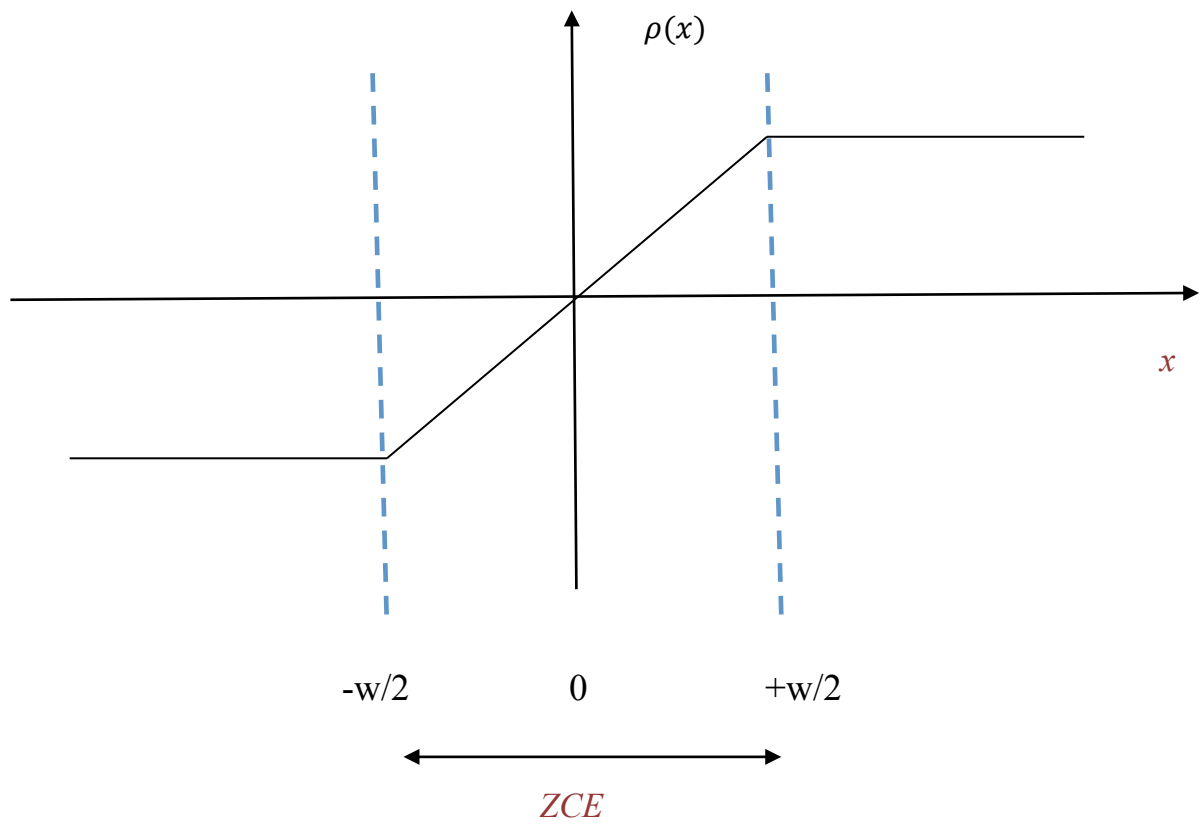


Figure (6.a)

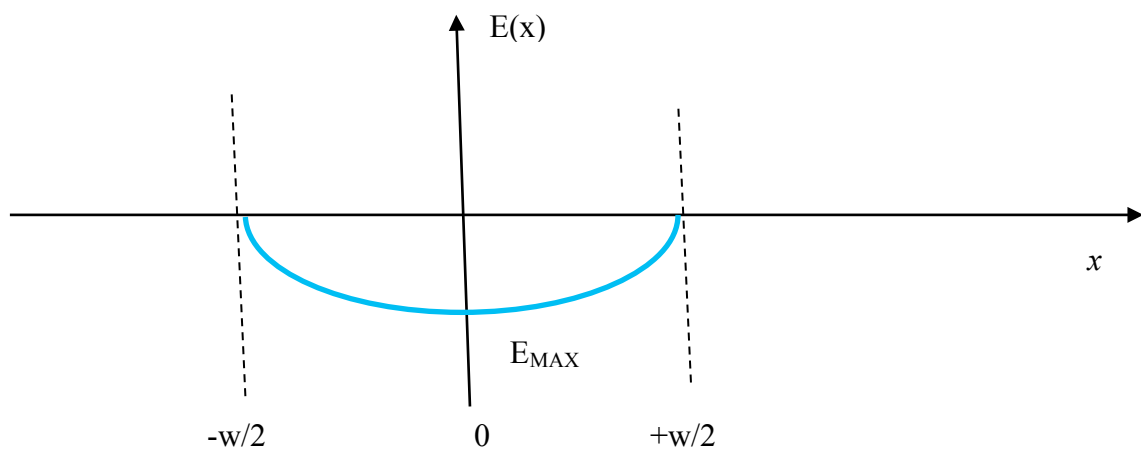
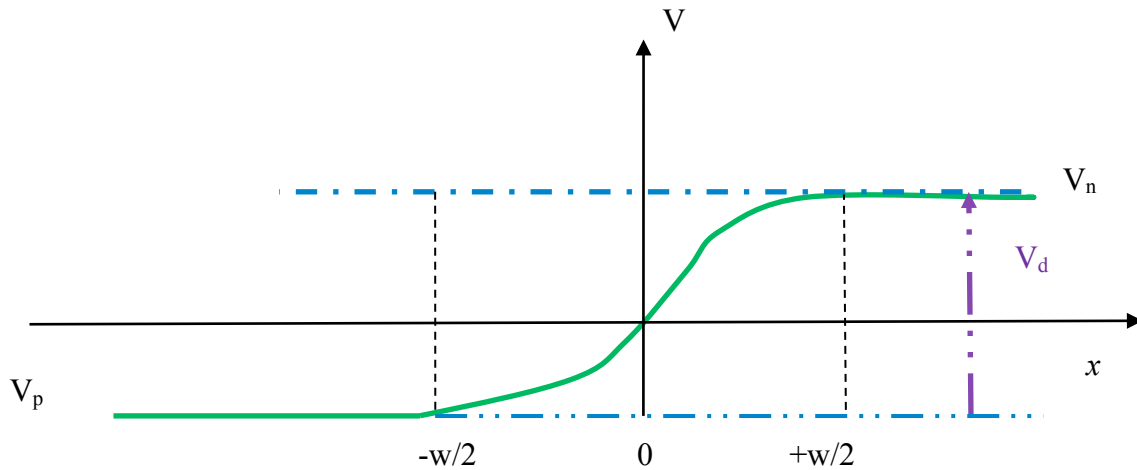


Figure (6.b)



Figures (6.c)

Les figures (6.a), (6.b) et (6.c), représentent respectivement le profil du dopage, le champ à l'intérieur de la zone de charge d'espace et le potentiel dans la zone de charge d'espace, pour une jonction PN graduelle linéaire.

On voit bien que pour une jonction PN abrupte, graduelle linéaire ou exponentielle, la procédure de l'étude reste la même, pour trouver ses caractéristiques, il suffit de déterminer en premier lieu la nature du dopage (abrupte, graduel linéaire ou exponentiel) et ensuite il faut résoudre l'équation de Poisson pour déterminer le champ et le potentiel à travers la ZCE. On voit que la jonction de deux semi-conducteurs polarisés différemment crée une déformation des bandes d'énergie et la formation d'une barrière de potentiel qui influence sur la diffusion des porteurs de charge d'une région vers l'autre.

Chapitre_II
***Jonction PN polarisée par une tension
extérieure continue***

Chapitre II

Jonction PN polarisée par une tension extérieure continue

L'application d'une différence de potentiel électrique extérieure à une jonction "pn" initialement à l'équilibre modifie :

- Le profil du potentiel électrique interne et les profils des bandes d'énergie.
- La charge d'espace de la zone de transition.
- Les concentrations des porteurs de charge hors de la zone de transition (ZCE) et provoquent le passage d'une certaine densité de courant à travers la jonction.

2-1 Schéma des bandes d'énergie et du potentiel électrique interne :

En l'absence de champ électrique d'origine extérieure, hors de la zone de transition (ZCE), le champ électrique est nul, les bandes d'énergie et le potentiel électrique Ψ sont " horizontaux " ; dans la zone de transition où il y a le champ électrique interne, les bandes d'énergie et le potentiel électrique Ψ possèdent une certaine courbure, le champ interne étant proportionnel à une "pente" (voir cours sur la jonction PN à l'équilibre thermodynamique).

En présence d'une différence de potentiel extérieure $V = V_p - V_n$ il apparaît en tout point du semi-conducteur un certain champ électrique supplémentaire, cette modification n'est pas du même ordre hors de la zone de transition et dans cette la zone.

Dans les zones homogènes "p" et "n" il y a passage d'un courant, mais la chute ohmique de tension qui en résulte ne représente généralement qu'une fraction faible de la tension appliquée. Tout se passe aux limites de la zone de transition de sorte que dans cette zone de transition très étroite (de

l'ordre du micromètre) le champ supplémentaire est très fort, alors qu'il est faible de part et d'autre de la ZCE.

C'est ce que montre la figure 1.1, représentant le profil du potentiel électrique interne, nous supposons par la suite que la hauteur de la barrière de potentiel dans une jonction polarisée est pratiquement égale à $V_d - V$ où V est la tension $V_p - V_n$, appliquée aux extrémités des zones p et n, et V_d est le potentiel de diffusion.

La barrière est abaissée par une polarisation directe ($V = V_p - V_n > 0$), et est élevée par une polarisation inverse ($V = V_p - V_n < 0$).

Nous admettons que la chute de tension est négligeable hors de la zone de transition. On verra plus tard la validité de cette hypothèse.

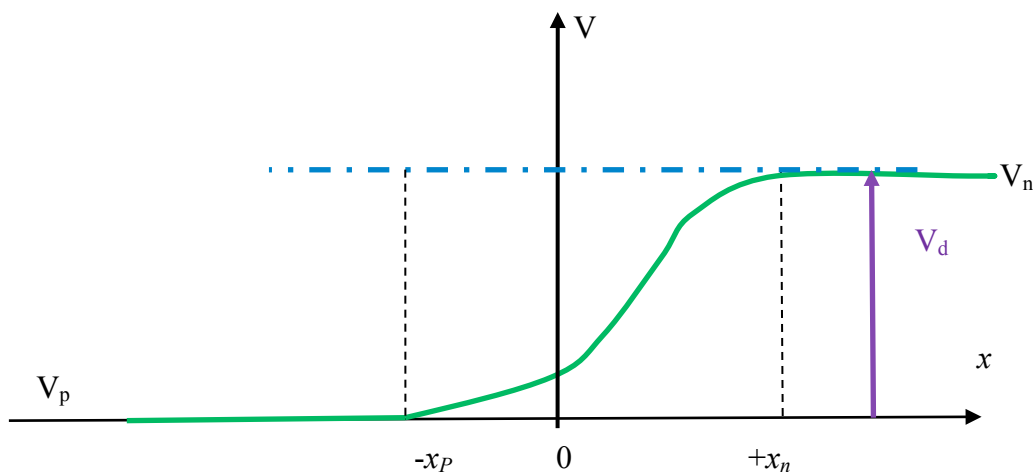
2.2 charge d'espace de la zone de transition

On a vu que la différence de potentiel électrique interne résultante entre les deux côtés de la jonction devient pratiquement $V_d - V$, où bien sûr V_d est le potentiel de la barrière formée par la jonction PN à l'équilibre thermodynamique (potentiel de diffusion)

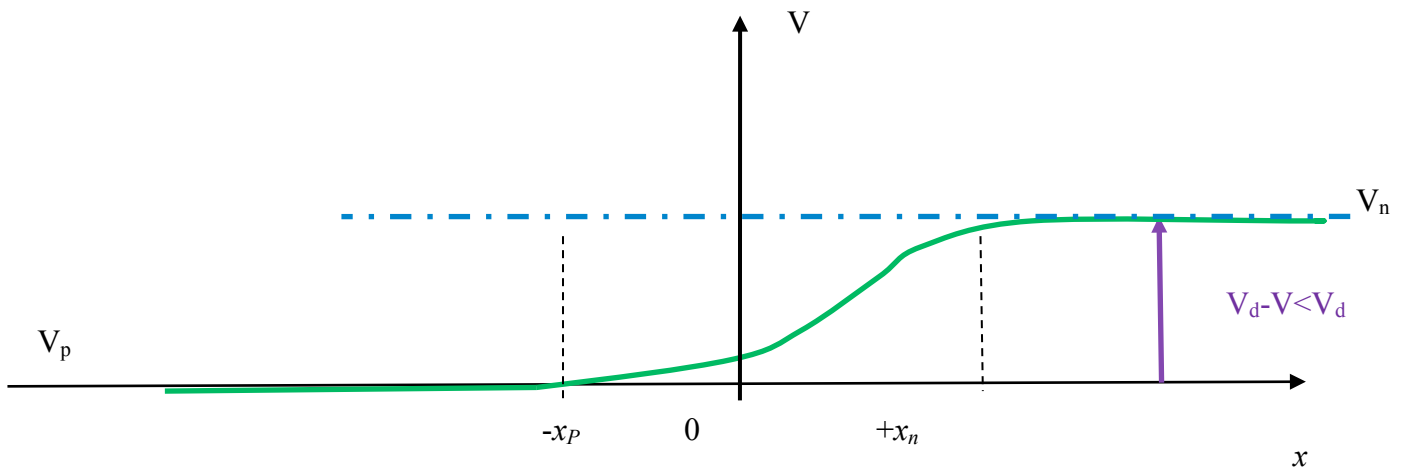
Dans ces conditions, les expressions x_p, x_n, E_{max} et w écrites en l'absence de tension extérieure, sont valables en remplaçant V_d par $(V_d - V)$.

$$x_p N_a = x_n N_d = \left[\frac{2\epsilon_{sc}}{q} \frac{1}{\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right)} \right]^{\frac{1}{2}} (V_d - V)^{\frac{1}{2}} \quad (2.1)$$

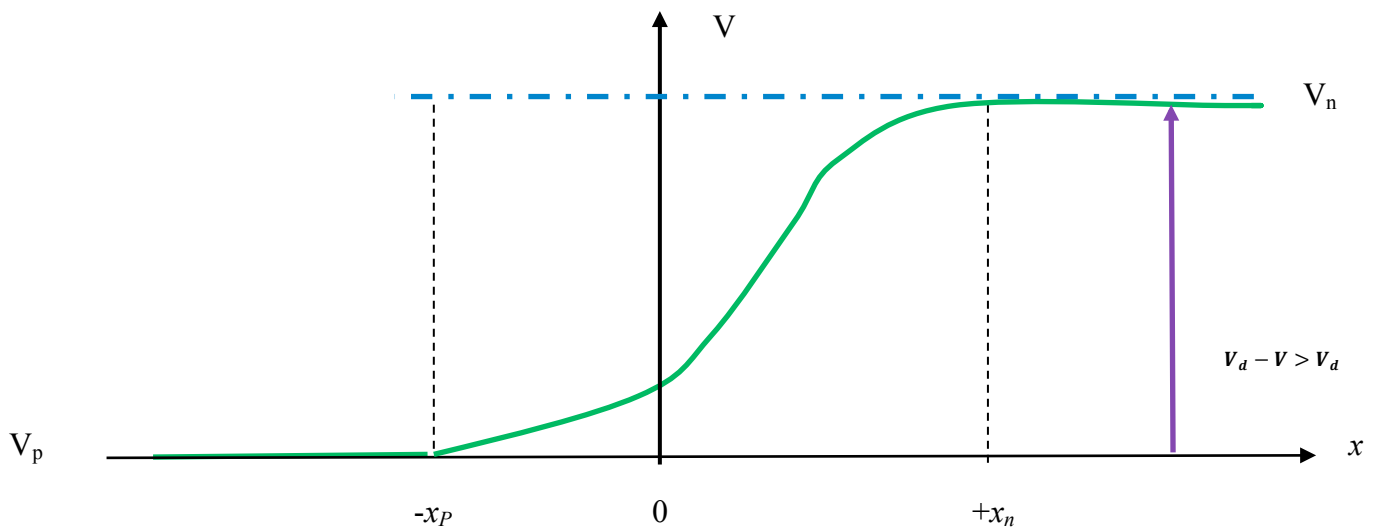
Allure du potentiel électrique interne V



Sans polarisation



Polaisation directe $V = V_p - V_n > 0$



Polaisation Inverse $V = V_p - V_n < 0$

Figures 2.1 a, 2.1 b et 2.1 c

La largeur de la zone de transition (zone de charges d'espace 'ZCE' ou encore zone de déplétion) :

- Diminue si $V > 0$ (polarisation directe).
- Augmente si $V < 0$ (polarisation inverse).

Il faut remarquer que cette modification exige un transfert de porteurs majoritaires : transfert vers la charge d'espace en polarisation directe, neutralisant une partie de la charge d'espace

chaque côté de la jonction ; et une évacuation de la zone de charge d'espace vers les zones 'p' et 'n' en polarisation inverse pour accroître la charge d'espace (figure 1.2)

2-10 2.3 Densité de courant à travers la jonction. Etude d'une diode à jonction 'pn'.

Pour obtenir la densité de courant totale à travers la jonction, il faut calculer les densités \vec{J}_n et \vec{J}_p en résolvant le système des équations générales pour un semi conducteur, deux équations de continuité, deux équations de transport (courant) et l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - \frac{n-n_0}{\tau_n} + \frac{1}{q} \text{div} \vec{J}_n \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - \frac{p-p_0}{\tau_p} - \frac{1}{q} \text{div} \vec{J}_p \quad (2.3)$$

$$\vec{J}_n = qn\mu_n \vec{E} + qD_n \overrightarrow{\text{grad}n} \quad (2.4)$$

$$\vec{J}_p = qp\mu_p \vec{E} - qD_p \overrightarrow{\text{grad}p} \quad (2.5)$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_{sc}} = \frac{q}{\epsilon_{sc}} (p - n + N_d - N_a) \quad (2.6)$$

Pour résoudre ce système on supposera en un premier temps qu'il n'y a pas de créations locales de porteurs par des processus dépendants d'excitations extérieures, alors $G_n = G_p = 0$. Les concentrations $N_d(x)$ et $N_a(x)$ des impurités sont réparties selon un profil supposé connu, qui ne dépend que du mode de réalisation de la jonction, que nous supposerons par la suite idéales.

Pour trouver la solution de ce système qui paraît à première vue facile à résoudre (et qui ne l'est pas du tout!) on doit faire quelques approximations, ceci nous permettra d'avoir des solutions analytiques qui donneront des valeurs très proches des valeurs expérimentales.

Dans un premier temps on suppose que le champ est nul , ce qui nous donnera un système linéaire , dont les inconnues sont les concentrations locales des porteurs de charges .

La deuxième étape des calculs se résoud à considérer qu'on est dans un état stationnaire , c'est à dire $\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = 0$, et il faut chercher la répartition des porteurs $n(x)$ et $p(x)$ tout au long du dispositif , à l'intérieur comme à l'extérieur de la zone de transition et plus particulièrement aux frontières de la zone de transition sous l'influence d'une tension extérieure continue, cette étape est essentielle pour calculer les concentrations des porteurs ce qui nous permettra de calculer $\vec{J}_n(x)$ et

$\vec{J}_p(x)$ en régime permanent , et par la suite on pourra déduire la densité de courant totale à travers une diode.

2-11 2.3.1. Théorie idéalisée de la jonction abrupte.

Dans le cas d'une jonction non polarisée (à l'équilibre thermodynamique), les densités de courant J_n et J_p sont nulles.

$$J_n = J_{n,dérive} + J_{n,diffusion} \quad (2.7)$$

$$J_p = J_{p,dérive} + J_{p,diffusion} \quad (2.8)$$

Les composantes de chacune d'elles ne sont pas nulles dans la zone de transition, on dit que le courant de chaque porteur de charge est très petit devant ses composantes. Cette supposition nous a permis de calculer le champ à l'intérieur de la zone de charge d'espace (zone de déplétion ou zone de transition). Il est très intéressant d'évaluer l'ordre de grandeur de chacune de ces composantes. On prendra une jonction de silicium où $N_d = 10^{22} \text{cm}^{-3}$ et $N_a = 10^{25} \text{cm}^{-3}$, l'ordre de grandeur de la composante de diffusion $qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$ dans la zone de transition est $qD_p \frac{N_a}{x_n + x_p} \approx 6 \cdot 10^9 \text{ A/m}^2 = 6 \cdot 10^4 \text{ A/mm}^2$

Cette valeur est très supérieure aux densités de courant totales habituelles dans une jonction.

On conclut:

- Dans une jonction non polarisée, le fait que la densité de courant de chaque porteur de charge est nulle, est le résultat de l'équilibre entre deux actions très fortes dues, l'une à la diffusion et l'autre à l'action du champ électrique, qui provoqueraient chacune isolément des courants considérables ;
- Dans une jonction polarisée, la densité de courant due à un type de porteurs est provoquée par une inégalité ***relativement faible*** de ces deux actions.

On peut exprimer le champ dans la zone de transition en utilisant les relations approchées de sorte que:

$$qn\mu_n \vec{E} \approx -qD_n \overrightarrow{\text{grad}n} \quad (2.9)$$

$$qn\mu_p \vec{E} \approx +qD_p \overrightarrow{\text{grad}p} \quad (2.10)$$

En utilisant la relation d'Einstein $\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$, et à partir de ces deux relations de transport ci-dessus on trouve :

$$\vec{E} \simeq -\frac{kT}{q} \frac{\overrightarrow{\text{grad}} n}{n} \simeq \frac{kT}{q} \frac{\overrightarrow{\text{grad}} p}{p} \quad (2.11)$$

Ceci permet de relier, comme dans le cas d'une jonction non polarisée, la différence de potentiel ($V_d - V$) qui existe entre les limites de la zone de transition, aux concentrations des porteurs à ces limites :

$$V_d - V = -\int_{-x_p}^{x_n} E. dx = \frac{kT}{q} \text{Ln} \left(\frac{n_n(x_n)}{n_p(-x_p)} \right) = \frac{kT}{q} \text{Ln} \left(\frac{p_p(-x_p)}{p_n(x_n)} \right) \quad (2.12)$$

Ou encore :

$$\frac{n_p(-x_p)}{n_n(x_n)} = \frac{p_n(x_n)}{p_p(-x_p)} = e^{\frac{q(V-V_d)}{kT}} \quad (2.13)$$

dans une jonction non polarisée nous avons trouvé :

$$\frac{n_{p0}}{n_{n0}} = \frac{p_{n0}}{p_{p0}} = e^{-\frac{qV_d}{kT}} \quad (2.14)$$

on en déduit les concentrations des porteurs minoritaires aux limites de la zone de transition :

$$n_p(-x_p) = n_{p0} e^{\frac{qV}{kT} \left[\frac{n_n(x_n)}{n_{n0}} \right]} = n_{p0} e^{\frac{qV}{kT} \left[1 + \frac{\Delta n_n(x_n)}{n_{n0}} \right]} \quad (2.15)$$

$$p_n(x_n) = p_{n0} e^{\frac{qV}{kT} \left[\frac{p_p(-x_p)}{p_{p0}} \right]} = p_{n0} e^{\frac{qV}{kT} \left[1 + \frac{\Delta p_p(-x_p)}{p_{p0}} \right]} \quad (2.16)$$

Nous supposons qu'à l'extérieure de la zone de charge d'espace (zone de transition), dans les régions 'n' et 'p' initialement neutres la charge d'espace ρ reste "pratiquement" nulle, c'est à dire que tout accroissement des porteurs minoritaires est compensé presque immédiatement par un accroissement presque identique de la concentration des porteurs majoritaires. Ce phénomène est dû à la relaxation diélectrique qui se produit en un temps de l'ordre de :

$\tau_r = \frac{\epsilon_{sc}}{\sigma}$ (soit 10^{-12} s dans du silicium de conductivité $\sigma = 10^{22} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ et $\epsilon_{sc} = 10^{10} \text{F/m}$) ce phénomène est le plus court de tous les phénomènes qui nous intéressent.

Mais cet accroissement des majoritaires ne peut être maintenu que par l'apparition d'un champ électrique non nul destiné à équilibrer l'effet de diffusion des porteurs majoritaires. Par conséquent d'après l'équation de Poisson : $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_{sc}}$. La charge d'espace n'est généralement pas nulle sauf dans le cas où \vec{E} est constant. Dans la plupart des cas $\text{div } \vec{E}$ est suffisamment faible (mais $\vec{E} \neq \mathbf{0}$) pour qu'on puisse admettre avec une bonne approximation la "quasi-neutralité" électrique des régions considérées. Cette approximation simplifie considérablement l'étude des mouvements des porteurs dans les semi-conducteurs.

Nous admettons qu'à l'extérieur de la zone de transition, les diagrammes des concentrations des trous et des électrons sont pratiquement parallèles.

En particulier, de part et d'autre de la zone de transition, les accroissements des porteurs majoritaires et des porteurs minoritaires sont égaux, alors :

$$\Delta n_n(x_n) = \Delta p_n(x_n) \quad (2.17)$$

$$\Delta p_p(-x_p) = \Delta n_p(-x_p) \quad (2.18)$$

Dans le cas de "faibles injections", on supposera que l'accroissement des porteurs minoritaires "injectés" par la polarisation reste suffisamment modéré pour que l'accroissement relatif des majoritaires reste négligeable devant la concentration initiale en porteurs majoritaires dans chacune des régions. Ceci se traduit par :

$$\frac{\Delta p_p}{p_{p0}} \ll 1 \quad (2.19)$$

$$\frac{\Delta n_n}{n_{n0}} \ll 1 \quad (2.20)$$

(NB : dans le cas des fortes injections, cette condition n'est pas respectée !).

Dans ces conditions :

$$n_p(-x_p) = n_{p0} e^{\frac{qV}{kT}} \quad (2.21)$$

$$p_n(x_n) = p_{n0} e^{\frac{qV}{kT}} \quad (2.22)$$

Nous obtenons un résultat très important, l'application à une jonction d'une tension $V = V_p - V_n$ provoque aux limites de la zone de transition, une multiplication des concentrations des porteurs minoritaires par le facteur $e^{\frac{qV}{kT}}$, ces concentrations des porteurs minoritaires aux limites de la zone de charge d'espace est augmentée pour une polarisation directe ($V > 0$) et diminuées pour une polarisation inverse ($V < 0$).

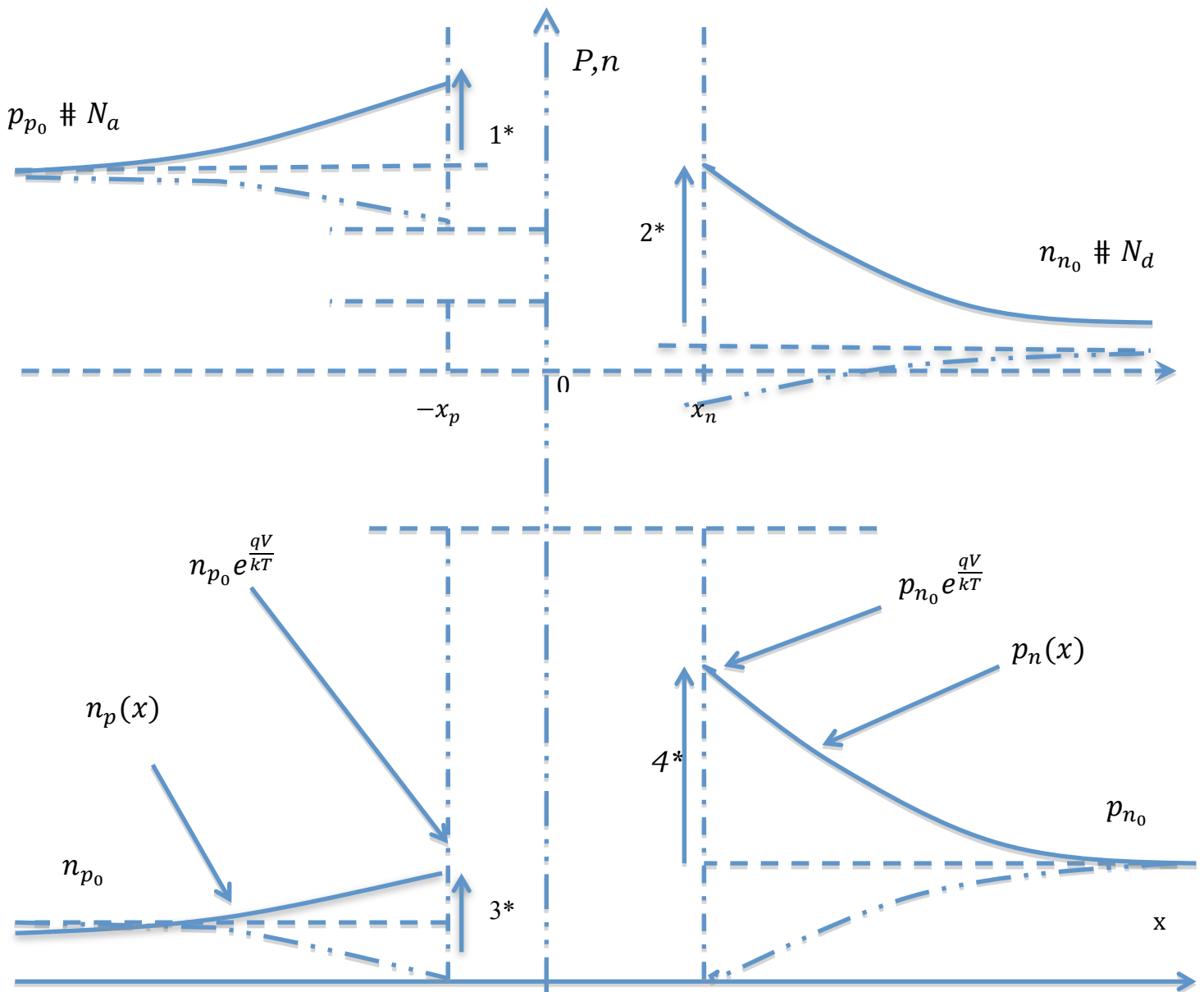


Figure 2.2 profiles des concentrations

- 1*- $\Delta p_p = \Delta n_p$
- 2*- $\Delta n_n = \Delta p_n$
- (2.23)
- 3*- Δn_p
- 4*- Δp_n



Polarisation directe
Polarisation inverse

On note généralement que les concentrations majoritaires et minoritaires dans chacune des régions à l'équilibre thermodynamique :

n_{n_0} : concentration des majoritaires (électrons) dans la région 'n' : N_d

p_{n_0} : concentration des minoritaires (trous) dans la région 'n' : $\frac{n_i^2}{N_d}$

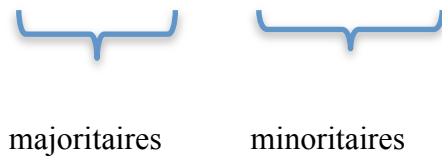
p_{p_0} : concentration des majoritaires (trous) dans la région 'p' : N_a

n_{p_0} : concentration des minoritaires (électrons) dans la région 'p' : $\frac{n_i^2}{N_a}$

Dans la plupart des jonctions réelles, l'une des zones est appelée couramment "base" de la jonction qui est la zone la moins dopée de la jonction, l'autre zone est appelée "émetteur" de la jonction. Nous verrons que la base joue un rôle principal dans le calcul des courants. On peut prendre la zone 'n' comme étant la base de notre jonction. Dans ce cas les porteurs majoritaires seront les électrons et les porteurs minoritaires seront les trous.

En un point quelconque de la zone étudiée (zone 'n'), la densité de courant totale est :

$$J = J_{n,c} + J_{n,d} + J_{p,c} + J_{p,d} \quad (2.24)$$



$J_{n,c}$: la densité de courant de conduction (dérive) des électrons.

$J_{n,d}$: la densité de courant de diffusion des électrons.

$J_{p,c}$: la densité de courant de conduction (dérive) des trous.

$J_{p,d}$: la densité de courant de diffusion des trous.

L'indice 'c' correspond aux composantes dues au champ et par l'indice 'd' les composantes dues à la diffusion dans les relations:

$$J_{n,d} = qD_n \frac{dn}{dx} \quad (2.25)$$

$$J_{p,d} = -qD_p \frac{dp}{dx} \quad (2.26)$$

et puisque :

$$\frac{dn}{dx} = \frac{dp}{dx} \quad (2.27)$$

on peut déduire que :

$$J_{n,d} = -\frac{D_n}{D_p} J_{p,d} \quad (2.28)$$

Les deux composantes de diffusion ont donc généralement des valeurs du même ordre.

Par contre, la composante de conduction $J_{p,c}$ relative aux porteurs minoritaires est beaucoup plus faible que la composante de conduction $J_{n,c}$ relative aux porteurs majoritaires, car ces derniers sont beaucoup plus nombreux dans cette zone ($\sim 10^6$ fois) que le premier. Le champ électrique étant faible hors la zone de transition (ZCE), dans la plupart des cas

$$J_{p,c} \ll J_{n,c} \quad (2.29)$$

et par la suite, tenant compte des relations ci-dessus :

$$J_{p,c} \ll J_{p,d} \quad (2.30)$$

de sorte que le flot des minoritaires est dû essentiellement à la diffusion. Alors que le flot des majoritaires résulte de la diffusion et de la conduction.

En admettant que les porteurs minoritaires se déplacent uniquement par diffusion, on obtient leur répartition $p(x)$ en résolvant l'équation de diffusion en régime permanent :

$$0 = \frac{p - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \frac{d^2 p}{dx^2} \quad (2.31)$$

Cette équation est obtenue à partir des équations (2.02) et (2.04) en posant $\vec{E} = 0$. Connaissant les conditions aux limites imposées à $p(x)$, et sachant qu'à partir de la relation (2.21) : $p_n(x_n) = p_{n0} e^{\frac{qV}{kT}}$.

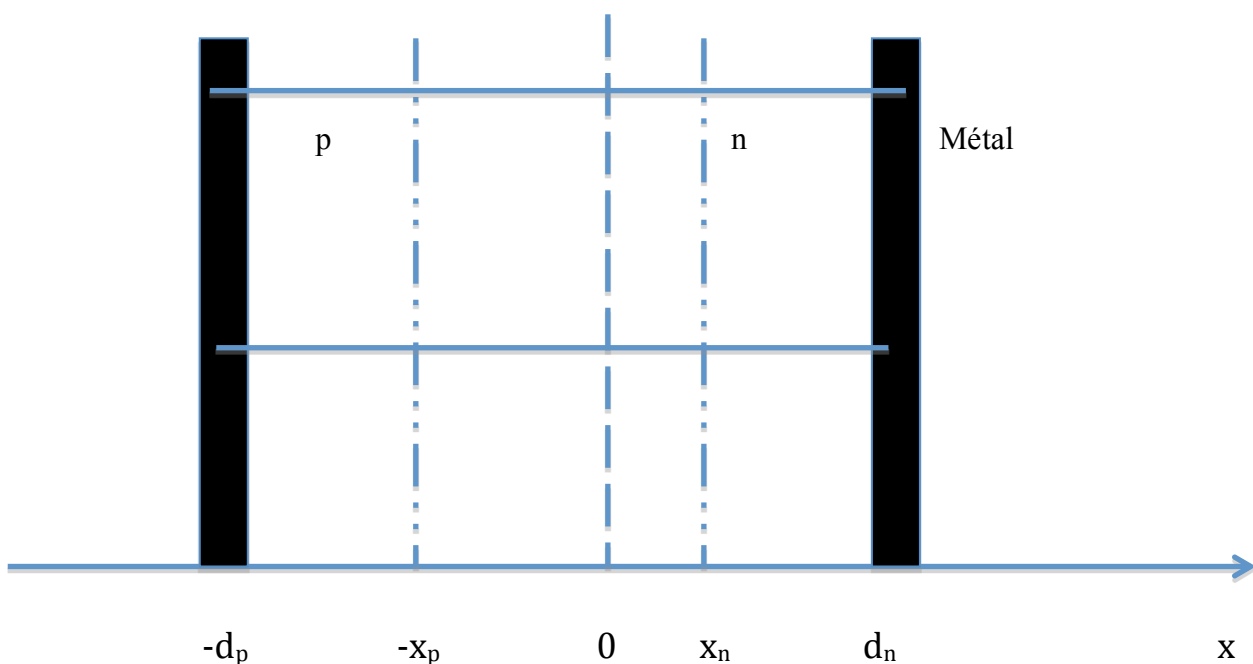


Figure 2.3

À l'autre extrémité de la zone 'n', il existe dans les diodes à jonctions réelles un contact métallique à une distance d_n du plan de la jonction (de la jonction métallurgique).

Par une technologie appropriée on réalise un contact "Ohmique" aussi idéal que possible ne présentant pas d'effet de barrière de potentiel (voir diodes Schottky, les diodes métal-Semiconducteurs chapitre (II), et dont la résistance est supposée négligeable. Nous admettons qu'au niveau de ce contact, le métal peut fournir ou absorber à tout instant des quantités d'électrons suffisantes pour qu'en tout moment les concentrations des porteurs restent égales à leurs valeurs d'équilibre, en particulier :

$$p_n(d_n) = p_{n0} \quad (2.31)$$

L'allure exacte de $p_n(x)$ dépend alors des valeurs relatives de la largeur $d_n - x_n$ et de la longueur de diffusion L_p .

Cas d'une base large :

Si $d_n - x_n \gg L_p$, la solution est alors (voir index A)

$$p_n(x) - p_{n0} = p_{n0} \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right) e^{\frac{-(x-x_n)}{L_p}} \quad (2.32)$$

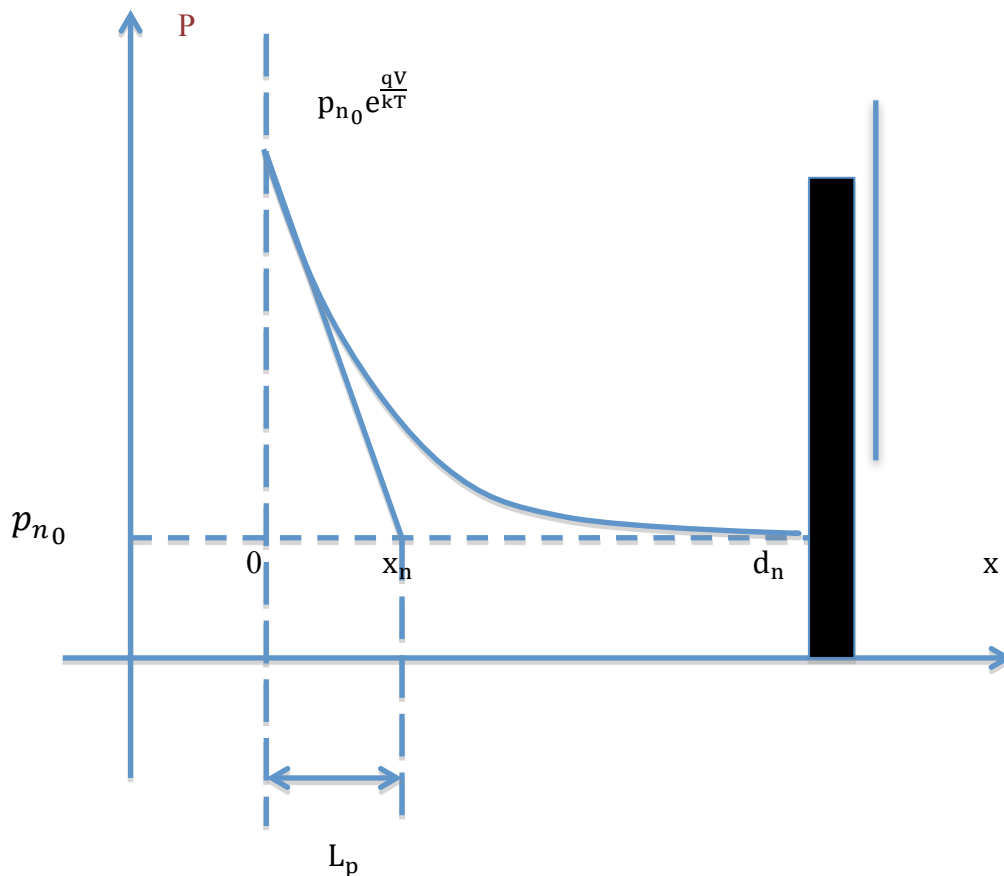


Figure 2.4, profile de la concentration des porteurs minoritaires dans la région 'n'hors ZCE (cas où $V > 0$ et $d_n - x_n \gg L_p$), cas d'une "base large"

Le diagramme de concentration n'est pas influencé par le contact métallique, la répartition de l'excès des porteurs est exponentielle.

Cas d'une base "étroite":

Si $d_n - x_n \leq L_p$, quand l'épaisseur de la zone quasi-neutre de la base est plus petite ou du même ordre que la longueur de diffusion, la solution s'obtient en remplaçant dans l'expression (2.32)

$$e^{\frac{-(x-x_n)}{L_p}} \text{ Par } \frac{\text{sh} \frac{d_n-x}{L_p}}{\text{sh} \frac{d_n-x_n}{L_p}} \quad (2.33)$$

Le diagramme de concentration est alors conforme à la figure 1.6 ci-dessous

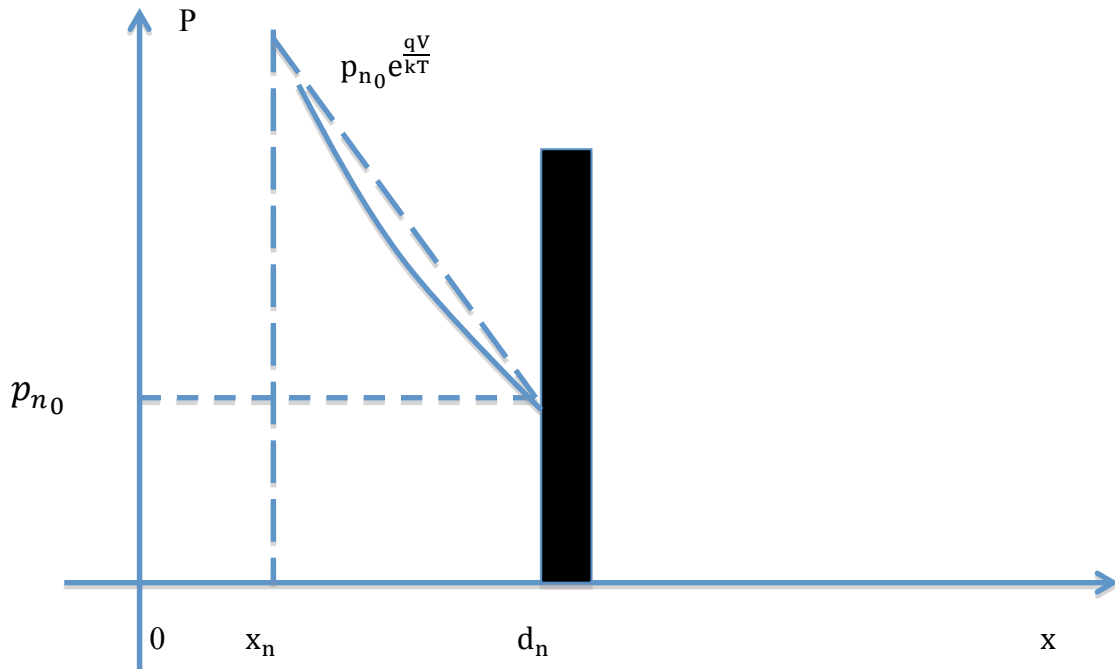


figure .2.5 Profile des porteurs minoritaires dans la région 'n' hors ZCE (cas où $V > 0$ et $d_n - x_n < L_p$), cas d'une "base étroite"

CAS D'UNE POLARISATION INVERSE:

Dans le cas le plus fréquent qu'est $V < 0$ et $d_n - x_n \ll L_p$ la répartition $p_n(x)$ devient pratiquement linéaire entre les abscisse x_n et d_n

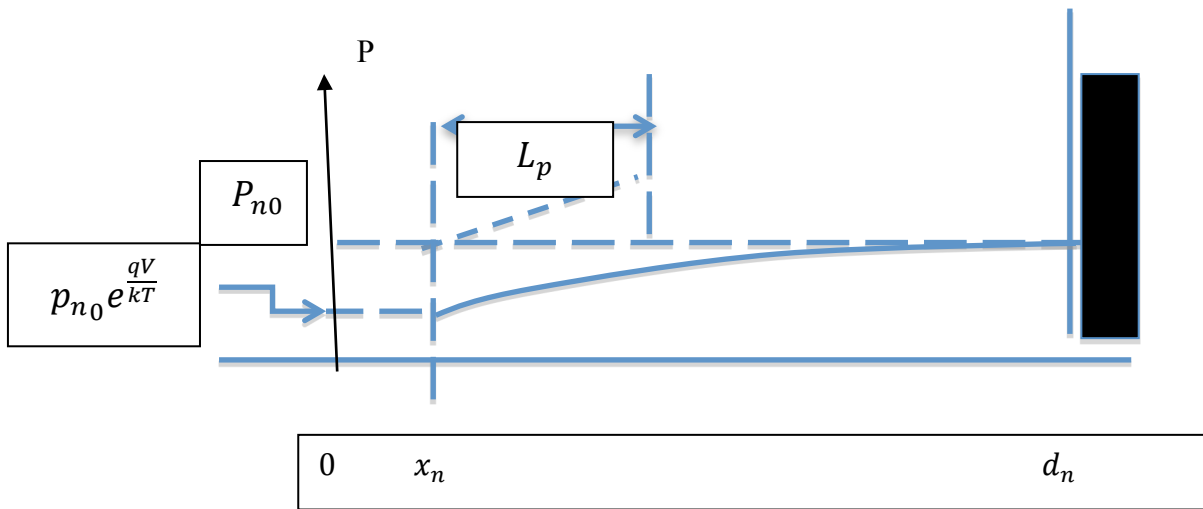


figure 2.6. Cas : $V < 0$ et $d_n - x_n \gg L_p$

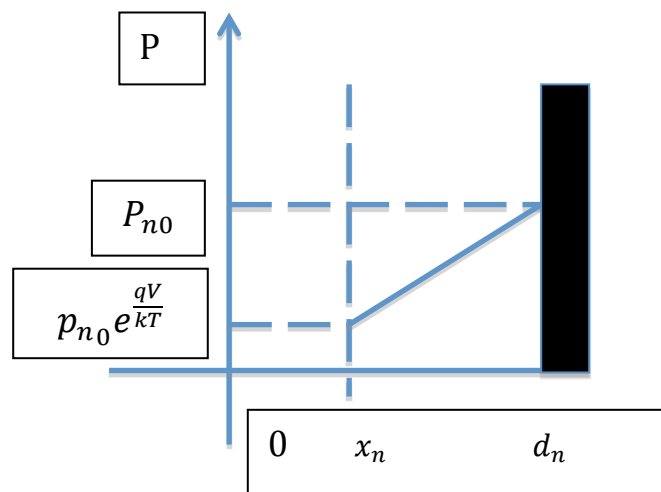


figure 2.7 Cas : $V < 0$ et $d_n - x_n < L_p$

Le calcul de la densité de courant due aux trous consiste à appliquer la relation de la densité de courant de diffusion des trous

$$J_p(x) = -qD_p \frac{dp}{dx} \quad (2.34)$$

Si $d_n - x_n \gg L_p$

$$J_p(x) = q \frac{D_p}{L_p} p_{n0} \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right) e^{\frac{-(x-x_n)}{L_p}} \quad (2.35)$$

Dans le cas où $d_n - x_n \ll L_p$, elle est pratiquement constante et est égale à :

$$J_p^*(x) \simeq q \frac{D_p}{d_n - x_n} p_{n0} \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right) \quad (2.36)$$

Remarque : cette remarque sera très utile lors de l'étude des transistors bipolaires ,

Dans le dernier cas (où la base était étroite) un calcul plus rigoureux en adoptant une répartition de $p_n(x)$ proportionnelle à $\text{sh} \frac{d_n - x}{L_p}$ au lieu de $\frac{d_n - x}{L_p}$ conduit aux expressions :

$$J_p(x_n) = J_p^* \frac{1 + \frac{\xi^2}{2}}{1 + \frac{\xi^2}{6}} \quad (2.37)$$

et

$$J_p(d_n) = J_p^* \frac{1}{1 + \frac{\xi^2}{6}} \quad (2.38)$$

en posant : $\xi = \frac{d_n - x}{L_p}$ et en remplaçant le $\text{ch} \xi$ et le $\text{sh} \xi$ par leur développement limité au premiers termes respectivement.

La différence entre $J_p(x_n)$ et $J_p(d_n)$ est due aux recombinaisons des trous dans la base.

Il nous faut maintenant trouver la densité de courant due aux électrons (porteurs majoritaires) dans cette zone , ce calcul est très facile au point d'abscisse x_n en faisant une dernière approximation . Comme l'épaisseur de la zone de transition est de l'ordre du micron , et que les porteurs la traversent avec une vitesse de l'ordre de la vitesse thermique ($\sim 10^7$ cm/s), le temps de traversée de cette zone est de l'ordre de 10^{-11} s. Il est donc raisonnable de négliger dans une première analyse, les générations et recombinaisons qui peuvent se produire dans la zone de transition, et admettre que la densité de courant relative à un type de porteurs est la même aux deux frontières de la zone de transition.

Et par conséquent :

$$J_n(x_n) = J_n(-x_p) \quad (2.39)$$

Au lieu de calculer la densité de courant $J_n(x_n)$ due aux électrons majoritaires au point x_n , on calcule (ce qui est beaucoup plus facile) la densité de courant $J_n(-x_p)$ due aux électrons minoritaires au point $(-x_p)$.

Analogiquement, on peut trouver le profil des porteurs minoritaires (qui sont les électrons dans la zone 'p'), pour alors trouver le courant de diffusion des électrons dans la zone 'p' on trouve le profil :

$$n_p(x) - n_{p_0} = n_{p_0} \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right) e^{\frac{(x+x_p)}{L_p}} \quad (2.40)$$

et pour une zone large :

$$J_n(-x_p) = q \frac{D_n}{L_n} n_{p_0} \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right) \quad (2.41)$$

Il reste à écrire la densité de courant totale, étant indépendante de l'abscisse, peut être évaluée en $x = x_n$.

$$J = J_n(-x_p) + J_p(x_n) \quad (2.42)$$

Dans le cas où les zones 'n' et 'p' sont très larges vis-à-vis des longueurs de diffusion des porteurs minoritaires respectives on trouve :

$$J = q \left(\frac{D_n}{L_n} n_{p_0} + \frac{D_p}{L_p} p_{n_0} \right) \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right) \quad (1.43)$$

L'allure des diverses composantes de J dans le cas où les zones 'n' et 'p' sont très larges vis-à-vis des longueurs de diffusion des porteurs minoritaires respectives

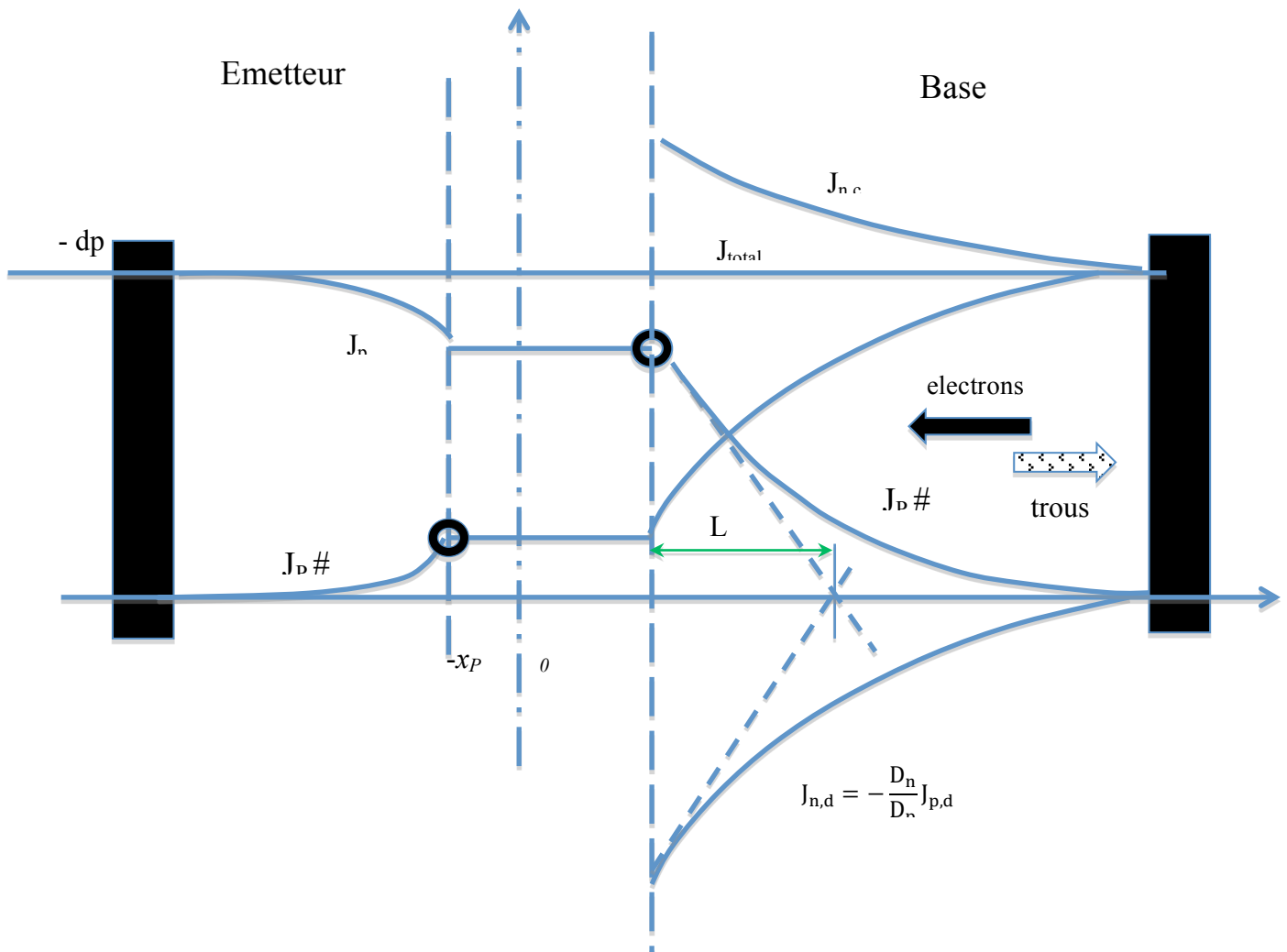


Figure 2.8 diverses composantes de la densité de courant dans toute la structure (cas des zones 'n' et 'p' larges)

Les petits cercles correspondent aux points où on a calculé les composantes intéressantes qui nous ont permis de trouver la densité de courant totale. On notera qu'au niveau x_n de la zone 'n', région moins dopée le courant est essentiellement dû aux trous, plus on s'éloigne vers la droite de ce point, la contribution des trous diminue et celle des électrons augmente, par le jeu simultané des recombinaisons et des apports des électrons venus du contact métallique. Au niveau de ce contact le courant total n'est plus composé que d'électrons.

Lorsque $d_p - x_p \ll L_n$ ou $d_n - x_n \ll L_p$, il faut remplacer respectivement L_n par $d_p - x_p$ ou L_p par $d_n - x_n$ dans l'expression de J .

Envisageons le cas où $d_n - x_n \ll L_p$. Toutes les composantes des courants sont indépendantes de l'abscisse entre x_n et d_n (voir figure 1.10 ci-dessous). Il faut alors admettre que la recombinaison des trous s'effectue entièrement au niveau du contact métallique.

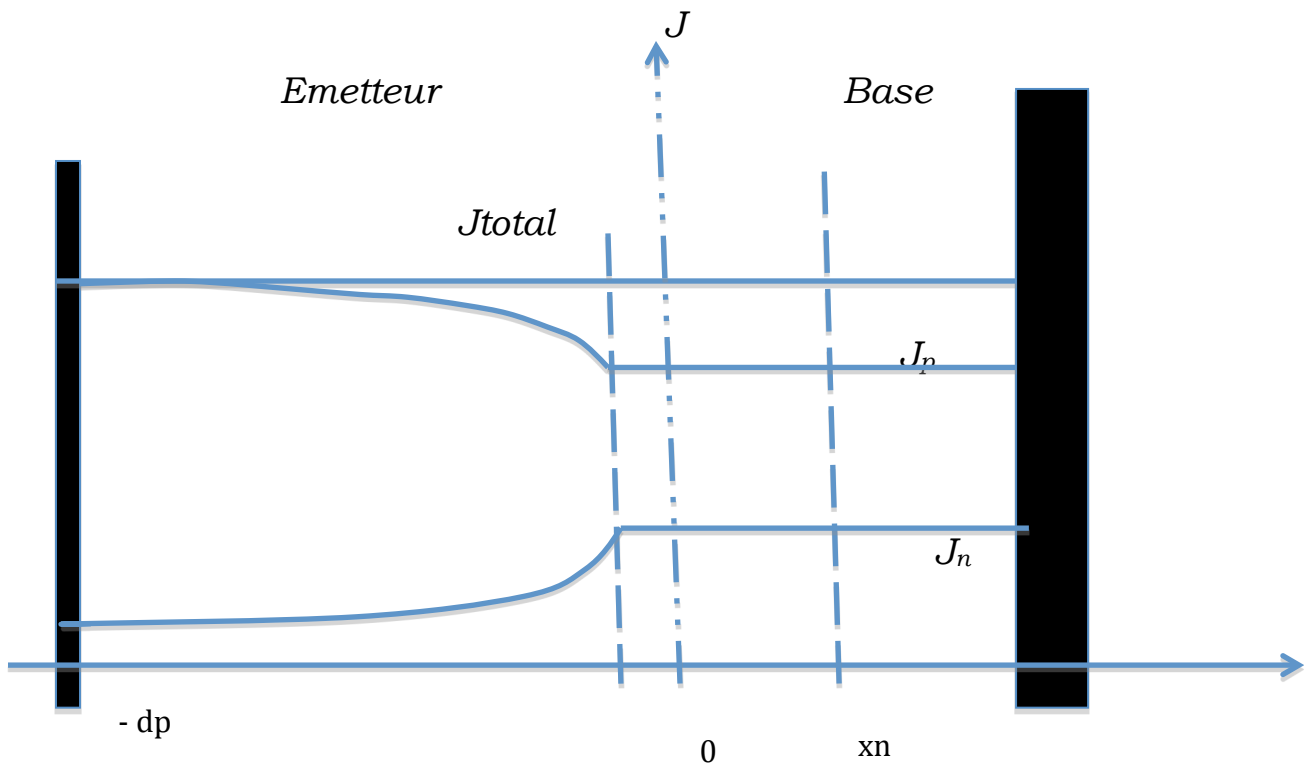


Figure 2.9 composantes de la densité de courant (cas $d_n - x_n \ll L_p$)

Remarque :

Dans ce cas, en général l'émetteur est plus dopé et la base peu dopée $J_p \gg J_n$. On peut alors admettre que dans la base $J_n = J_{n,c} + J_{n,d} \approx 0$, de sorte que le champ est presque constant et est égal à :

$$E \approx \frac{kT}{q} \frac{dn_n}{dx} \frac{1}{n_n} \quad (2.44)$$

Conclusions :

Les approximations faites nous ont permis d'obtenir l'équation de la "diode idéale"

$$I = SJ = Sq \left(\frac{D_n}{L'_n} n_{p0} + \frac{D_p}{L'_p} p_{n0} \right) \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right) \quad (2.45)$$

En appelant par I le courant total, par S la section de la jonction métallurgique, où L'_n et L'_p sont soit les longueurs de diffusion soit les épaisseurs des zones 'p' et 'n' respectivement, selon les valeurs relatives à ces distances. En général dans la première parenthèse, le terme correspondant aux minoritaires de la région la moins dopée appelée "base" est largement prépondérant. Cette équation est souvent donnée sous une forme plus compacte

$$I = I_S \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \quad (2.46)$$

En posant :

$$V_T = \frac{kT}{q} \quad (V_T \approx 26 \cdot 10^{-3} \text{ volt à la température } 300^\circ\text{K})$$

q : la valeur absolue de la charge de l'électron, et est égale à $1,6 \cdot 10^{-19}$ coulomb.

k : constante de Boltzmann, égale à $1,38 \cdot 10^{-23}$ joule/degré ou $8,63 \cdot 10^{-5}$ eV/degré.

T : est la température absolue en degrés Kelvin.

$$I_S = Sq \left(\frac{D_n}{L'_n} n_{p0} + \frac{D_p}{L'_p} p_{n0} \right) \quad (2.47)$$

En polarisation directe, lorsque $V = V_p - V_n$ est supérieure à 3 ou 4 fois $\frac{kT}{q}$ (26 mV à température ambiante) l'exponentielle est très largement supérieure à l'unité.

En polarisation inverse, dès que la valeur absolue de V est du même ordre de 3 à 4 fois $\frac{kT}{q}$, l'exponentielle est négligeable devant l'unité le courant tend vers une valeur dite courant de saturation inverse I_S .

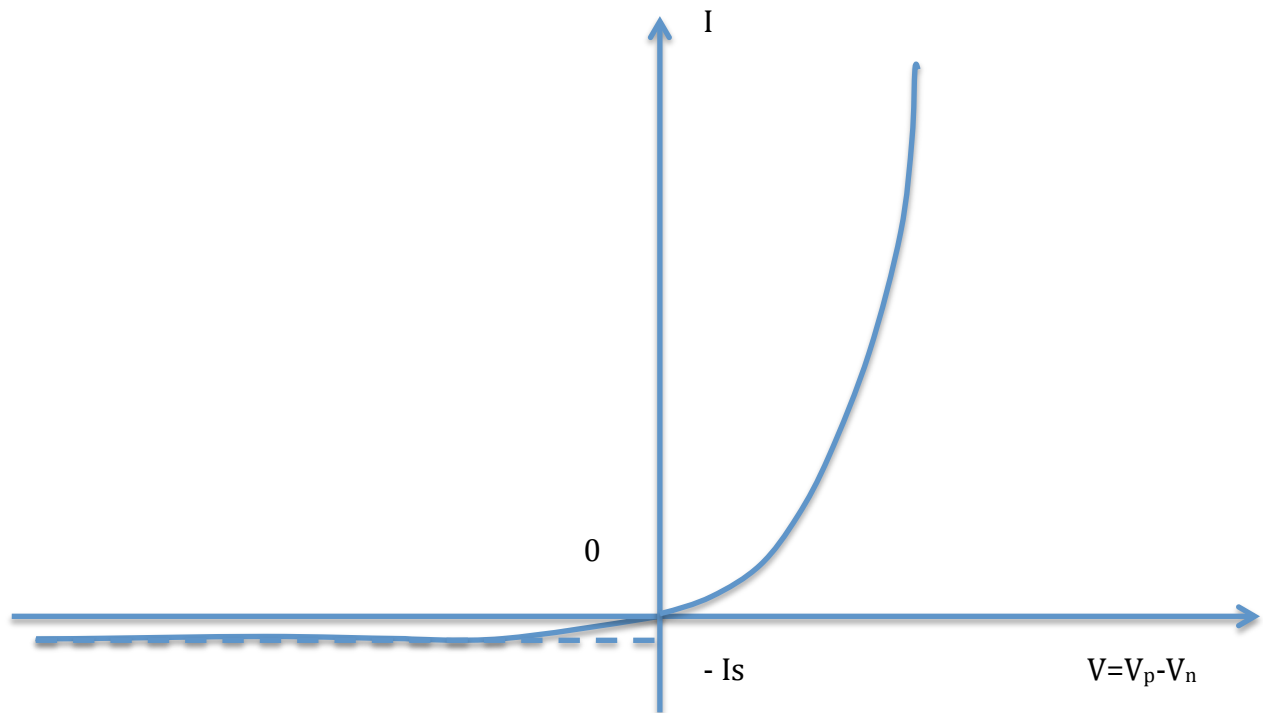


Figure 2.11 Diode idéale

Comme $n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_a}$ et $p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_d}$ à températures usuelles, I_S varie en fonction de la température comme n_i^2 . On rappelle que la concentration n_i des porteurs du matériau intrinsèque suit la loi :

$$n_i^2 = AT^3 e^{\frac{-(E_C - E_V)}{kT}} \quad (2.48)$$

Où $E_C - E_V$ est la largeur de la bande interdite du semi-conducteur environ 0,7 eV pour le germanium et 1,12 eV pour le silicium et A une constante qui dépend de la nature du matériau.

Il faut retenir donc que I_S varie très rapidement en fonction de la température. Ce courant est théoriquement multiplié par deux pour un accroissement de la température de sorte que :

$$\Delta T = \frac{T}{3 + \frac{E_C - E_V}{kT}} \approx \frac{kT^2}{E_C - E_V} \quad (2.49)$$

Soit aux températures habituelles, tous les 10 à 14 ° dans le cas du germanium et 6 à 12° dans le cas du silicium. Cette loi peut être incorrecte en pratique, surtout dans le cas du silicium (voir le paragraphe suivant).

Par ailleurs, le courant inverse est d'autant plus faible que n_i est faible. C'est la raison pour laquelle le silicium diffère du germanium. considérons deux jonctions à titre d'exemple de memes dimensions géométriques ayants une section $s = 1\text{mm}^2$ et une épaisseur de la base $\simeq 10\text{ }\mu\text{m} < L_p$ et possédants les memes concentrations en impuretés dans la base $N_d = 10^{22}\text{atomes/m}^3$, on obtient à 300 °K les valeurs théoriques

$$I_S = 2.10^{-4}\text{A dans le germanium et } I_S = 10^{-12}\text{A dans le silicium.}$$

Pour les mêmes raisons, les jonctions au silicium sont utilisables à des températures beaucoup plus élevées (150 ° C- 200 ° C) que les jonctions à germanium (80 ° C environ).

2-12 2.3.2 corrections de la théorie de la diode idéale-diodes réelles.

Nous n'examinons pas en détail les diverses corrections qu'il convient d'apporter à la théorie élémentaire précédente, mais il nous paraît utile d'indiquer lesorigines et les résultats. Certaines corrections sont dues à des effets déjà cités et qui ont donné lieu à des approximations :

Recombinaisons et générations négligeables dans la zone de transition.

Taux d'injection faible.

Chutes de tension négligeables dans les zones hors la zone de transition, et l'effet du champ négligeable sur les porteurs minoritaires.

D'autres proviennent de phénomènes non cités jusqu'à présent :

Effet de surface.

Effet d'avalanche, effet Zener

Polarisation directe ($V > 0$)

La figure (2.12) ci-dessous représente en coordonnées semi logarithmiques la courbe caractéristique d'une diode au silicium, mettant ainsi en évidence les limites de validité de la loi idéale.

Les résultats réels sont en accord avec l'expression théorique du courant à l'exception dans les zones extrêmes de la courbe caractéristique.

- a) Quand la polarisation V est très faible, la génération de paires électron-trou dans la zone de transition (dans la ZCE) n'est plus négligeable. Le courant tend à suivre une loi en $e^{\frac{qV}{2kT}}$ au lieu de la loi en $e^{\frac{qV}{kT}}$.

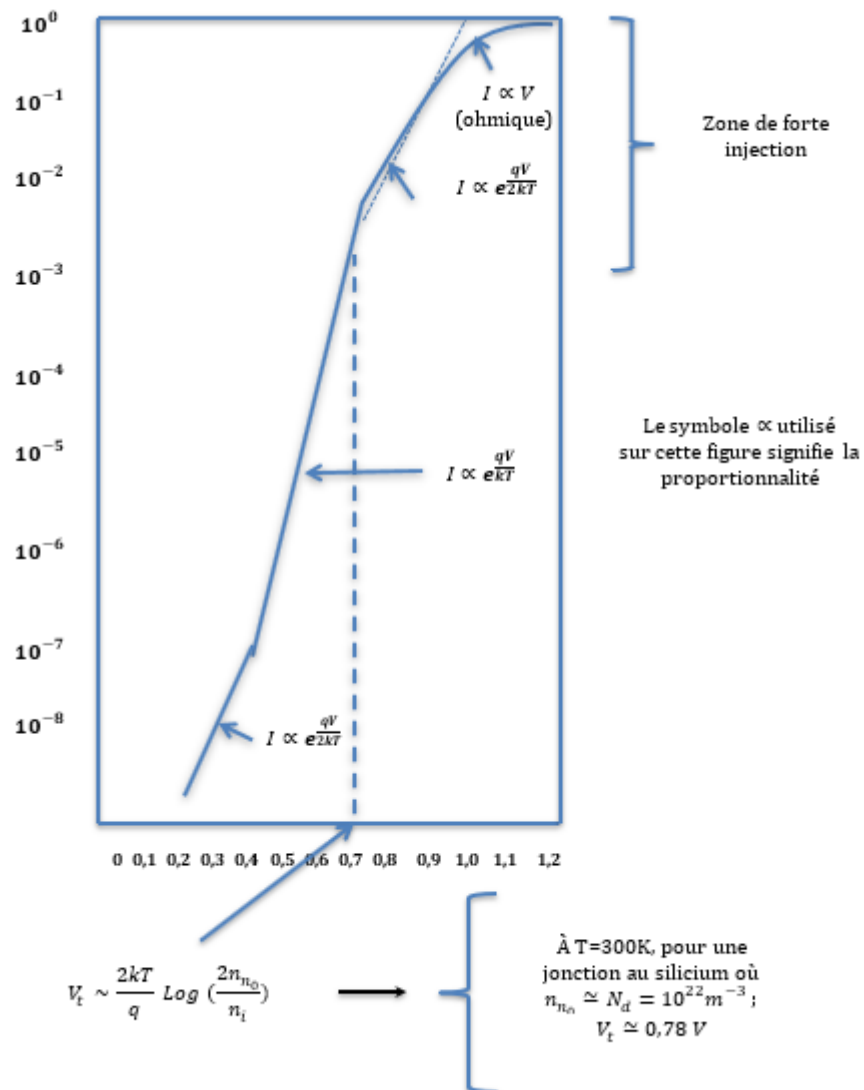


Figure 2.12 le courant en fonction d'une polarisation directe I varie de $10^{-8}A$ pour $V=0,35V$ à $1A$ pour $V=1,2V$

- A. Lorsque la tension est suffisamment forte pour provoquer une densité de courant importante, la condition de "faible injection" ($\frac{\Delta p_n}{n_{n_0}} \ll 1$) n'est plus satisfaite. La forte injection de porteurs minoritaires liée un accroissement parallèle important des majoritaires, crée dans les régions neutres "n" et "p" un champ électrique dont l'influence sur les porteurs minoritaires n'est plus négligeable. L'existence de ce champ s'accompagne d'une chute de tension telle que la loi de variation de I tend vers la forme $e^{\frac{qV}{2kT}}$ (voir paragraphe 1.4).

B. D'autres chutes de tension, dues la traversée des contacts par le courant, s'ajoute à la précédente.

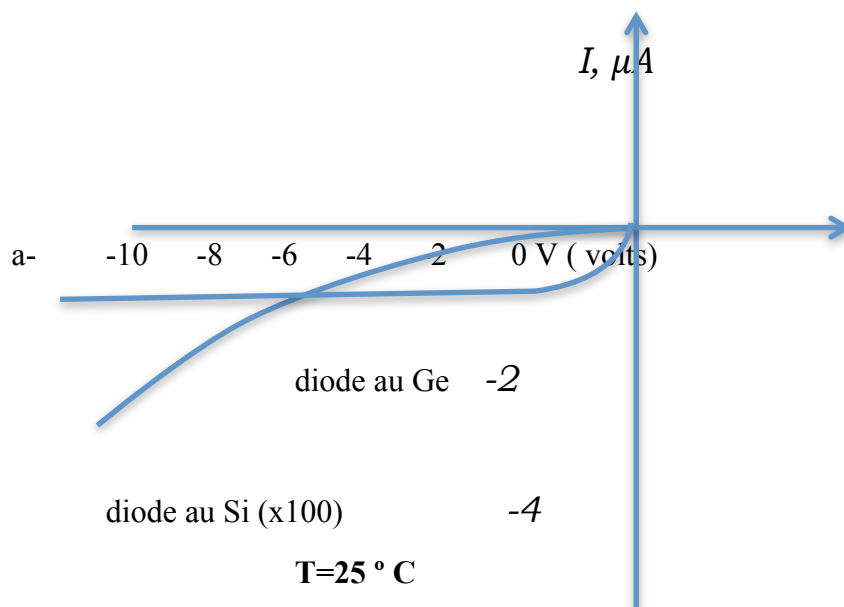
Polarisation inverse ($V < 0$):

C. Le courant réel obtenu est supérieur (et même souvent très supérieur dans le cas de la diode à jonction de silicium) à celui donné par l'expression théorique idéale. Il varie en fonction de la polarisation et de la température selon des lois différentes que celles que donne cette expression ; ceci est dû à plusieurs raisons :

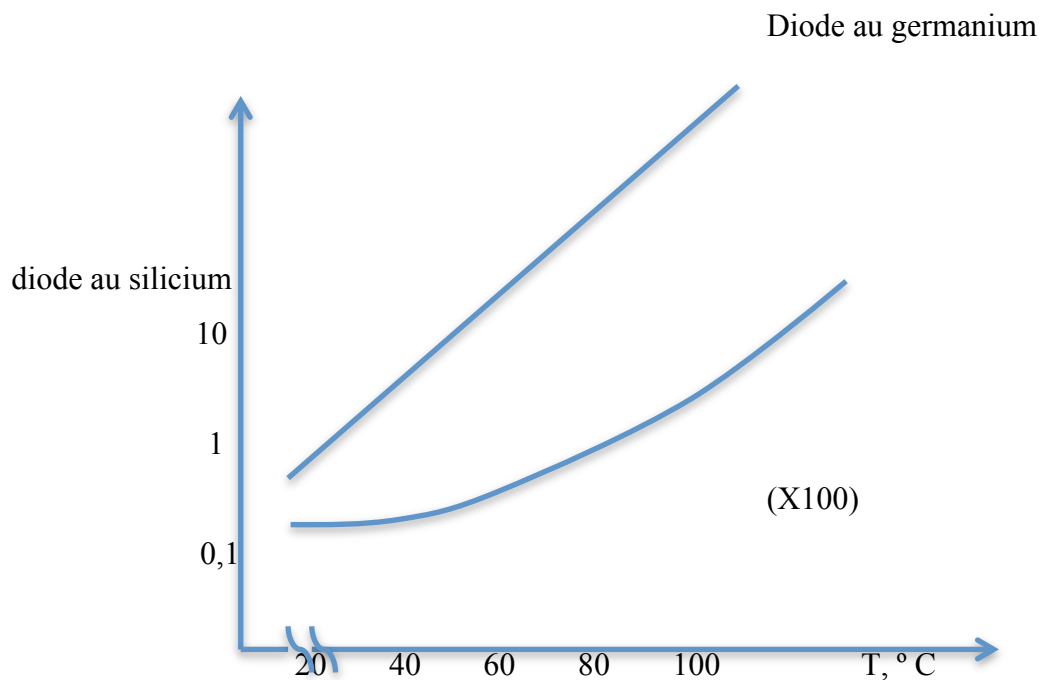
D. Au courant théorique s'ajoute d'une part un courant dû fuites et aux recombinaisons des porteurs en surface, d'autre part un courant dû au phénomène de génération de paires électrons-trous dans la zone de transition où la concentration des porteurs est très inférieure à la concentration d'équilibre.

E. Ces phénomènes sont beaucoup plus sensibles dans le silicium que dans le germanium car les courants inverses sont beaucoup plus faibles dans le Si que dans le Ge (figure 1.13)

F. NB: ces courants dans le silicium peuvent jouer un rôle prépondérant.



b- $I_S, \mu A$



Figures 2.13a et 2.13b courants inverses de la diode

(Les courants inverses de la diode de silicium sont multipliés par 100).

G. A partir d'une certaine valeur de la tension inverse, l'intensité augmente brusquement (figure 1.14). Deux phénomènes peuvent avoir lieu : l'effet Zener et l'effet d'avalanche.

Ceci impose une certaine limite supérieure (de quelques dizaines à quelques centaines de volts) à la tension inverse applicable à une jonction normalement utilisée. Mais il faut noter que l'augmentation rapide du courant inverse n'est pas destructive si elle n'entraîne pas un échauffement exagéré de la jonction.

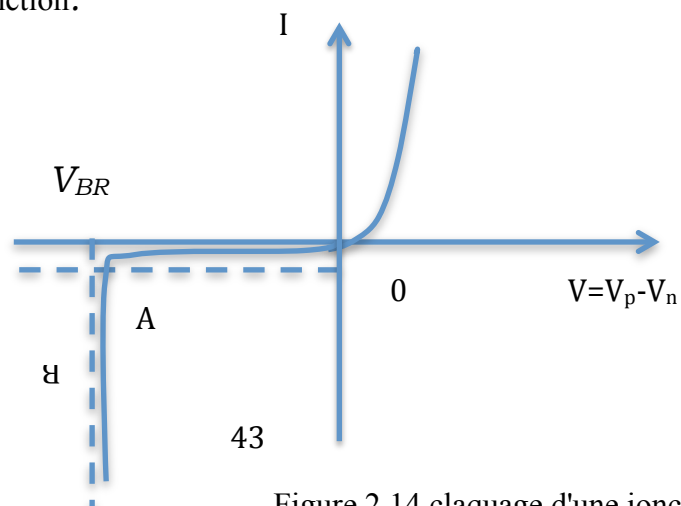


Figure 2.14 claquage d'une jonction

Effet Zener

Ce phénomène est utilisé dans les diodes appelées " Diodes Zener" (dites aussi de redressement) conçues de façon à obtenir une zone très verticale et très stable dans la région AB de la caractéristique courant-tension. La tension de "claquage" VBR sert généralement de référence dans les dispositifs de régulation. Ces phénomènes sont obtenus dans des diodes fortement dopées pour l'effet Zener la ZCE est de l'ordre de 100 \AA alors que l'effet d'avalanche s'obtient dans les ZCE de l'ordre de 1000 \AA avec un fort champ électrique, et finalement pour une zone de transtion intermédiaire aux environs de 500 \AA les deux phénomènes peuvent avoir lieu simultanément.

Effet Zener

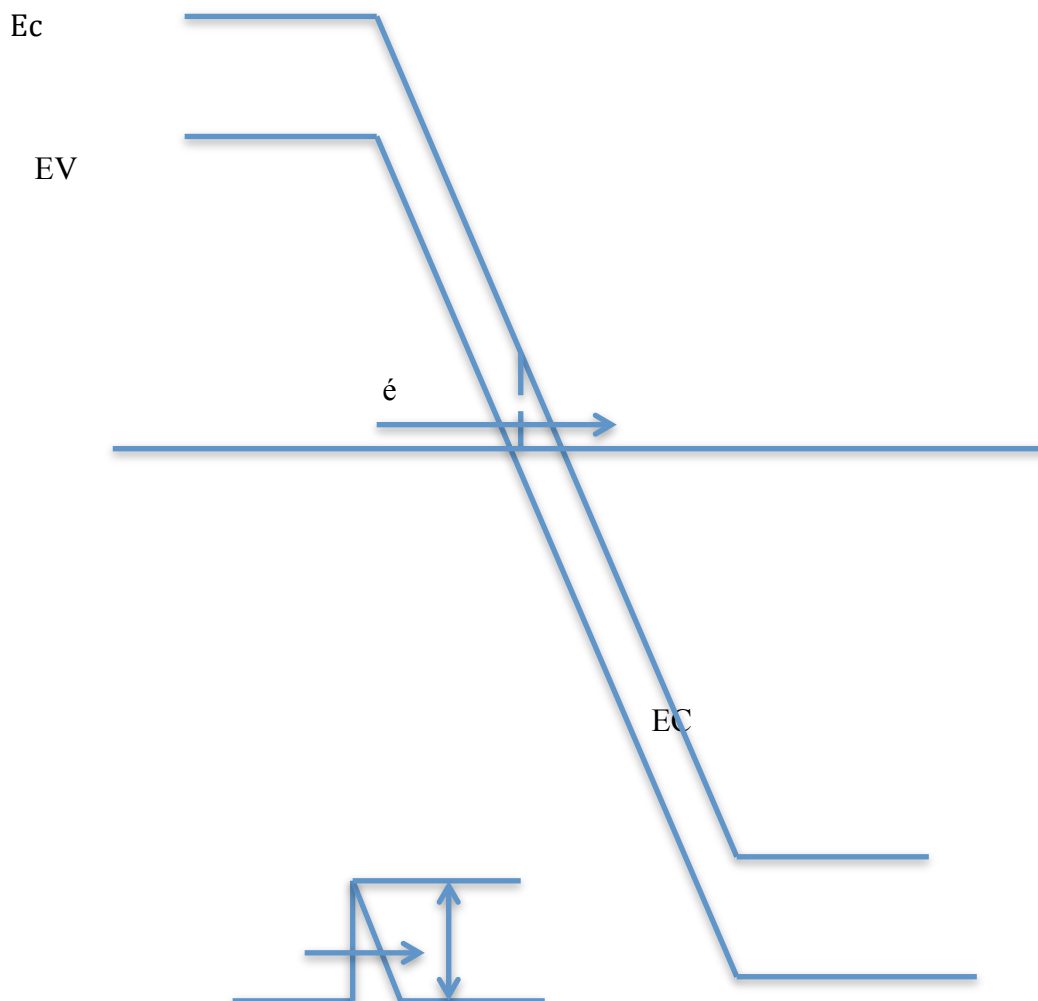


figure 2.15 passage par effet tunnel

des électrons situés sur le niveau énergétique E1 dans la bande de valence du côté "p" peuvent effectuer des transitions vers des états disponibles de même énergie dans la bande de conduction du côté "n" par le processus quantique appelé "effet tunnel", en passant à "travers" une barrière potentiel représentée sur la figure 1.15 en pointillé et reproduite en bas de la figure lorsque cette barrière est suffisamment étroite, inférieure à 100Å.

Ceci exige des champ électrique de l'ordre de 10^8 V/m dans la zone de transition de la jonction, résultat facile à obtenir en dopant fortement les régions "n" et "p", en tenant compte des valeurs x_n et x_p le champ maximal prend la forme :

$$E_{MAX} = 2 \left[\frac{2\varepsilon_{SC}}{q} \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} (V_d - V)^{\frac{1}{2}} \quad (2.50)$$

Pratiquement quand la tension de claquage est inférieure à 5V (cas du Si) le phénomène est dû à l'effet tunnel.

Effet d'avalanche

Des électrons soumis à un champ électrique très intense, atteignent des vitesses moyennes limites très élevées (on les appelle "des électrons chauds"). Ce phénomène se produit totalement dans la ZCE un électron chaud dans la ZCE rentre en collision avec le réseau, donnant une partie de son énergie cinétique, libère des électrons de la bande de valence en leur donnant assez d'énergie pour passer de la bande de valence à la bande de conduction, créant ainsi des paires électrons –trous.

Ce processus est multiplicatif, chaque électron injecté dans la zone de transition peut donner naissance à plusieurs paires électron-trou de sorte que de l'autre côté de la zone de transition, il sort M électrons. La densité de courant est alors multipliée par le coefficient empirique :

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{V}{V_{cr}} \right)^m} \quad (2.51)$$

Où V_{cr} est la tension critique à laquelle se produit l'avalanche, m est un coefficient égal à 4 environ pour le Silicium de type 'n' et 2 pour le Si de type "p".

Pratiquement quand la tension de claquage est supérieure à 8 V, le phénomène est dû au processus d'avalanche. Lorsque la tension de claquage est comprise entre 5V et 8V, dans le cas du silicium, les deux processus interviennent (avalanche et Zener).

La figure 2.16 montre la relation entre les deux effets et la concentration en impuretés de la base. On remarque que l'effet Zener ne joue un rôle prépondérant que si cette concentration est très forte.

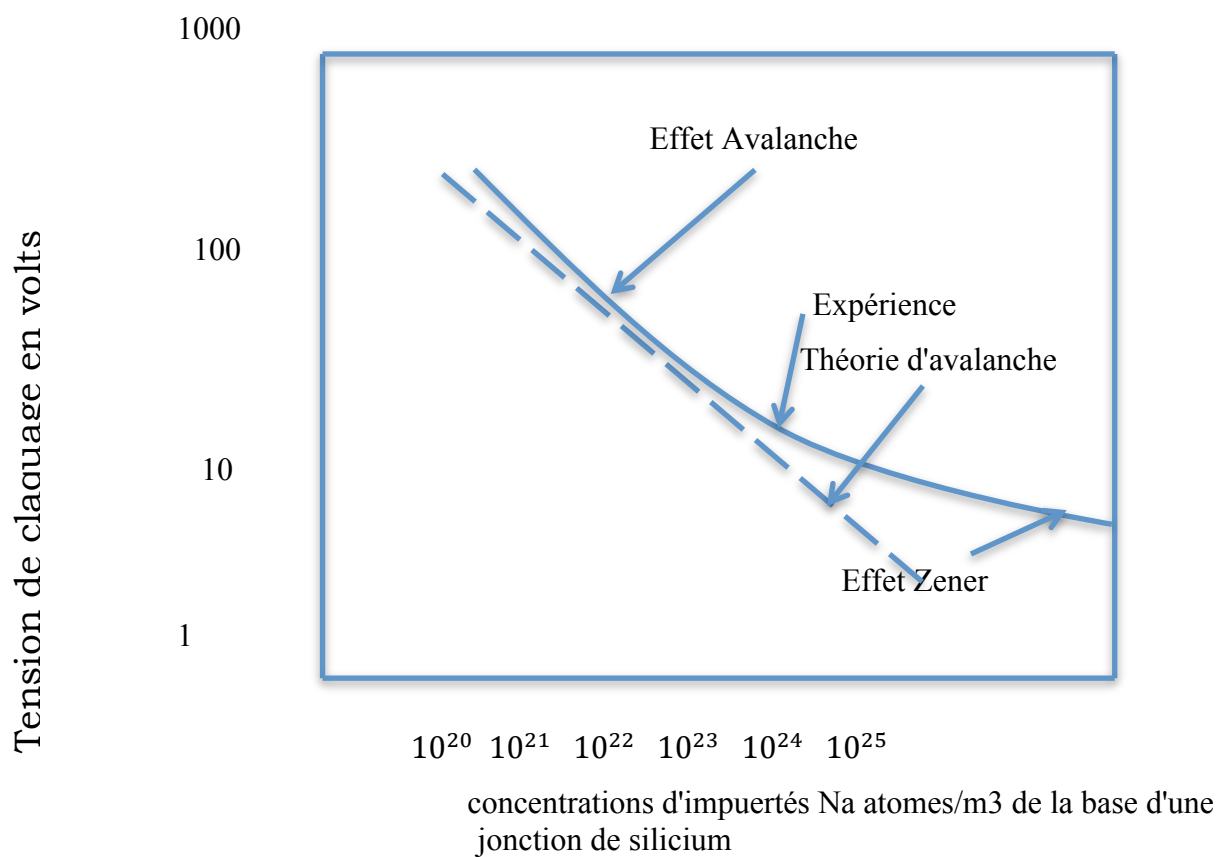


figure 2.16 tension de claquage en fonction du dopage de la base.

2.4-Calcul du courant d'une diode en régime de forte injection:

Nous avons vu, relations (2.14) et (2.15), qu'à la limite de la zone de transition les concentrations des électrons et des trous sont respectivement :

Dans l'émetteur

$$n_p(-x_p) = n_{p0} e^{\frac{qV_j}{kT}} \left[\frac{n_n(x_n)}{n_{n0}} \right] = n_{p0} e^{\frac{qV_j}{kT}} \left(1 + \frac{\Delta n_n}{n_{n0}} \right) \quad (2.52)$$

Dans la base

$$p_n(x_n) = p_{n_0} e^{\frac{qV_j}{kT} \left[\frac{p_p(-x_p)}{p_{p_0}} \right]} = p_{n_0} e^{\frac{qV_j}{kT} \left(1 + \frac{\Delta p_p}{p_{p_0}} \right)} \quad (2.53)$$

V_j Désigne la tension effective qui existe entre les limites de la zone de transition ; nous l'avons confondue jusqu'à présent avec la tension V appliquée à la jonction, mais nous allons voir que ce n'est plus possible en régime de forte injection, car il apparaît une chute de tension non négligeable dans la base.

La base supposée de type "n", étant beaucoup moins dopée que l'émetteur, il existe entre les concentrations de porteurs les inégalités suivantes:

$$p_{p_0} \gg n_{n_0} \quad (2.54)$$

$$(\Delta p_p =) \Delta n_p \ll \Delta p_n (= \Delta n_n) \quad (2.55)$$

qui entraînent :

$$\frac{\Delta n_p}{p_{p_0}} = \frac{\Delta p_p}{p_{p_0}} \ll \frac{\Delta n_n}{n_{n_0}} = \frac{\Delta p_n}{n_{n_0}} \quad (2.56)$$



Emetteur

base

Quand le rapport $\frac{\Delta n_n}{n_{n_0}} = \frac{\Delta p_n}{n_{n_0}}$ n'est plus négligeable vis-à-vis de l'unité, on dit que l'injection des trous dans la base est forte. La loi de la diode idéale n'est plus valable puisqu'elle est basée sur l'hypothèse contraire. Cependant dans la relation (1.53) la quantité entre parenthèses reste voisine de l'unité (on peut dire que l'injection d'électrons dans l'émetteur reste faible) est la relation approchée appliquée dans le cas de faibles injections avec $V_j = V$:

$$p_n(x_n) \simeq p_{n_0} e^{\frac{qV_j}{kT}} \quad (2.57)$$

reste valable.

Mais la forte injection de trous dans la base donne un accroissement considérable du champ électrique de sorte que l'influence de ce champ sur les trous, eux mêmes devenus plus nombreux, n'est plus négligeable.

Pour évaluer ce champ, nous mettons à profit le fait que les composantes de "conduction" $J_{n,c}$ et de "diffusion" $J_{n,d}$ relatives aux porteurs majoritaires sont presque égales

$$qn\mu_n E \approx -qD_n \frac{dn}{dx} \quad (2.58)$$

Portons, la valeur de E dans l'expression de $J_p(x_n)$

$$J_p(x_n) = q\mu_p p_n \left(-\frac{D_n}{\mu_n} \frac{dn}{dx} \frac{1}{n_n} \right) - qD_p \frac{dp_n}{dx} \quad (2.59)$$

en tenant compte des relations :

$$\frac{dn_n}{dx} = \frac{dp_n}{dx} \quad (2.60)$$

(hypothèse de la quasi-neutralité électrique), et tenant compte de la relation d'Einstein :

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q} \quad (2.61)$$

on obtient:

$$J_p(x_n) = -qD_p \frac{dp_n}{dx} \left(1 + \frac{p_n(x_n)}{n_n(x_n)} \right) \quad (2.62)$$

Lorsque l'injection est très forte, le rapport : $\frac{p_n(x_n)}{n_n(x_n)}$ tend vers l'unité et $J_p(x_n)$ tend vers :

$$J_p(x_n) = -2qD_p \frac{dp_n}{dx} \quad (2.63)$$

Tout se passe alors comme si le coefficient de diffusion était doublé, de sorte que dans ce cas d'une base "large" on aura:

$$J_p(x_n) = 2q \frac{D_p}{L_p} p_{n_0} \left(e^{\frac{qV_j}{kT}} - 1 \right) \quad (2.64)$$

Il faut évaluer V_j en calculant la chute de tension qui apparait dans la base

$$V(x_n) - V(d_n) = \Delta V_B = - \int_{d_n}^{x_n} E \cdot dx = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{n_n(x_n)}{n_{n_0}} \right) \quad (2.65)$$

Si V désigne la tension totale appliquée extérieurement au dispositif, la tension V_j réellement appliquée entre les frontières de la zone de transition devient alors :

$$V_j = V - \Delta V_B = V - \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{n_n(x_n)}{n_{n_0}} \right) \quad (2.66)$$

On peut exprimer simplement V_j dans le cas limite d'une forte injection en remarquant que dans ce cas :

$$n_n(x_n) \simeq p_n(x_n) = p_{n_0} e^{\frac{qV_j}{kT}} \quad (2.67)$$

et tenant compte d'autre part de la relation $p_{n_0} n_{n_0} = n_i^2$ on obtient successivement en simplifiant au fur et à mesure:

$$V_j = V - \frac{kT}{q} \ln \left[\left(\frac{p_{n_0}}{n_{n_0}} \right) e^{\frac{qV_j}{kT}} \right] \quad (2.68)$$

$$V_j = V - \frac{kT}{q} \ln \left[\left(\frac{p_{n_0}^2}{n_i^2} \right) e^{\frac{qV_j}{kT}} \right] \quad (2.69)$$

$$V_j = V - V_j + \frac{2kT}{q} \ln \left(\frac{n_i}{p_{n_0}} \right) \quad (2.70)$$

d'où :

$$V_j = \frac{V}{2} + \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{n_i}{p_{n_0}} \right) \quad (2.71)$$

En introduisant cette valeur dans l'expression de $J_p(x_n)$ on obtient :

$$J_p(x_n) \simeq 2q \frac{D_p}{L_p} n_i e^{\frac{qV}{2kT}} \quad (2.72)$$

On peut conclure que:

- ✚ Le coefficient de diffusion apparent est doublé.
- ✚ La tension effective appliquée à la jonction est pratiquement divisée par deux.
- ✚ La concentration p_{n_0} des porteurs minoritaires de la base doit être remplacée par la concentration intrinsèque n_i dans l'équation de la densité de courant.

Un calcul simple montre que la transition théorique entre la zone de faible injection où :

$$J \simeq J_p(x_n) \simeq q \frac{D_p}{L_p} p_{n_0} e^{\frac{qV}{kT}} \quad (2.73)$$

et la zone de forte injection où

$$J \simeq J_p(x_n) \simeq 2q \frac{D_p}{L_p} n_i e^{\frac{qV}{2kT}} \text{ [relation (2.72)], correspond à :}$$

$$V_t \simeq \frac{2kT}{q} \ln \frac{2n_{n_0}}{n_i} \quad (2.74)$$

Pour une jonction au silicium, où $n_{n_0} = 10^{22} m^{-3}$ à $T = 300^\circ K$, $V_t \simeq 0,78 V$.

CHAPITRE III :
Diodes Métal-Semiconducteur (diodes Schottky)

CHAPITRE III : **Diodes Métal-Semiconducteur (diodes Schottky)**

3.1. Introduction :

C'est le plus vieux dispositif électronique connu (Braun 1874), c'est en 1937 que Schottky donne une théorie. La résistance du contact entre le métal et le SC dépend du signe et de l'amplitude de la tension appliquée.

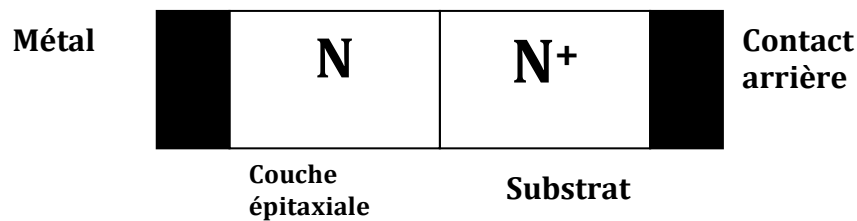


Figure 3.1. Contact métal-SC (diode Schottky)

3.2. Diagramme des bandes d'énergie d'un contact idéal :

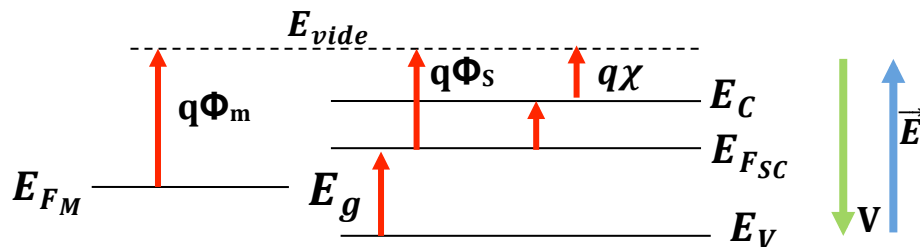


Figure 3.2. Niveaux d'énergie du métal et du SC avant le contact.

Après contact on aura :

- Alignement des niveaux de Fermi par établissement du contact.
- Les valeurs E_C , E_V et E_F restent constants dans le semi-conducteur, loin de la jonction.
- Raccord continu des niveaux des énergies au niveau de la jonction, ce qui implique la courbure des bandes d'énergie.

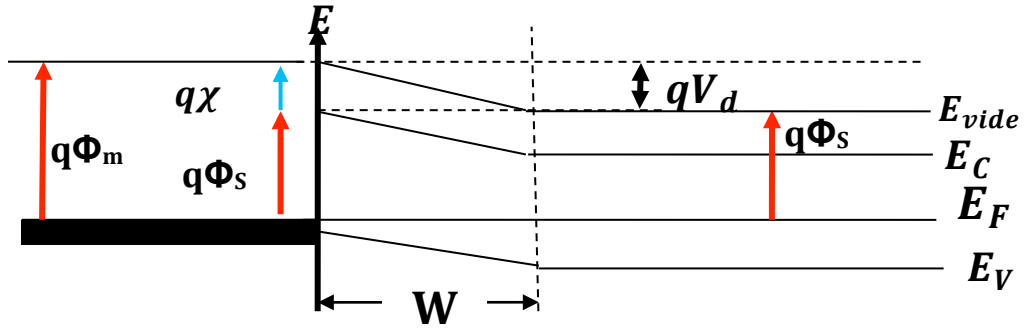


Figure 3.3. Déformation s des bandes d'énergie après le contact métal-SC

Il y a appauvrissement du SC de type net la création d'une zone de charge d'espace de largeur w . Cette charge (de type n) positive est compensée par une charge négative à la surface du métal, très près de la jonction métallurgique. $q\phi_b$ Représente la hauteur de la barrière énergétique de la diode Schottky.

$$q\phi_b = E_C - E_{F0} \quad \text{En surface.}$$

3.3. Cas où $\phi_m < \phi_{sc}$ contact ohmique :

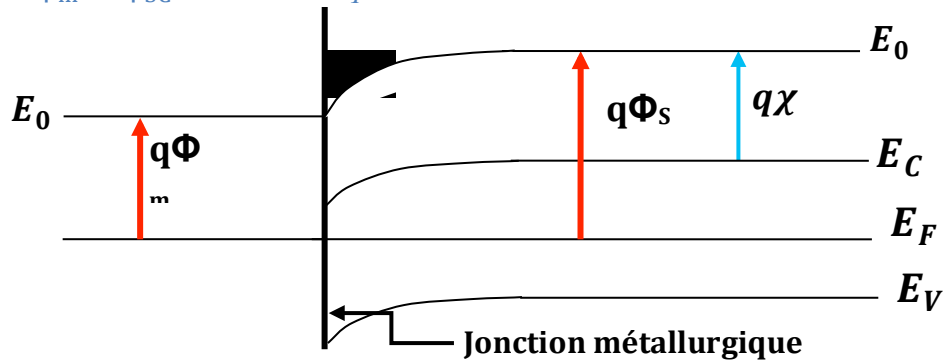


Figure 3.4. Déformations des bandes d'énergie, dans le cas d'un contact ohmique $\phi_m < \phi_{sc}$

$q\phi_m$: est le travail de sortie du métal, il définit l'énergie minimale nécessaire à l'électron pour qu'il se libère.

$q\phi_s$: est le travail de sortie du SC.

$q\chi$: est appelée l'affinité électronique du SC.

Comme on voit sur la figure 3.4., il y a accumulation de charges au voisinage de la jonction et le SC se comporte comme un SC dopé. Cette situation correspond au cas du contact ohmique. La conduction de la diode ne sera limitée que par la résistance de la couche neutre.

Si le dopage N est important, le mécanisme de conduction du courant à travers la jonction est un mécanisme d'effet tunnel à travers la barrière de potentiel à l'interface des deux matériaux, dans ces conditions le courant à travers la jonction est donné approximativement par :

$$J_{ohm} = \exp \left\{ - \frac{4 (m_n \epsilon_0 \epsilon_r)^{\frac{1}{2}} (\phi_{Bn} - V)}{N_d^{\frac{1}{2}} \hbar} \right\} \quad (3.1)$$

Où m_n est la masse effective des électrons ($m_n = 0,19m_0$ pour le Si) ; \hbar est la constante de Planck réduite ; $\epsilon_s = \epsilon_0 \epsilon_r$ est la permittivité diélectrique du semiconducteur ($\epsilon_r = 11,7$ pour le Silicium) et N_d le dopage du SC de type n.

Compte tenu de l'expression ci-dessus, on obtient la résistance du contact à $V = 0$ volt,

$$R_{C\Omega} = \exp \left\{ - \frac{4 (m_n \epsilon_0 \epsilon_r)^{\frac{1}{2}} (\phi_{Bn})}{N_d^{\frac{1}{2}} \hbar} \right\} \quad (3.2)$$

3.4. Barrière de Schottky. Zone de charge d'espace

La courbure des bandes d'énergie se produit sur une zone d'énergie qV_{bio} , où V_{bio} correspond au potentiel interne à l'équilibre ou (built-in) potentiel. C'est la barrière de potentiel que doit vaincre un électron de la bande de conduction du semi-conducteur pour passer dans le métal.

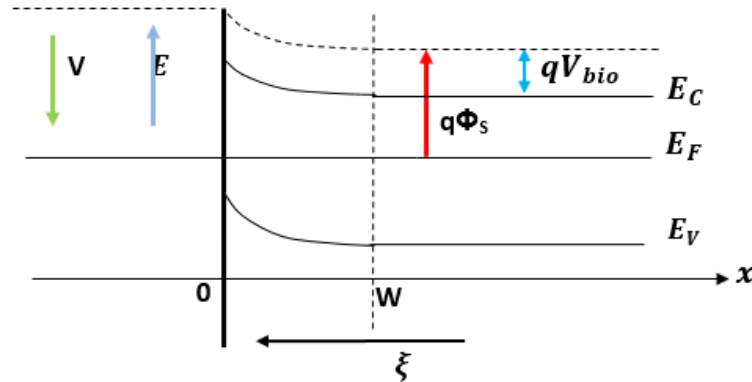


Figure 3.5. Déformations des bandes d'énergie dans le cas où le travail de sortie du métal est supérieur à celui du semiconducteur $\phi_m > \phi_{sc}$

3.4.1. Zone désertée.

$$\frac{d^2V}{dx^2} = - \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r} = - \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon_r} (N_d + p - n) \quad (3.3)$$

En première approximation on peut négliger n et p devant N_d . Dans ce cas on doit tenir compte des « queues de concentrations », alors :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = - \frac{qN_d}{\epsilon_0 \epsilon_r}, \text{ qu'on peut intégrer, alors : } \frac{dV}{dx} = - \frac{qN_d}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x - w) \quad (3.4)$$

Et par la suite, après une deuxième intégrale on trouve :

$$V(x) = - \frac{qN_d}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{x^2}{2} - wx \right) + \text{cste} \quad (3.5)$$

$$\text{Or, } V(w) - V(0) = V_{bio} \text{ d'où : } |V_{bio}| = \frac{qN_d w^2}{\epsilon_0 \epsilon_r 2} \quad (3.6)$$

De cette dernière équation, on peut en tirer l'expression de la largeur de la ZCE en fonction du potentiel de diffusion :

$$w = \left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r|V_{bio}|}{qN_d} \right)^2 \quad (3.7)$$

Si on tient compte des queues de concentrations on aura :

$$w = \left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r|V_{bio}| - \frac{KT}{q}}{qN_d} \right)^2 \quad (3.8)$$

Si on suppose que ce raisonnement reste valable dans le cas d'une polarisation V comme ça a été le cas pour une jonction pn, on remplacera V_{bio} par V_{bi} avec $V_{bi} = V_{bio} + V$; dans ce cas alors on trouvera la largeur de la ZCE en fonction de la polarisation extérieure comme suit :

$$w = \left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r|V_{bio}| - V - \frac{KT}{q}}{qN_d} \right)^2 \quad (3.9)$$

3.4.2. Charge totale de la zone de charge d'espace.

$$C_{SC} = qN_d w = \{2q\varepsilon_0\varepsilon_r N_d |V_{bio}|\}^{1/2} \text{ à l'équilibre} \quad (3.10)$$

3.4.3. Capacité totale de la zone de charge d'espace.

$$C_{SC} = \frac{dQ_{\text{métal}}}{dV_{\text{métal/SC}}} = - \frac{dQ_{SC}}{dV_{\text{métal/SC}}} \quad (3.11)$$

$$C_{SC} = - \frac{dQ}{dw} \frac{dw}{dV}, \text{ alors : } C_{SC} = \left\{ \frac{q\varepsilon_0\varepsilon_r N_d}{2|V_{bio}|} \right\}^{1/2} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{w} \text{ (capacité / cm}^2\text{)} \quad (3.12)$$

Dans le cas d'une polarisation V , de la structure :

$$C_{SC} = \left\{ \frac{q\varepsilon_0\varepsilon_r N_d}{2(|V_{bio}| - V)} \right\}^{1/2} ; \text{ et } \frac{1}{C_{SC}^2} = \frac{2(|V_{bio}| - V)}{q\varepsilon_0\varepsilon_r N_d} \quad (3.13)$$

Le tracé de $\frac{1}{C_{SC}^2}$ en fonction de V permet de déterminer (analogiquement au cas d'une jonction pn) N_d et V_{bio} , cette courbe est tracée en supposant que le dopage du semiconducteur constant, dans le cas d'un dopage variable le tracé de $\left(\frac{1}{C_{SC}^2}\right)/dV$, permettra de donner le tracé du profil de la concentration du dopage. Voir figure ci-dessous.

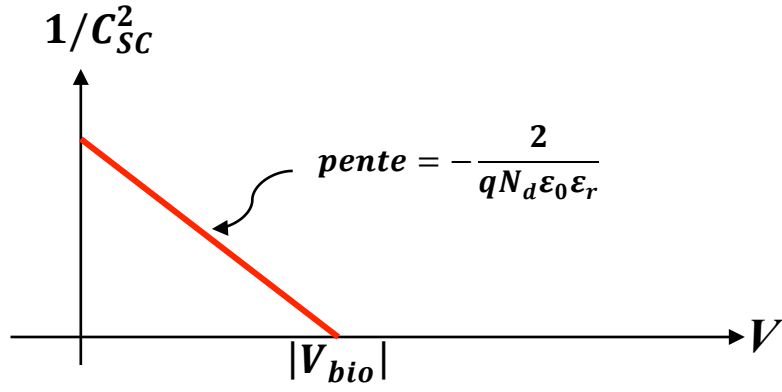


Figure 3.6 . $\frac{1}{C_{sc}^2}$ en fonction de V

$d\left(\frac{1}{C_{sc}^2}\right)/dV = \frac{-2}{q\epsilon_0\epsilon_r N_d}$ pour un dopage constant dans toute la structure, alors on tire N_d :

$$N_d = \frac{2}{q\epsilon_0\epsilon_r} \left(-\frac{1}{d\left(\frac{1}{C_{sc}^2}\right)/dV} \right) \quad (3.14)$$

3.4.4. L'effet d'abaissement de la barrière. L'effet Schottky :

L'effet Schottky est l'effet d'abaissement de la barrière, dû à la force image induite par un porteur devant un plan conducteur ou équipotentiel.

3.4.4.1. Cas du vide :

Un électron dans le vide face à un plan conducteur, à la distance x de celui-ci, est soumis à une force de rappel coulombienne.

$$F = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0(2x)^2} = -\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x^2} \quad (3.15)$$

Le travail fourni par un électron au cours du transfert depuis l'infini jusqu'à l'abscisse x est :

$$E_p(x) = \int_{\infty}^x F dx = \left. \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x} \right|_{\infty}^x ; \text{ avec } E_p(\infty) = 0 \quad (3.16)$$

$$E_p(x) = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x} \quad (3.17)$$

Cette énergie correspond à l'énergie potentielle de l'électron qui, attiré par un le plan conducteur, se retrouve dans un puits de potentiel avec une énergie positive.

L'action du champ électrique appliqué $\xi(x)$;

$$\text{L'énergie totale est : } E_p(x) = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x} + q\xi x \quad (3.18)$$

Si on considère que $\xi(x) = cste$ et $\xi(x)$ est orientée vers les x négatives. En effet,

$$\xi(x) = -\frac{dv}{dx} ; \text{ alors } \int dV = -\int_{\infty}^x \xi(x) dx \text{ donc } V = -\xi x + cste \quad (3.19)$$

On choisit comme référence du potentiel pour plus de commodités en $x = 0$,

$$V(0) = 0 ; \text{ et } -qV = q\xi x = E_p'(x) \quad (3.20)$$

On peut représenter $E_p(x)$ en fonction de x . On est en présence de deux effets antagonistes.

- ❖ Le plan conducteur attire l'électron (dans le vide)
- ❖ Le champ le repousse loin du plan ($E_p'(x) > 0$)

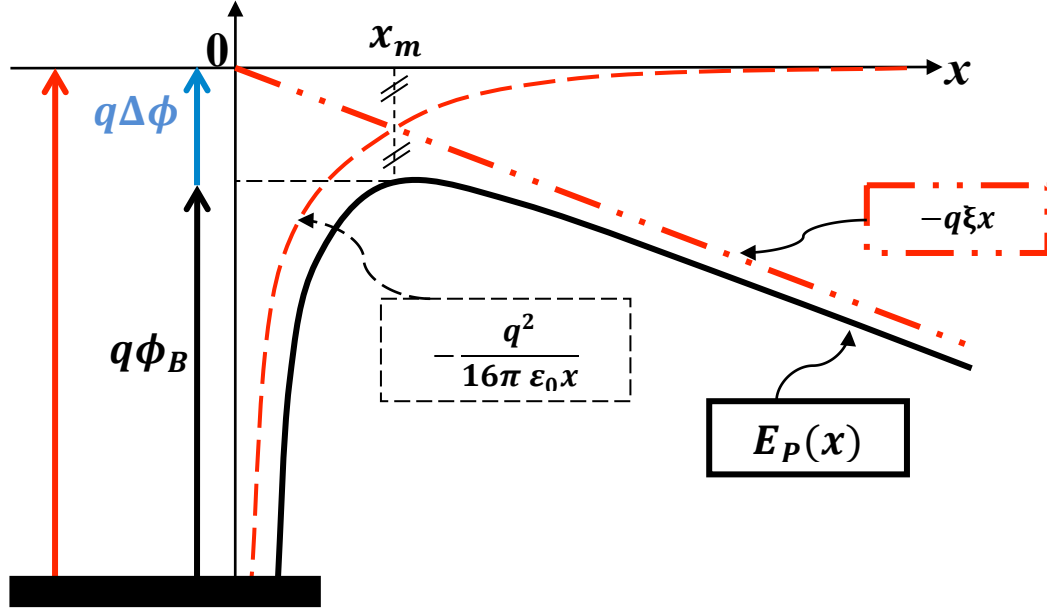


Figure 3.7 .Représentations des énergies

Par rapport à la hauteur de la barrière maximale $q\phi$, qui correspond dans la figure 3.7 à l'énergie de référence 0, la présence simultanée de la force image et du champ électrique externe appliqué entraîne un abaissement de la barrière de $q\Delta\phi$ que nous pourrions calculer en estimant la valeur maximale de $E_p(x)$.

Ceci se traduit par :

$$\frac{dE_p(x)}{dx} = 0 \text{ en } x = x_m \quad (3.21)$$

En ce point on a :

$$-\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x_m^2} = q\xi \quad (3.22)$$

D'où on tire que

$$x_m = \left[\frac{q}{16\pi\epsilon_0 \xi} \right]^{1/2} \quad (3.23)$$

$$\text{Ainsi } q\Delta\phi = E_p(x_m) = 2q\xi x_m \quad (3.24)$$

$$\Delta\phi = 2\xi x_m = \left(\frac{q\xi}{4\pi\epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (3.25)$$

3.4.4.2. Cas d'une barrière métal-SC :

Dans le cas d'une jonction abrupte, la concentration en dopant dans le SC près de la surface est supposée constante, le champ électrique s'exprime, après intégration de l'équation de Poisson :

$$\xi(x) = \frac{qN_d}{\varepsilon_0\varepsilon_r} |(x - w)| ; 0 < x < w \quad (3.26)$$

Le champ électrique varie donc linéairement en fonction de x , le calcul de l'abaissement de la barrière se complique, pour simplifier, supposons que x_m soit suffisamment faible devant w pour que le champ électrique soit constant et pratiquement égal à sa valeur maximale.

$$\xi_{MAX} = \frac{qN_d}{\varepsilon_0\varepsilon_r} w \quad (3.27)$$

En remplaçant de plus ε_0 par $\varepsilon_0\varepsilon_r$ dans l'expression de $\Delta\phi$, l'équation (3.25) on obtient :

$$\Delta\phi = 2\xi_{MAX}x_m = \left[\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{qN_d}{\varepsilon_0\varepsilon_r} w \right]^{1/2} \quad (3.28)$$

Exemple : $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$; $\varepsilon_0\varepsilon_r = 2.10^{-12} \text{ F cm}^{-1} (\text{Si})$; $qV_{bio} = 0,4 \text{ eV}$;

$$w = \left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r}{qN_d} V_{bio} \right)^{1/2} = 0.220 \mu\text{m} \text{ et } \xi_{MAX} = 3,57 \cdot 10^4 \text{ V/cm} \text{ où } x_m = 3 \cdot 10^{-7} \text{ cm} ;$$

$$\Delta\phi = 2 \xi_{MAX} x_m = 22 \text{ mV} .$$

La hauteur de la barrière dans le cas choisi est égale à : $q\phi_{bi} = qV_{bio} + qV_n$, sachant que

$$qV_n = E_C - E_F \text{ et que } n = N_d = N_C e^{\frac{(E_C - E_F)}{KT}}, \text{ alors } qV_n = \frac{KT}{q} \ln \frac{N_C}{N_d} = 180 \text{ meV} ;$$

Ainsi que $q\phi_m = qV_{bio} + qV_n = 0,4 + 0,18 = 0,58 \text{ eV}$, et $q\Delta\phi = 0,22 \text{ eV}$. On constate que dans la plupart des cas, on peut négliger l'abaissement de la barrière, en toute rigueur, on peut dire que :

$$q\phi_{bi} = q\phi_b + q\Delta\phi , \quad (3.29)$$

Où :

$$q\phi_b = q\phi_m - q\chi_{sc} . \quad (3.30)$$

3.5. Transport à travers la jonction.

3.5.1. Généralités :

On distingue quatre processus de transport à travers la jonction, les quatre processus sont étudiés dans le cas d'un semi-conducteur de type n.

- a. Franchissement de la barrière par des électrons de la bande de conduction, c'est le processus le plus fréquent. Plus (J_b) diminue, plus les électrons passent. On peut aussi abaisser la

barrière en polarisant en direct la jonction métal-SC, on diminue le champ dans la ZCE. Voir figure 3.8.

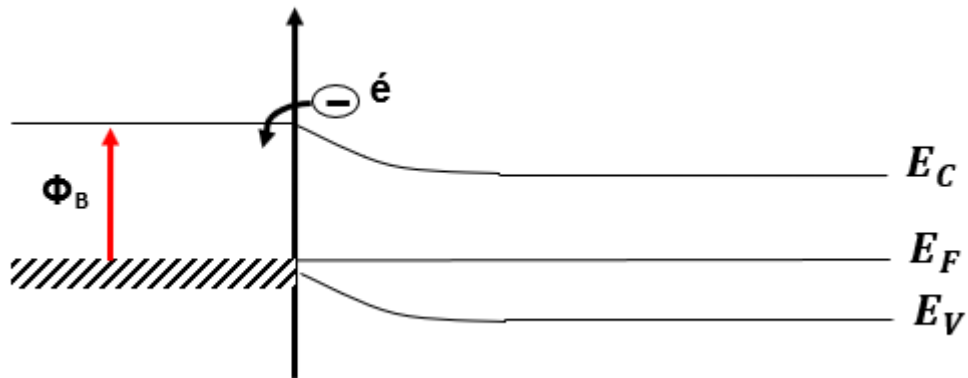


Figure 3.8.

- b. Franchissement de la barrière par effet tunnel, les électrons de la bande de conduction du semi-conducteur « traversent » la barrière, si celle-ci est assez étroite, ce phénomène se produit pour des dopages très grands. Voir fig.3.9

Exemple : $N_d = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $w = 100 \text{ Å}$ et $\xi_{MAX} = 3 \cdot 10^3 \text{ V/cm}$.

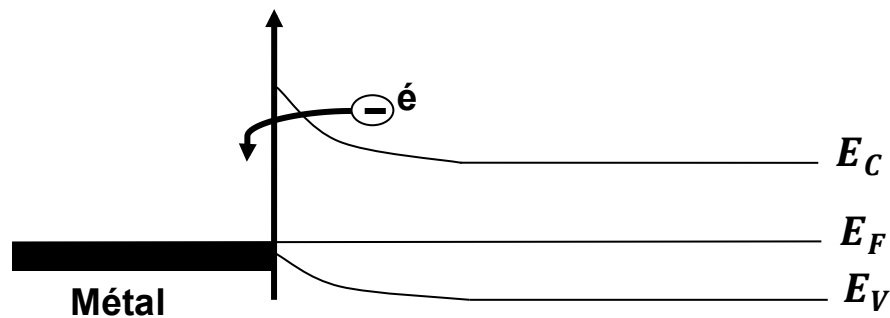


Figure 3.9.

- c. Processus de générations recombinaison dans la ZCE. Un électron de la bande de valence « saute » dans le métal, en laissant un trou derrière soi dans la bande de valence ce trou peut se recombiner avec un électron de la bande de conduction. Voir fig.3.10

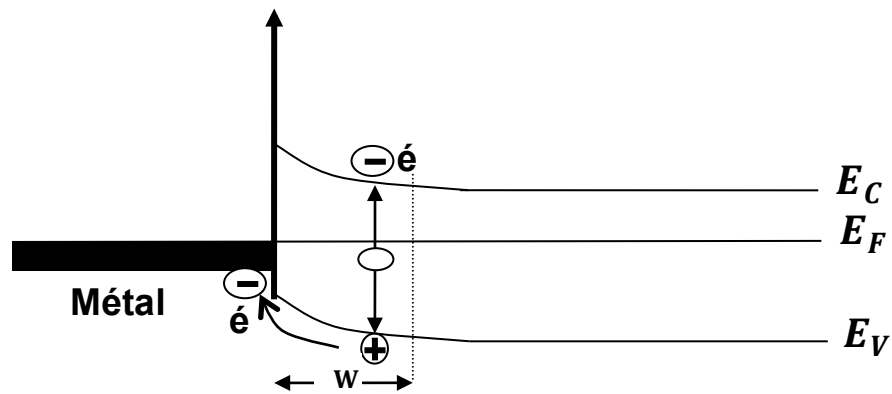


Figure 3.10.

Processus de générations-recombinaisons dans la zone neutre, ce processus est identique au processus précédent à la seule différence que la recombinaison se produit dans la région neutre du SC. Voir figure 3.11

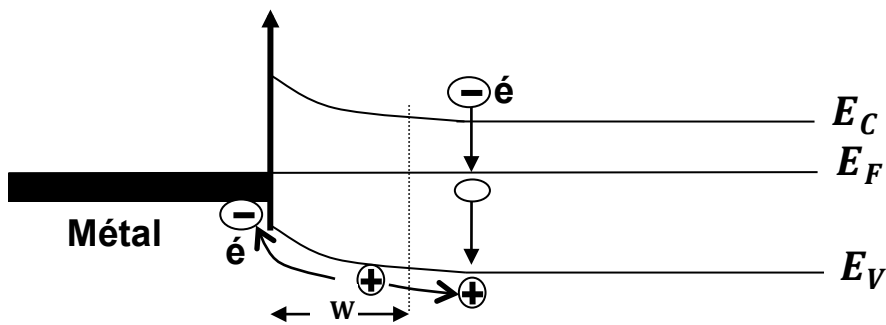


Figure 3.11.

De ces 4 processus, nous nous intéresserons essentiellement au premier processus (casa), qui est en général le processus dominant parmi les autres processus.

3.5.2. Conduction des porteurs majoritaires :

Le transport selon le processus (a) cité ci-dessus, est le fait des porteurs majoritaires, il peut être décrit par deux théories :

Théorie thermoïonique.

Théorie de diffusion.

La théorie thermoïonique : cette théorie limite le phénomène de transport à l'interfacemétal/semi-conducteur (métal/SC). Il n'y a de contribution, ni de la région neutre, ni de la ZCE à la conduction. Ainsi le pseudo-niveau de Fermi dans ces deux régions est considéré comme constant.

La théorie de diffusion : cette théorie situe la limitation du transport dans la ZCE et non pas dans l'interface métal/SC. Ainsi le pseudo niveau de Fermi à l'interface ne varie pas, sa variation se produit dans la zone désertée. En résumé les deux théories diffèrent de conception et convergent sur la limite des échanges des porteurs entre le métal et le semi-conducteur.

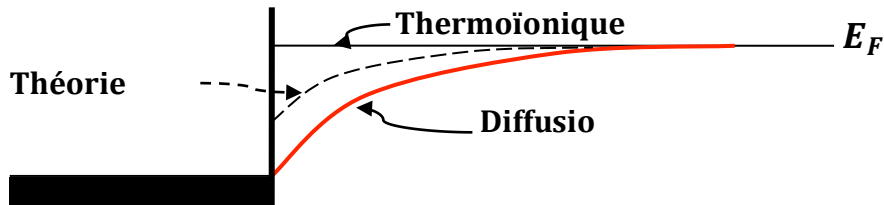


Figure 3.12. Comparaison des deux théories.

La théorie thermoïonique est valable dans le cas où les électrons possèdent une grande mobilité (pas toujours le cas), tandis que la théorie de diffusion s'explique dans le cas où les électrons possèdent une faible mobilité (qui n'est aussi pas toujours le cas). Dans le cas général, on peut appliquer une théorie « mixte ».

3.5.3. La théorie thermoïonique :

Cette théorie a été développée par Bethe en 1942, les hypothèses de cette théorie sont :

La hauteur de la barrière $q\phi_b \gg KT$.

Qu'on suppose que l'équilibre thermique est établi.

L'existence d'un courant n'affecte pas l'équilibre.

On peut donc superposer les courants : $J_{M \rightarrow SC}$ et $J_{SC \rightarrow M}$.

L'effet thermoïonique : le passage d'électrons d'énergie élevée au-dessus de la barrière de potentiel dans le cas d'une jonction $M \rightarrow SC$ (n) ; A l'équilibre : $J_{M \rightarrow SC} = -J_{SC \rightarrow M}$, ce modèle est valable lorsque le libre parcours moyen des électrons est supérieur à la longueur de la ZCE. Voir figure 3.13.

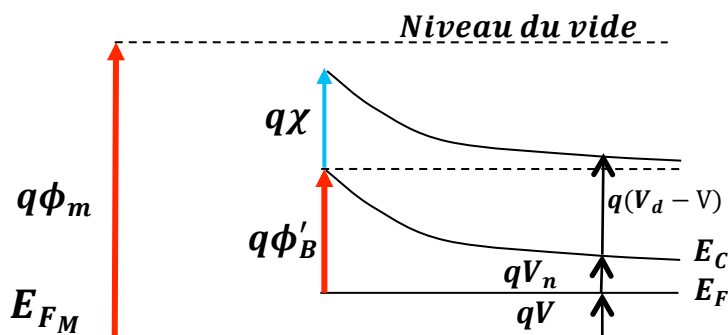


Figure 3.13.

Pour ce type de conduction, le courant dépend uniquement de la hauteur de la barrière, la densité de courant est donnée par :

$$J_{SC \rightarrow M} = \int_{E_F + q\phi_B}^{\infty} qv_x d\mathbf{n} \quad (3.31)$$

$E_F + q\phi_B$: est l'énergie minimale nécessaire pour le passage.

v_x : est la vitesse des porteurs dans la direction du transfert.

Et finalement : $d\mathbf{n} = N(E)dE$.

Connaissant les valeurs de $N(E)$

$$N(E) = 4\pi \frac{(2m^*)^{3/2}}{h^3} (E - E_C)^{1/2} . \quad (3.32)$$

$$f(E)dE = e^{-\frac{(E-E_F)}{KT}} . dE = e^{-\frac{E-E_C+qV_n}{KT}} . dE \quad (3.33)$$

Sachant que :

$$qV_n = E_C - E_F ; E - E_C = \frac{1}{2}m^*v^2 = m^*v dv \quad (3.34)$$

La densité des électrons par cm^3 , donc la vitesse est comprise entre v et $v + dv$, distribuée dans toute la direction est donnée par :

$$dn = 2 \left(\frac{m^*}{h}\right)^3 \exp\left(\frac{qV_n}{KT}\right) \exp\left(-\frac{m^*v^2}{2KT}\right) (4\pi v^2 dv) \quad (3.35)$$

Or $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ et $4\pi v^2 dv = dv_x dv_y dv_z$, et si on considère que les électrons se déplaçant dans la direction x avec une vitesse v_{0x} .

$$J_{SC \rightarrow M} = q \left(\frac{m^*}{h}\right) \exp\left(-\frac{qV_n}{KT}\right) \int_{v_{0x}}^{+\infty} v_x \exp\left(-\frac{m^*v_x^2}{2KT}\right) dv_x \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{m^*v_y^2}{2KT}\right) dv_y \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{m^*v_z^2}{2KT}\right) dv_z . \quad (3.36)$$

$$J_{SC \rightarrow M} = \underbrace{\left(\frac{4\pi q m^* K^2}{h^3}\right)}_{A^*} T^2 \exp\left(-\frac{qV_n}{KT}\right) \exp\left(-\frac{m^*v_x^2}{2KT}\right) \quad (3.37)$$

Avec $A^* = \frac{4\pi q m^* K^2}{h^3}$: c'est la constante de Richardson pour l'émission thermoionique. On peut alors dire que :

$$J_{SC \rightarrow M} = A^* T^2 e^{-\frac{q\phi_B}{KT}} e^{\frac{qV}{KT}} \quad (3.38)$$

Puisque $q\phi_B = qV_{bio} + qV_n$:

$$\text{A l'équilibre} \quad J_{ST} = A^* e^{-\frac{q\phi_B}{KT}} \quad (3.39)$$

$$J_{SC \rightarrow M} = J_{M \rightarrow SC} = J_{ST}$$

$q\phi_B = q\phi_m - q\chi = q\phi_b - q\phi_F = qV_{bio} - q\phi_F$ En absence de polarisation.

$$\text{Alors } J_{ST} = A^* e^{-\frac{qV_d}{KT}} e^{-\frac{q\phi_F}{KT}} \quad (3.40)$$

La densité d'électron dans le SC s'écrit :

$$n = N_d = N_C e^{-\frac{q\phi_F}{KT}} \text{ Avec : } N_C = 2 \left(2\pi m^* \frac{KT}{h^2} \right)^{3/2}$$

Donc :

$$J_{ST} = A^* \frac{N_d}{N_C} e^{-\frac{qV_d}{KT}}$$

En explicitant A^* et N_C dans (2.5.11) on trouve :

$$J_{ST} = qN_d \underbrace{\left(\frac{KT}{2\pi m^*} \right)^{1/2}}_{v_{th}} e^{-\frac{qV_d}{KT}} \quad (3.41)$$

Si la jonction est polarisée en direct ($V > 0$) on aura :

$$J_{SC \rightarrow M} = qN_d \left(\frac{KT}{2\pi m^*} \right)^{1/2} e^{-\frac{q(V_d - V)}{KT}} \quad (3.42)$$

D'où

$J_T = J_{SC \rightarrow M} - J_{M \rightarrow SC}$; la densité de courant $J_{M \rightarrow SC}$ ne dépend pas de la tension depolarisation.

$$J_T = qN_d \left(\frac{KT}{2\pi m^*} \right)^{1/2} \left[e^{-\frac{q(V_d - V)}{KT}} - e^{-\frac{qV_d}{KT}} \right] \quad (3.43)$$

Donc :

$$J_T = J_{ST} = \left[e^{\frac{qV_d}{KT}} - 1 \right] \quad (3.44)$$

$$\text{Avec } J_{ST} = qN_d \underbrace{\left(\frac{KT}{2\pi m^*} \right)^{1/2}}_{v_{th}} \quad (3.45)$$

Raisonnement direct :

$$J_{SC \rightarrow M} = qn_S v_{th} \quad (3.46)$$

n_S est la densité des électrons à la surface du SC.

v_{th} est la vitesse thermique moyenne surtout en direction x .

Sous polarisation :

$$n_S = n_{S0} e^{\frac{qV}{KT}} \text{ et } n_{S0} = N_C e^{-\frac{q\phi_p}{KT}} \quad (3.47)$$

Al'équilibre thermodynamique le flux net est nul.

$$J_{SC \rightarrow M} + J_{M \rightarrow SC} = 0 \text{ d'où } |J_{SC \rightarrow M}| = |J_{M \rightarrow SC}| = qn_S v_{th} \quad (3.48)$$

Selon notre hypothèse, sous polarisation, $J_{M \rightarrow SC}$ reste constante à l'équilibre.

$$J = |J_{SC \rightarrow M}| = |J_{M \rightarrow SC}| = qn_S v_{th} - qn_{S0} v_{th}$$

$$J = qN_c e^{-\frac{q\phi_b}{KT}} \left[e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right] v_{th} \quad (3.49)$$

$$J = A^* T^2 e^{-\frac{q\phi_b}{KT}} \left[e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right] \quad (3.50)$$

Si $m = m^*$; $A^* = A = 120 AK^{-2} cm^{-2}$, si on considère l'effet de la force image $q\phi_b$ est remplacé par : $q\phi_b - \Delta\phi$

3.5.4 Théorie de la diffusion.

La théorie de la diffusion établie par Schottky en 1938, se base sur les hypothèses qui suivent :

La hauteur de la barrière est $\gg KT$

Les concentrations des électrons en $x = 0$ et en $x = w$ ne sont pas affectées par le passage du courant (elles gardent leurs valeurs d'équilibre).

La concentration en impuretés est non dégénérée.

Donc le courant dans la ZCE dépend du champ local et des gradients de concentration. Il est donné par :

$$J_x = J_n = q \left[n(x) \mu_n \xi + D_n \frac{\partial n(x)}{\partial x} \right] = n \mu_n \frac{\partial E_{Fn}}{\partial x} \quad (3.51)$$

Compte tenu de la relation d'Einstein, on a $\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{KT}{q}$ et du fait que $\xi(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$

La densité du courant s'écrit alors,

$$J_n = qD_n \left[-q \frac{n(x)}{KT} \frac{\partial V(x)}{\partial x} + \frac{\partial n(x)}{\partial x} \right] \quad (3.52)$$

En régime stationnaire, J_n est indépendante de x , on intègre l'équation (3.52) en utilisant le terme $U = e^{\frac{qV(x)}{KT}}$ comme le facteur d'intégration. Ceci en multipliant les membres par U et en intégrant de 0 à w .

$$J_n \int_0^w e^{-\frac{qV(x)}{KT}} dx = qD_n \left[n(x) e^{-\frac{qV(x)}{KT}} \right]_0^w \quad (3.53)$$

Les conditions aux limites sont :

$$\text{En } x = 0 \begin{cases} n(x = 0) = N_c \exp\left(-\frac{E_C(0) - E_{FS}}{KT}\right) = N_c e^{-\frac{q\phi_b}{KT}} \\ V(x = 0) = 0 \end{cases} \quad (3.54)$$

$$\text{En } x = w \begin{cases} n(x = w) = N_d = N_c e^{-\frac{q\phi_F}{KT}} \\ V(x = w) = V_d - V \end{cases} \quad (3.55)$$

On prend comme origines potentiels à l'interface, et $V = V_M - V_{SC}$; $V > 0$, abaissement de la barrière SC/M pour un substrat type N, on trouve si on néglige les Minoritaires $J_p \ll J_n$.

$$J = \frac{qN_d D_n}{\int_0^w e^{-\frac{qV(x)}{KT}} dx} \times e^{-\frac{qV_d}{KT}} \left(e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right) \quad (3.56)$$

Pour calculer l'intégrale du dénominateur, on détermine le potentiel $V(x)$ dans la ZCE, dans l'approximation de la désertion totale.

$$V(x) = -\frac{qN_d}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{x^2}{2} - wx \right) = \frac{qN_d}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r} w^2 - \frac{qN_d}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r} (x - w)^2 \quad (3.57)$$

$$\text{Or on sait que } w^2 = \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{qN_d} (x - w)^2.$$

$$V(x) = V_d - V - \frac{qN_d}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r} (x - w)^2 \quad (3.58)$$

$$\text{Soit } \text{Int} = \int_0^w e^{-\frac{qV(x)}{KT}} dx = \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r KT}{q^2 N_d w} \right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} \left(\frac{KT}{q(V_d - V)} \right)^{1/2} \quad (3.59)$$

$$\text{Int} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r KT}{q^2 N_d w} \quad (3.60)$$

La densité du courant devient alors :

$$J = \frac{q^3 N_d^3 D_n}{\varepsilon_0 \varepsilon_r KT} \times w \times e^{-\frac{qV_d}{KT}} \left(e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right) \quad (3.61)$$

$$\text{Donc } J = J_{sd} \left(e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right) \quad (3.62)$$

Autrement dit :

$$J_{sd} = qN_d \frac{qD_n}{KT} \times \frac{qN_d w}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} e^{-\frac{qV_d}{KT}} \quad (3.63)$$

On pose $v_d = \mu_n \xi_m$ vitesse de recombinaison à l'interface et sachant que $n = N_d e^{-\frac{qV_d}{KT}}$ qui est la densité des porteurs libres à l'interface.

$$J_{sd} = qv_d n$$

Rappelons d'autre part le résultat de la théorie thermoïonique

$$J_{ST} = qN_d \left(\frac{KT}{2\pi m^*} \right)^{1/2} e^{-\frac{qV_d}{KT}} = qv_c n \quad (3.64)$$

Avec : $v_c = \left(\frac{KT}{2\pi m^*} \right)^{1/2}$ la vitesse de collection des électrons par le métal.

Remarquons que $V_e = \sqrt{61} V_{th}$; avec V_{th} la vitesse thermique, et est égale à $\sqrt{\frac{KT}{m}}$.

Les deux théories donnent des densités de courant de formes similaires à quelques différences :

J_{sd} Varie fortement en fonction de la tension de polarisation (valeur du champ électrique en surface).

J_{sd} Dépend peu de la température T , par rapport à J_{ST} qui varie en T^2 .

3.5.5 Théorie mixte (théorie thermoïonique -diffusion)

En 1966, Crowell et Sze ont proposé une théorie qui rapproche les prévisions des modèles de diffusion et d'émission thermoïonique. En faisant les approximations suivantes :

Chacun des deux courants dépend de l'autre.

Condition de raccordement : les courants sont supposés égaux à l'interface. On rappelle que dans le calcul de la densité de courant dans les deux théories on a supposé que $n(x \neq 0)$, la densité des porteurs libres à l'interface est celle du régime du pseudo-équilibre (n n'est pas affectée par le flux du courant).

En réalité, le raccordement consiste à dire que la densité des porteurs à l'interface est conditionnée par la présence dans le modèle de diffusion, du courant ou de l'effet thermoïonique.

Cet effet se manifeste, dans la théorie de la diffusion par une vitesse de recombinaison à l'interface.

Sous une polarisation V , $n(x = 0)$ n'est plus une constante mais dépend de V ; $n(x = 0) = n_s(V)$ nouvelle condition à la limite.

On montre pour la densité du courant de diffusion :

$$J_d = qN_d v_d e^{-\frac{q(V_d - V)}{KT}} - qv_d n_s(V) \quad (3.65)$$

Pour la densité de courant thermoïonique :

$$J_T = qN_d v_d e^{-\frac{qV_d}{KT}} \left[e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right] \quad (3.66)$$

Pour $V \gg \frac{KT}{q}$

$$J_T = qN_d v_d e^{-\frac{q(V_d - V)}{KT}} \quad (3.67)$$

Or $n(x = 0) = N_d e^{-\frac{q(V_d - V)}{KT}}$ régime pseudo-équilibre, représente le nombre de porteurs à l'interface, on remplace $n(x = 0)$ par $n_s(V)$: nombre de porteurs en régime dynamique.

$$J_T = qv_e n_s(V) \quad (3.68)$$

Si on écrit que $J = J_d = J_T$ on peut quantifier $n_s(V)$, on trouve :

$$n_s(V) = qN_d \frac{v_d}{v_d + v_e} e^{-\frac{q(V_d - V)}{KT}} = \frac{v_d}{v_d + v_e} n(x = 0) \quad (3.69)$$

$$J = qN_d \times \frac{v_d v_e}{v_d + v_e} e^{-\frac{q(V_d - V)}{KT}} = qN_d v^* e^{-\frac{q(V_d - V)}{KT}} \quad (3.70)$$

Avec : $v^* = \frac{v_d v_e}{v_d + v_e}$

Discussions:

Si $v_d \ll v_e$ alors $v^* \rightarrow v_d$ la diffusion des porteurs dans la ZCE conditionne le courant dans la structure.

Si $v_d \gg v_e$ alors $v^* \rightarrow v_e$ dans ce cas le courant est conditionné par l'émission thermoïonique à l'interface sachant que $v_d = \mu_n \xi_m$ et $v_e = \frac{v_{th}}{4}$ le libre parcours moyen des porteurs de charge.

La condition $v_d \gg v_e$ devient $\xi_m \gg \frac{3}{4} \frac{KT}{q} \frac{1}{2} = \frac{3}{8} V_T$ en remplaçant ξ_m on trouve :

$$V_d - V \gg \frac{\epsilon_s}{4qN_d l^2} \left(\frac{KT}{q} \right)^2 + \frac{KT}{q} \quad (3.71)$$

Récapitulatif

Conditions de Bethe (1942)

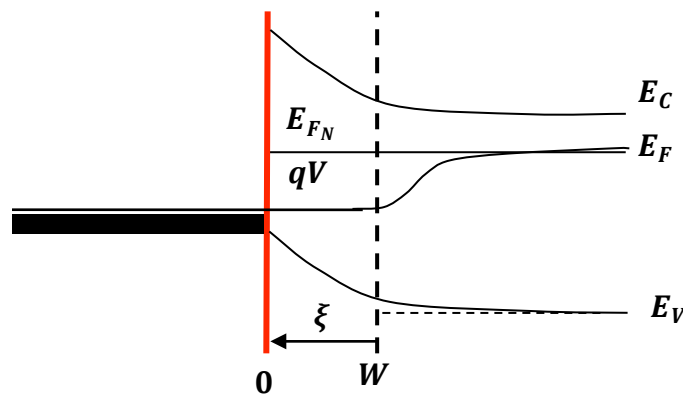
- $\xi_m \gg \frac{3}{4} \frac{KT}{q l}$, courant thermoïonique
- $\xi_m \ll \frac{3}{4} \frac{KT}{q l}$, courant de diffusion dû au gradient de concentration entre la région
- $\xi_m = \frac{3}{4} \frac{KT}{q l}$, combinaison de deux courants.

3.5.6 Conduction des porteurs minoritaires

Matériau de type N donc les porteurs minoritaires sont les trous. L'échange des trous SC/Métal à l'interface est en général très rapide. Dans la ZCE les trous sont relativement plus nombreux par rapport à la zone neutre. Ainsi, E_{Fp} est à peu près constante dans cette zone, le gradient du niveau de Fermi est donc supporté par la zone neutre sur quelques longueurs de diffusion.

$$J_p = q \frac{D_p}{L_p} p_{n0} \left(e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right) \quad (3.72)$$

Le terme $q \frac{D_p}{L_p} p_{n0}$ est généralement très faible devant la densité du courant des porteurs majoritaires.



Le terme est semblable à celui qu'on obtient pour une jonction PN voir figure.

Figure 3.14. Pseudo niveau de fermi

3.5.7 Comparaison entre une diode à jonction PN et une diode Schottky

$$J_{Spn} = q \left(\frac{D_p}{L_p N_d} + \frac{D_n}{L_n N_a} \right) n_i^2 \quad (3.73)$$

$$J_{Schottky} = AT^2 e^{-\frac{q\phi_B}{KT}} \quad (3.74)$$

Application numérique :

Pour une jonction PN de silicium abrupt :

$$N_a = 10^{15} \text{ cm}^{-3} ; N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3} ; L_{pn} = 27 \mu\text{m} \text{ à } 300\text{K} ; J_s = 4,4 \cdot 10^{-11} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2} ;$$

$$\text{Pour une jonction Métal-Si } q\phi_B = 0,6 \text{ eV à } 300 \text{ K} ; J_{Schottky} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$$

Il en résulte que pour faire circuler un courant direct donné, il faut appliquer une tension directe faible pour une jonction M/SC que pour une jonction PN, par contre le courant de fuite en inverse est plus élevé pour une jonction M/SC que pour une jonction PN.

3.5.8. Caractérisation d'une jonction métal / SC

- 1er paramètre à déterminer pour caractériser une diode Schottky est la hauteur de la barrière $q\phi_B$
- A partir de la caractéristique $J(V)$ en direct : $V > \frac{3KT}{q} = 75 \text{ mV} ; J = J_s e^{\frac{qV}{KT}} ;$

$$J_s = AT^2 e^{-\frac{q\phi_B}{KT}}$$

On trace $\ln J = f\left(\frac{qV}{KT}\right)$, on trouve une droite dont la pente est 1 et l'ordonnée à l'origine est $\ln J_s$.

- En réalité, la pente réelle est différente de 1, on tient compte de la déviation en introduisant le paramètre empirique de non idéalité n tel que :

$$J = J_s e^{\frac{qV}{nKT}} n \text{ est voisin de 1 et peut être très supérieur à 1 ceci traduit la qualité de la jonction.}$$

- Connaissant J_s à une température donnée on peut en déduire ϕ_B .

$$\phi_B = \frac{KT}{q} \log \frac{AT^2}{J_s}$$

A Valeur effective de la constante de Richardson ($120 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{K}^{-2}$) qui prend en considération les masses effectives.

$$\text{Type N : } A = 112 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{K}^{-2}$$

Type P : $A = 32 A.cm^{-3}.K^{-2}$

Pour faire l'étude de A en fonction de la température, on doit mesurer J_S pour différentes températures, on porte $\log\left(\frac{J_S}{T^3}\right) = f\left(\frac{1}{T}\right)$ qui nous donne une droite de pente $-\frac{q\phi_B}{K}$. Cette méthode suppose que ϕ_B ne dépend, ni de la polarisation, ni de la température. A partir de la courbe $C(V)$ en inverse pour un SC uniformément dopé N (comme pour la jonction PN)

$\frac{1}{C^2} = \frac{2(V_d - V)}{qS^2\epsilon N_d}$ en traçant $\frac{1}{C^2} = f(V)$ voir figure 3.15

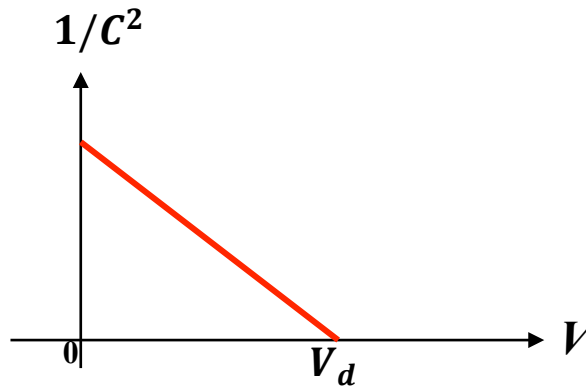


Figure 3.15.

L'intersection de la droite avec les abscisses donne V_d et par la suite ϕ_B est donné théoriquement par :

$$q\phi_B = qV_d + (E_c - E_{FSC}) \text{ et finalement } \phi_B = V_d + \frac{(E_c - E_{FSC})}{q}. \quad (3.75)$$

Annexe A : Résolution des équations différentielles du deuxième degré avec second membre.

En physique très souvent on doit résoudre des équations du type :

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \pm \lambda^2 f(x) = g(x) \quad (\text{A-1})$$

Pour résoudre cette équation on doit tout d'abord résoudre l'équation générale, avec $\lambda > 0$:

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \pm \lambda^2 f(x) = 0 \quad (\text{A-2})$$

Pour cela posons $f(x)=y$

Alors :

Notre équation devient alors :

$$y'' \pm \lambda^2 y = 0$$

qu'on peut écrire comme :

$$y'' = \mp \lambda^2 y$$

Multiplions cette équation par y' de part et d'autre de l'égalité

On aura alors :

$$y'' \cdot y' = \mp \lambda^2 y \cdot y' \quad (\text{A-3})$$

Cherchons maintenant les dérivées des fonctions $(y)^2$ et $(y')^2$, on trouve alors :

$$[(y)^2]' = 2 y \cdot y'$$

Et

$$[(y')^2]' = 2 y'' \cdot y'$$

D'où on trouve :

$$y \cdot y' = \frac{1}{2} [(y)^2]' \quad (\text{A-4})$$

$$y'' \cdot y' = \frac{1}{2} [(y')^2]' \quad (\text{A-5})$$

Remplaçons les expressions trouvées (A-4) et (A-5) dans l'équation (A-3), on aura :

$$\frac{1}{2} [(y')^2]' = \mp \lambda^2 \frac{1}{2} [(y)^2]' \quad (\text{A-6})$$

Qu'on peut écrire, en simplifiant comme :

$$[(y')^2]' = \mp \lambda^2 [(y)^2]' \quad (\text{A-7})$$

Intégrons l'expression (A-7) une fois :

$$(y')^2 = \mp \lambda^2 (y)^2 \quad (\text{A-8})$$

Qu'on peut écrire :

$$\frac{(y')^2}{(y)^2} = \mp \lambda^2 \quad (\text{A-9})$$

Ou encore :

$$\left(\frac{y'}{y}\right)^2 = \mp \lambda^2 \quad (\text{A-10})$$

1^{er} cas :

$$\left(\frac{y'}{y}\right)^2 = -\lambda^2; \text{ avec } \lambda > 0$$

Dans ce cas on peut remplacer -1 par le nombre complexe i^2 , alors $-1 = i^2$ l'équation (10) devient :

$$\left(\frac{y'}{y}\right)^2 = i^2 \lambda^2 \quad (\text{A-11})$$

Ce qui nous donne

$$\frac{y'}{y} = \pm i\lambda \quad (\text{A-12})$$

Les solutions sont donc :

$$\begin{cases} \frac{y'}{y} = +i\lambda \\ \frac{y'}{y} = -i\lambda \end{cases} \text{ Intégrons une fois ces solutions on trouve : } \begin{cases} \int \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} dx = \int i\lambda dx \\ \int \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} dx = -\int i\lambda dx \end{cases} \text{ ce qui donne}$$

$$\begin{cases} \int \frac{dy}{y} = \int i\lambda dx \\ \int \frac{dy}{y} = -\int i\lambda dx \end{cases}$$

$$\text{ce qui donne: } \begin{cases} \ln(y) = i\lambda x + Cste1 \\ \ln(y) = -i\lambda x + Cste2 \end{cases} \text{ d'où:}$$

les solutions possibles sont :

$$y_1 = e^{i\lambda x + Cste1} = e^{Cste1} e^{i\lambda x} = A e^{i\lambda x}; \text{ en posant } A = e^{Cste1}$$

$$\text{et } y_2 = e^{-i\lambda x + Cste2} = e^{Cste2} e^{-i\lambda x} = B e^{-i\lambda x}; \text{ en posant } B = e^{Cste2}$$

et puisque on sait que si y_1 et y_2 sont tous deux solutions alors leur combinaison linéaire est aussi solution de l'équation d'où la solution de l'équation :

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \lambda^2 f(x) = 0$$

est

$$y = A e^{i\lambda x} + B e^{-i\lambda x} \quad (\text{A-13})$$

Les constantes A et B se trouvent à partir des conditions aux limites, et on dit alors que la solution est sinusoïdale.

2^{ème} cas :

$$\left(\frac{y'}{y}\right)^2 = +\lambda^2; \text{ avec } \lambda > 0$$

En adoptant le même raisonnement que précédemment on aura

$$\left(\frac{y'}{y}\right)^2 = \lambda^2 \quad (\text{A-14})$$

Ce qui nous donne

$$\frac{y'}{y} = \pm \lambda \quad (\text{A-15})$$

Les solutions sont donc :

$$\begin{cases} \frac{y'}{y} = +\lambda \\ \frac{y'}{y} = -\lambda \end{cases} \text{ Intégrons une fois ces solutions on trouve : } \begin{cases} \int \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \int \lambda dx \\ \int \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = -\int \lambda dx \end{cases}$$

$$\text{Ce qui donne : } \begin{cases} \ln(y) = \lambda x + C_{ste3} \\ \ln(y) = -\lambda x + C_{ste4} \end{cases} \text{ d'où :}$$

Les solutions possibles sont :

$$y_3 = e^{\lambda x + C_{ste3}} = e^{C_{ste3}} e^{\lambda x} = C e^{\lambda x}; \text{ en posant } C = e^{C_{ste3}}$$

$$\text{et } y_4 = e^{-\lambda x + C_{ste4}} = e^{C_{ste4}} e^{-\lambda x} = D e^{-\lambda x}; \text{ en posant } D = e^{C_{ste4}}$$

et puisque on sait que si y_3 et y_4 sont tous deux solutions alors leur combinaison linéaire est aussi solution de l'équation d'où la solution de l'équation :

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} - \lambda^2 f(x) = 0$$

Est

$$y = C e^{\lambda x} + D e^{-\lambda x} \quad (\text{A-16})$$

Les constantes C et D se trouvent à partir des conditions aux limites, et dit que dans ce cas la solution est hyperbolique.

Solutions particulières :

Les solutions (13) et (16) sont des solutions générales, pour trouver les solutions particulières il faut procéder comme suit :

On prendra la solution (13)

$y = Ae^{i\lambda x} + Be^{-i\lambda x}$ et, on utilise la méthode variationnelle aux de constantes variables et on supposera que la solution particulière possède la même forme que la solution générale , soit y^* est la solution particulière alors :

$$y^* = A^*e^{i\lambda x} + B^*e^{-i\lambda x} \quad (\text{A-17})$$

Posons cette solution dans l'équation $\frac{d^2y^*}{dx^2} + \lambda^2 y^* = g(x)$.

$$\frac{dy^*}{dx} = A^*i\lambda e^{i\lambda x} - B^*i\lambda e^{-i\lambda x} + \frac{dA^*}{dx}e^{i\lambda x} + \frac{dB^*}{dx}e^{-i\lambda x} \quad (\text{A-18})$$

il faut pour cela annuler les termes en dérivés des constantes:

$$\frac{dA^*}{dx}e^{i\lambda x} + \frac{dB^*}{dx}e^{-i\lambda x} = 0 \quad (\text{A-19})$$

dérivons encore une fois ce qui reste de la relation (18)

$$\begin{aligned} \frac{d^2y^*}{dx^2} &= A^*(-\lambda^2)e^{i\lambda x} + B^*(-\lambda^2)e^{-i\lambda x} + \frac{dA^*}{dx}i\lambda e^{i\lambda x} - \frac{dB^*}{dx}i\lambda e^{-i\lambda x} = \\ &= -\lambda^2\{A^*e^{i\lambda x} + B^*e^{-i\lambda x}\} + \frac{dA^*}{dx}i\lambda e^{i\lambda x} - \frac{dB^*}{dx}i\lambda e^{-i\lambda x} = -\lambda^2 y^* + \lambda^2 y^* + \\ &\quad + \frac{dA^*}{dx}i\lambda e^{i\lambda x} - \frac{dB^*}{dx}i\lambda e^{-i\lambda x} = g(x) \end{aligned}$$

D'où on tire que

$$\frac{dA^*}{dx}i\lambda e^{i\lambda x} - \frac{dB^*}{dx}i\lambda e^{-i\lambda x} = g(x) \quad (\text{A-20})$$

Les expressions (19) et (20) nous donne le système :

$$\begin{cases} \frac{dA^*}{dx}e^{i\lambda x} + \frac{dB^*}{dx}e^{-i\lambda x} = 0 \\ \frac{dA^*}{dx}i\lambda e^{i\lambda x} - \frac{dB^*}{dx}i\lambda e^{-i\lambda x} = g(x) \end{cases}, \text{ ce système peut être écrit d'une manière matricielle :}$$

$$\begin{pmatrix} e^{i\lambda x} & e^{-i\lambda x} \\ i\lambda e^{i\lambda x} & -i\lambda e^{-i\lambda x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{dA^*}{dx} \\ \frac{dB^*}{dx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ g(x) \end{pmatrix}$$

Calcul du déterminant et des valeurs de A^* et B^*

$$\Delta = \begin{vmatrix} e^{i\lambda x} & e^{-i\lambda x} \\ i\lambda e^{i\lambda x} & -i\lambda e^{-i\lambda x} \end{vmatrix} = -2i\lambda$$

et,

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & e^{-i\lambda x} \\ g(x) & -i\lambda e^{-i\lambda x} \end{vmatrix} = -g(x)e^{-i\lambda x}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} e^{i\lambda x} & 0 \\ i\lambda e^{i\lambda x} & g(x) \end{vmatrix} = g(x)e^{i\lambda x}$$

Alors :

$$\frac{dA^*}{dx} = \frac{-g(x)e^{-i\lambda x}}{-2i\lambda} = \frac{g(x)e^{-i\lambda x}}{2i\lambda}$$

et

$$\frac{dB^*}{dx} = \frac{g(x)e^{i\lambda x}}{-2i\lambda} = -\frac{g(x)e^{i\lambda x}}{2i\lambda}$$

on en déduit :

$$A^* = \int \frac{g(x)e^{-i\lambda x}}{2i\lambda} dx$$

et analogiquement:

$$B^* = - \int \frac{g(x)e^{i\lambda x}}{2i\lambda} dx$$

Une fois A^* et B^* trouvés on les remplace dans la relation (17), est la solution totale Y sera la somme des deux solutions, générale et particulière :

$$Y = y + y^* = Ae^{i\lambda x} + Be^{-i\lambda x} + A^*e^{i\lambda x} + B^*e^{-i\lambda x}$$

A et B se trouvent, comme il a été mentionné ci-dessus à partir des conditions aux limites, A^* et B^* à partir des intégrales et dépendent du second membre de l'équation de départ (de $g(x)$), vous verrez plus tard que $g(x)$ peut représenter le flux de photons dans le cas de la lumière ou bien un flux de particules dans le cas des interactions particules matière. Dans le deuxième cas, cas où les solutions sont hyperboliques, on procède exactement de la même manière avec les mêmes étapes.

Bibliographies

1. S.M. Sze, Physics of Semiconductor Devices, second edition, Bell laboratories, Murray Hill, New Jersey; A Wiley - interscience publication, 1981.
2. H. Mathieu et H. Fanet, Physique des semi - conducteurs et des composants électroniques, 6^{ème} édition ; Dunod 2009.
3. М. Херман (M.Herman), Полупроводниковые сверх - решетки. Москва : Мир, 1989. 240 с.
4. Киреев П.С. (Kireev P. S.) , Физика полупроводников . Учебное пособие для втузов . Москва , « Высшая школа » , 1975. 584с
5. Шалимова К.В. (Shalimova K. V.) , Физика полупроводников . Москва , Энергоатомиздат , 1985. - 392 с .
6. Аскеров Б.М. (Askerov B.M.) . Электронные явления переноса в полупроводниках . Москва : Наука . Гл . ред . Физ . - мат . Лит . , 1985. - 320с .
7. Физическая энциклопедия / в 5 - ти томах / (Encyclopedie de physique en 5 tomes) гл . ред . А. М. Прохоров . , ред . кол . Д.М. Алексеев , А.М. Балдин , А. М. Бонч - Бруевич , А.С. Боровик - Романов и др.- Москва : Сов . Энциклопедия . 1988 .
8. Лебедев А.И. (Lebedev A.I.) , Физика полупроводниковых приборов . Москва : наука , ФИЗМАТЛИТ , 2008. - 488С.
9. Ryzhii V.// Semicond.Sci.Technol. 1996. VII.P 759.
10. Liu H. C.// Opto - Electron.Rev. 2003. V 11. № 1.
11. Воробьев Л. Е. (Vorobev L.E.), Данилов С. Н. (, Зегря Г.Г. и др . Фотоэлектрические явления в полупроводниках и размерно - квантовых структурах.- Санкт - Петербург : Наука , 2001.- 248с
12. Шухостанов А.К. Лавинно - пролетные диоды . Физика , технология , применение - Москва : Радио и связь , 1997. - 208с.
13. Shockley W.// bell Syst.Techn.J. 1954. V 33. P 799 ; Shockley W. - US Patent 2,794,917 (1957), priorité du 27 janvier 1953.
14. Пичугин И. Г., Таиров Ю.М. Технология полупроводниковых приборов. - Москва : высшая школа , 1984. - 288с

15. Ржанов А.В. Электронные процессы на поверхности полупроводников. - Москва : Наука, 1971.- 480с .
16. Берман Л. С. Введение в физику варикапов.- Ленинград : Наука , 1968. - 180с .
17. Родерик Э. Х. Контакты металл - полупроводник . Пер с англ . - Москва : Радио и связь , 1982. - 208с .
18. Handbook of Photovoltaic Science and Engineering . Edited by A. Luque and S. Hegedus . John Wiley & Sons . 2003 .
19. Handbook on semiconductors . Vol . 4. / Device Physics . Ed . by C. Helsum.- North - Holland publishing Co. , 1981. - 970p .