



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
جامعة طاهري محمد بشار
Université Tahri Mohamed de Bechar
كلية التكنولوجيا
Faculté de Technologie

Polycopies

Cours de Réseaux Electriques

Dr. Abdelkader Bekri

Année Universitaire 2014-2015

Introduction

Ce document s'adresse, dans le cadre du programme officiel, aux étudiants de la formation LMD, licence et Master, qui désirent approfondir leurs connaissances ou avoir un document de base en matière de réseaux électriques.

Ce polycopié constitue la version assidue d'un cours oral magistral traité au département d'Electrotechnique, à l'université Tahri Mohamed de Bechar les étudiants en graduation de licence et master en Electrotechnique. Le but est donc de présenter rapidement le plus large éventail possible des connaissances qui s'accroissent sur les explications physiques et exemples ainsi que les démonstrations.

Dans ce polycopié sont développées les méthodes de calcul de base des caractéristiques longitudinales et transversales des lignes de transmission électrique que sont la résistance ohmique (affectée éventuellement par l'effet pelliculaire), l'inductance, la capacité, la conductance latérale. Les lignes homogènes sont caractérisées par les valeurs de ces paramètres par unité de longueur que l'on appelle *paramètres linéiques*. Dans un autre volet sont aussi développés les puissances dans les lignes et une introduction aux conceptions de ces lignes électriques.

TABLE DES MATIERES	
CHAPITRE 1 : GÉNÉRALITÉS SUR LE SYSTEME ELECTRO ENERGETIQUE	Erreur ! Signet non défini.
1.1 Généralités	3
1.2 Description des réseaux	4
1.3 Structure du réseau électrique Algérien :	7
1.3.1 le réseau de transport	7
1.3.2 le réseau de répartition	8
1.3.3 réseau de distribution	8
CHAPITRE 2 : SYSTEME D'UNITES RELATIVES	Erreur ! Signet non défini.
2.1 Introduction	10
2.2 Les schémas unifilaires	10
2.3 Puissance, tension et courant de base	11
2.4 . Changement de base	13
2.5 Exemples D'application :	14
Chapitre 3 : COMPOSANTES SYMÉTRIQUES	Erreur ! Signet non défini.
3.1. Introduction	19
3.2. Système polyphasé	19
3.2.1 Définition d'un système polyphasé	19
3.3. Systèmes direct, inverse et homopolaire	20
3.3.1 Système d'ordre 1 : $m = 1$	20
3.3.2 Système d'ordre 2 : $m = 2$	21
3.3.3 Système d'ordre 3 : $m = 3$	21
3.4. Application au système triphasé	22
3.5. Exemple de Régime déséquilibré	23
Chapitre 4 : PARAMÈTRES DE LIGNE DE TRANSMISSION	Erreur ! Signet non défini.
4.1 Introduction	27
4.2 Conducteurs	28
4.3 Résistance De Ligne	30
4.4 Influence de l'effet de peau sur la Résistance	32
4.5 Inductance de Ligne	32
4.6 Inductance d'un conducteur	33
4.6.1 Inductance d'un conducteur dû au flux interne	34
4.6.2 Inductance d'un conducteur dû au flux externe	35
4.6.3 Inductance d'une ligne à deux fils monophasé	37
4.6.4 Flux d'un groupe de conducteurs parcourus par des courants : ...	38
4.6.5 Inductance des lignes de conducteurs composées	39
4.7 Inductance des lignes triphasées	41
4.7.1 Espacement Symétrique	41
4.7.2 Espacement asymétrique et transposition	42
4.8 Inductance des lignes triphasées à Deux ternes	43
4.9 Calcul d'inductance pour les conducteurs en faisceaux	45
4.10 Distance moyenne géométrique	45
4.11 Différence de potentiels entre deux points dus à une charge	47
4.12 Capacité de ligne de deux fils (capacité de ligne)	47
4.13 Capacité des lignes triphasées	48
4.14 Capacité de conducteurs en faisceaux	50
4.15 Capacité de conducteurs en faisceaux	50
4.16 Correction des paramètres des longues lignes :	53
4.17 Conclusion	54
CHAPITRE 5 : MODELE GENERAL DES LIGNES DE TRANSMISSION	55

5.1	équations des lignes de transmission :	56
5.2	Ondes progressives et rétrogrades	59
5.3	Ligne sans pertes	59
5.4	Ligne longue : $l > 300\text{km}$	60
5.5	Ligne courte par rapport à la longueur d'onde	61
5.6	Diagrammes des Puissances:	62
5.7	Diagramme du cercle de puissance	64
CHAPITRE 6 : CALCUL DU COURANT DE COURT-CIRCUIT		67
6.1	Introduction	68
6.2	Les principaux défauts de court-circuit	68
6.3	Calcul du court circuit	69
6.4	Calcul du court circuit monophasé :	72
6.4.1	Schéma équivalent pour la composante directe.....	72
6.4.2	Schéma équivalent pour la composante inverse :	73
6.4.3	Schéma équivalent pour la composante homopolaire :	74
6.5	Court-circuit biphasé impédant :	76
6.6	Courant de choc	77
6.7	Destination du calcul de court-circuit et ordre d'exécution :	79
6.8	Ordre de calcul :	79
6.9	Schémas de calcul du Courant de court-circuit :	80
CHAPITRE 7 : INTRODUCTION A L'ECOULEMENT DE PUISSANCE DANS LES RESEAUX ELECTRIQUES.		87
7.1	Introduction	- 88 -
7.2	Constitution d'un réseau	- 88 -
7.2.1	Les générateurs	- 88 -
7.2.2	Les charges	- 88 -
7.3	Le réseau proprement dit	- 89 -
7.3.1	Bilans de puissances	- 89 -
7.3.2	Les nœuds dans un réseau	- 90 -
7.4	Formulation à l'aide de la matrice admittance	- 91 -
7.5	Matrice admittance :	- 92 -
7.6	Méthode numérique d'analyse non linéaire	- 93 -
7.7	Présentation de la méthode GAUSS-SEIDEL	- 94 -
7.8	Le principe de la méthode Newton-Raphson	- 96 -
CHAPITRE 8 : CONCEPTION DES LIGNES AERIENNES		- 75 -
8.1	Introduction	- 76 -
8.2	Les éléments des lignes électriques	- 76 -
8.2.1	Critère de courant nominal	- 78 -
8.2.2	Critère du courant de court-circuit	- 78 -
8.2.3	Critère de la chute de tension	- 79 -
8.2.4	Critère économique	- 80 -
8.3	Conduite de l'étude mécanique	- 81 -
8.4	Recherche du tracé	- 81 -
8.4.1	Le choix du tracé :	- 81 -
8.4.2	Le tracé direct :	- 81 -
8.5	Contraintes de conception	- 82 -
8.5.1	Contraintes mécaniques :	- 82 -
8.5.1.1	Géométrie et statique de la portée :	- 82 -
8.5.1.2	Portée unique :	- 82 -
8.6	La flèche	- 84 -
8.8	Equation de changement d'état.	- 86 -

CHAPITRE 1: GÉNÉRALITÉS SUR LE SYSTEME ELECTRO ENERGETIQUE

1.1 Généralités

Le système électro énergétique peut être subdivisé en trois majores parties :

- Génération, production de l'électricité ;
- Transmission, le système des lignes transportant l'électricité depuis les stations de production vers les régions où elle doit être utilisée.
- Distribution, le système de lignes connectant le consommateur individuel au réseau électrique de puissances.

Les réseaux électriques ont pour fonction d'interconnecter les centres de production tels que les centrales hydrauliques, thermiques... avec les centres de consommation (villes, usines...).

L'énergie électrique est transportée en haute tension, voir très haute tension pour limiter les pertes joules (les pertes étant proportionnelles au carré de l'intensité) puis progressivement abaissée au niveau de la tension de l'utilisateur final.

Un réseau électrique est un système maillé mettant en œuvre :

des nœuds(ou postes) où sont raccordées les centrales (centre de production), les charges (consommation) et les lignes électriques (élément du réseau) ;

des branches ou lignes électriques qui interconnectent les nœuds.

Le maillage du réseau améliore **la disponibilité** de l'alimentation en énergie aux usagers, **la stabilité** et la **qualité** du produit électrique car toutes deux dépendent de la puissance de court circuit, laquelle augmente avec le maillage ou plus exactement avec le nombre et la puissance des centres de production installés et raccordés ;

Dans les réseaux, les postes ont pour fonction en particulier :

D'organiser (configurer) : la topologie du réseau c'est à dire l'affectation des lignes à telles ou telles barres (jeux de barres ou nœuds) et donc ouvrir, fermer les disjoncteurs/sectionneurs.

De surveiller : c'est la fonction qui consiste à mesurer le courant, la tension, les puissances, enregistrer et traiter les alarmes etc. ...

De protéger : c'est la fonction de protection des ouvrages (lignes, postes ...)

Dans les réseaux, les centrales :

- produisent l'énergie active et pour une part de l'énergie réactive
- contrôlent la tension et la fréquence.

Les réseaux électriques sont hiérarchisés et d'une façon générale, la plupart des pays mettent en œuvre :

- un réseau de transport THT 220 735 KV
- un réseau de répartition HT 60 170 KV
- un réseau de distribution MT 5 36 KV (selon CEI)
- un réseau de livraison de l'abonné BT 400/230 V

Cette hiérarchie c'est-à-dire, les paliers de tensions utilisés varient considérablement d'un pays à l'autre en fonction des paramètres liés à l'histoire électrotechnique du pays, ses ressources énergétiques, sa surface et ainsi que des critères technico économiques.

1.2 Description des réseaux

Les parties du système d'alimentation électrique sont illustrés sur la figure 1.1.

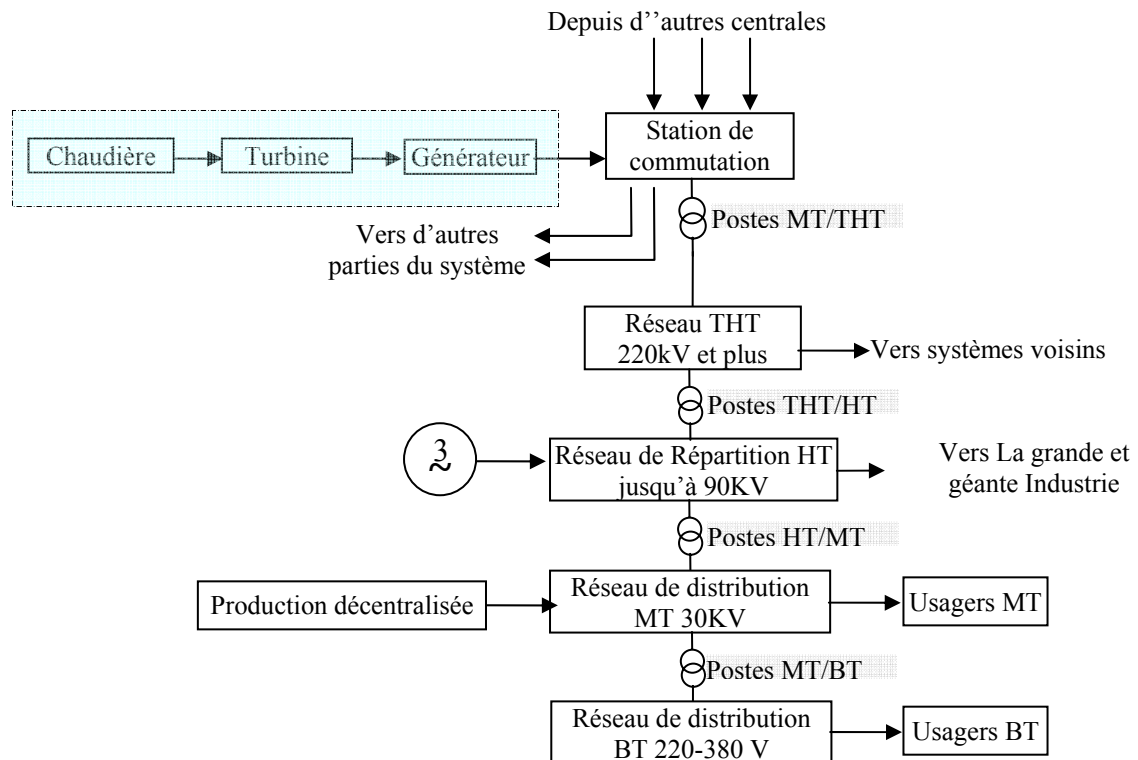


Figure 1.1 : Configuration du Système Electro Energétique

➤ *Le réseau de transport THT*

C'est généralement le réseau qui permet le transport de l'énergie depuis les centres éloignés de production vers les centres de consommation. Ce réseau peut être partiellement en antenne dans les pays de très grandes surfaces avec des sites de productions hydrauliques en particuliers situés dans les zones peu peuplées (Canada, Algérie, Venezuela...). Ce réseau peut être maillé mais le maillage est le fruit en général d'un réseau arrivé à maturité ou de pays de moyenne surface tels que les pays européens. C'est sur le réseau THT que sont en principe branchées les centrales de grandes puissances (> 300 MW).

Ces réseaux sont pour la plupart aériens et souterrains dans les villes ou à leur approches. Ils sont étudiés pour un transit donné correspondant en général à la limite thermique de la ligne voir aussi sa stabilité. Une attention particulière doit

être portée à l'effet couronne qui peut donner lieu en THT, à des pertes très significatives suivant le climat et l'altitude.

Les pylônes de lignes sont équipés en général de deux ternes (2 fois 3 phases) voir quatre et même six ternes. Les lignes sont protégées par un ou des câbles de garde munis quasi systématiquement aujourd'hui de fibres optiques pour des besoins de télétransmission propres à l'exploitant ou loués à des opérateurs télécom.

Les phases sont transposées dans certains pays pour éviter les déséquilibres de charges d'une phase par rapport à l'autre (influence mutuelle d'une terna sur l'autre).

Un problème spécifique des réseaux THT est le contrôle en tension des longues lignes.

➤ *Le réseau de répartition HT*

Ce réseau est essentiellement maillé pour les raisons déjà citées de stabilité et qualité (forme d'onde, disponibilité...) de l'énergie. Ils possèdent de nombreuses similitudes avec les réseaux THT (neutres directement mis à la terre ...). C'est sur ces réseaux que sont branchées en général les centrales de petites et moyennes puissances (50 - 300 MW)

➤ *Le réseau de distribution MT*

On appellera réseaux MT des réseaux couvrant la plage 1 à 36 KV selon la CEI. Les réseaux MT se distinguent fortement des réseaux HT par le principe de distribution : trois fils en Algérie les paliers MT sont de 10 et 30 KV. Ces réseaux se caractérisent par une distribution triphasée, équilibrée.

Le neutre MT du transformateur HT/MT est mis à la terre à travers une impédance dont les caractéristiques dépendent des performances recherchées (faibles courants de courts circuits, faibles surtensions, disponibilité).

Ce système se caractérise par deux principes de distribution, 3 et 4 fils : avec neutre non distribué et avec neutre distribué. Ces deux principes sont

incompatibles entre eux et obéissent à des principes d'exploitation, protection et maintenance très différents l'un de l'autre. On distingue par ailleurs :

- les réseaux ruraux généralement de types aériens, arborescents et bouclables,
- les réseaux urbains essentiellement enterrés et bouclables.

Les réseaux MT ont de telles particularités qu'ils mériteraient à eux seuls un long développement ; on ne donnera donc que quelques traits essentiels.

On ne s'intéresse cependant ci-après qu'aux réseaux dits trois fils, seuls types de réseaux utilisés en Algérie.

1.3 Structure du réseau électrique Algérien :

L'énergie électrique, produite dans les centrales (dont la puissance est comprise entre une centaine de MW et 1300 MW), doit être acheminée chez les consommateurs, c'est-à-dire chez tous les particuliers et surtout dans les différentes entreprises répartis sur l'ensemble du territoire. Ce rôle est rempli en Algérie par le réseau de SO.N.EL.GAZ dont les lignes, pratiquement toujours triphasées, assurent les trois grandes fonctions suivantes : le transport, la répartition et la distribution

1.3.1 le réseau de transport

Il est constitué de lignes à très haute tension (lignes THT en 400 kV et 220 kV) : alimentées par les centrales électriques à partir des *postes élévateurs* de tension (10 à 25 kV/220 ou 400 kV) ; permettant de réaliser, à chaque instant, des échanges d'énergie considérables entre les centres de production et les régions consommatrices et même entre pays voisins.

1.3.2 le réseau de répartition

comporte des lignes en haute tension (ligne HT 93 kV 60 kV) : alimentées par le réseau THT grâce à des postes de transformation dits t'interconnexion, dont le rôle est de répartir l'énergie électrique sur tout le territoire (les mailles de ce réseau sont donc beaucoup plus serrées que celles du réseau de transport).

1.3.3 réseau de distribution

Comportant deux étapes :

Les lignes en moyenne tension (10 ou 30 kV) alimentées par des postes HT/MT et dont le rôle est de fournir de l'énergie électrique directement aux consommateurs important et aux différents postes MT/BT.

Les lignes en basse tension (BT 380 V) qui alimentent les usagers triphasés en 220-380 V et les usagers monophasés en 220 V.

Câble Almelec mm ²	MW x kM		
	$\Delta U/U = 7.5 \%$ $\cos \varphi = 0.9$		
	15 kV	20 kV	33 Kv
54.6	22	39	105
75.5	28	49	133
117	37	66	175
148.1	42	76	205

CHAPITRE 2: SYSTEME D'UNITÉS RELATIVES

2.1 Introduction

Souvent, tension, courant, puissance et impédance d'un circuit électrique sont exprimés en pour cent(%) ou par unité (pu) par rapport à des valeurs nominales ou de base. Par si la tension de base est 120kV alors les tensions 108kV, 120kV et 126kV deviennent 0,9pu, 1pu et 1,05pu ou encore 90, 100 et 105 % respectivement.

Le système « Per Unit » est un système de grandeurs réduites qui permet à l'ingénieur électricien d'avoir constamment à l'esprit des ordres de grandeurs relatifs de certains paramètres indépendamment des niveaux de tension et de puissance. De plus, l'utilisation de ce système simplifie certaines formules et schémas équivalents. En particulier, un bon choix initial permet de s'affranchir de la présence des transformateurs idéaux et la formulation se ramène à l'étude de circuits monophasés.

Ce système associe, à une variable quelconque « α », une valeur de base « α_{base} » et la compare à sa valeur 'vraie' « α_{vraie} » de manière à l'exprimer dans un système adimensionnel « pu » (ou en % de sa valeur de base) dont les ordres de grandeur sont bien connus.

2.2 Les schémas unifilaires

Pour représenter les circuits rapidement et simplement, nous aurons recours à un schéma unifilaire (one line diagram). La figure 2.1 montre les différents symboles couramment utilisés pour représenter les éléments à partir d'un schéma unifilaire et prouve bien l'avantage d'une telle représentation.

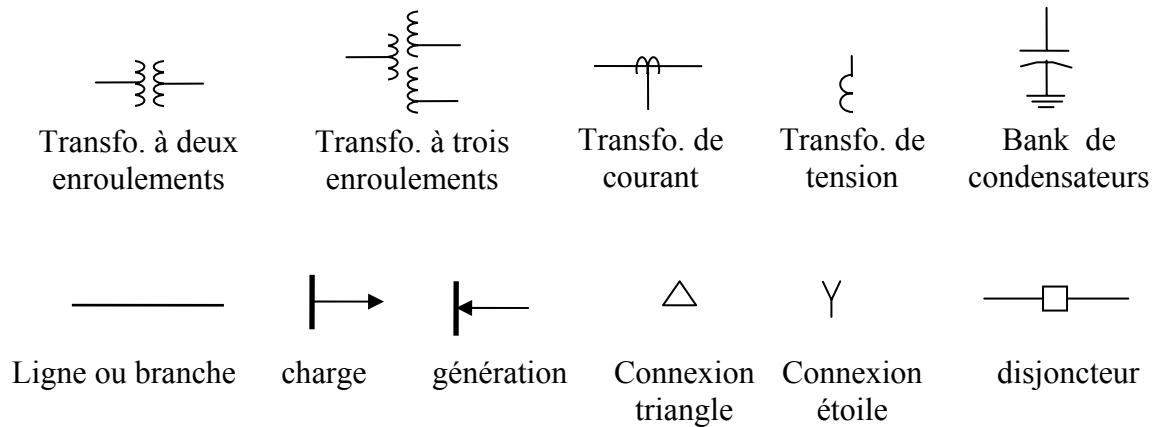


Figure 2.2 : Symboles des schémas unifilaires

2.3 Puissance, tension et courant de base

Considérons un système d'alimentation triphasé tel que représenté sur la Figure 2.3.

Dans un système triphasé équilibré, l'amplitude (module) de la tension entre phases et celle la tension entre une phase (quelconque) et le point neutre sont liées entre-elles par la relation

$$U = \sqrt{3}V \quad (2.1)$$

La puissance complexe traversant la section π est donnée par :

$$\bar{S} = 3\bar{V}\bar{I}^* = \sqrt{3}\bar{U}\bar{I}^* = P + jQ \quad (2.2)$$

Elle se décompose en

- puissance active = P [Watt]
- puissance réactive = Q [Var]

La puissance apparente, $|S|$, s'exprime en Volts-Ampères ; le déphasage entre V et I est représenté par l'angle ' φ ' dont le cosinus est appelé « facteur de puissance ».

La tension (phase-neutre) et le courant sont liés entre eux par la loi d'Ohm :

$$\bar{V} = \bar{Z}\bar{I} \quad (2.3)$$

Nous définissons le système de grandeurs réduites « Per Unit » de la manière suivante :

$$\bar{S}_{pu} = \frac{\bar{S}}{S_n}; \quad \bar{U}_{pu} = \frac{\bar{U}}{U_n}; \quad \bar{I}_{pu} = \frac{\bar{I}}{I_n} \quad \text{et} \quad \bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{Z}}{Z_n} \quad (2.5)$$

Les grandeurs de base, indicées 'B', choisies judicieusement, permettent de simplifier considérablement les calculs dans les réseaux d'énergie électrique. Dans le système de base, la puissance se conserve et la loi d'Ohm reste également d'application. L'existence de ces deux relations (cfr. 2.2 et 2.3) nous enseigne que seules deux parmi les quatre variables citées précédemment sont indépendantes. Nous disposons donc de deux degrés de liberté pour le choix des grandeurs de base. Ainsi, nous choisirons ' S_B ' pour ses propriétés de 'conservativité' et ' V_B ' pour son accessibilité (plus directe que courant et impédance par la normalisation des niveaux de tension pour le transport). Nous choisirons souvent les valeurs nominales du réseau pour la tension. Dès lors, si nous choisissons une puissance de base ' S_B ' et une tension de base ' U_B ', nous définissons implicitement le courant de base (définition de la puissance) ainsi que l'impédance de base (introduite via la loi d'Ohm)., donné par : En divisant membre à membre les équations (2.1) et (2.5), nous obtenons :

$$U_{pu} = V_{pu} [pu]$$

Premier avantage : Lors de la résolution d'un problème à partir d'un schéma unifilaire équivalent, nous n'avons plus besoin de nous poser la question de savoir s'il s'agit de la tension entre phases ou entre phases et neutre car les valeurs sont identiques.

En divisant membre à membre les équations (2.2) et (2.6), nous obtenons :

$$S_{pu} = U_{pu} \cdot I_{pu} [pu] \quad (2.8)$$

$$U_{pu} = V_{pu} \quad (2.9)$$

Second avantage : Suppression du coefficient « 3 » dans l'expression de la puissance complexe. Le système Per Unit conserve la loi d'Ohm et les lois de Kirchhoff. Nous laissons au lecteur le soin de vérifier ces dernières remarques.

2.4 . Changement de base

Généralement, les valeurs d'impédances des générateurs et transformateurs fournies par les constructeurs sont donnée dans un système per unit dont les grandeurs de base correspondent aux tensions et puissances nominales (par construction) de l'appareil. Lors de nos calculs, il conviendra de ne faire référence qu'à un seul système per unit. Le problème qui se pose alors est celui d'uniformiser les données, soit, de convertir les impédances et admittances - exprimées dans un système quelconque - dans le système lié aux grandeurs de base (S_B et V_B) choisies pour le tronçon considéré.

Nous pouvons écrire, pour deux systèmes de base différents :

$$\bar{Z} = \bar{Z}_{pu1} \cdot Z_{B1} = \bar{Z}_{pu2} \cdot Z_{B2} \quad (2.10)$$

d'où :

$$\bar{Z}_{pu2} = \bar{Z}_{pu1} \cdot \frac{Z_{B1}}{Z_{B2}} = \bar{Z}_{pu1} \cdot \frac{U_{B1}^2 \cdot S_{B2}}{U_{B2}^2 \cdot S_{B1}} \quad (2.11)$$

Pour les admittances, nous obtenons une formule analogue :

$$\bar{Y}_{pu2} = \bar{Y}_{pu1} \cdot \frac{Y_{B1}}{Y_{B2}} = \bar{Y}_{pu1} \cdot \frac{U_{B1}^2 \cdot S_{B2}}{U_{B2}^2 \cdot S_{B1}} \quad (2.12)$$

Si nous choisissons une puissance de base de 100 MVA et une tension de base correspondant à celle (nominale) du tronçon étudié, en se limitant aux niveaux de tension usuels HT et THT en Belgique, nous obtenons les valeurs représentées dans le tableau 2.1

Tableau 2.1 : Valeurs typiques des grandeurs de base associées à $S_B = 100$ MVA et $U_B = U_N$ kV

U_N [kV]	I_B [A]	Z_B [Ω]	Y_B [μ S]
70	825	49	20408
150	385	225	4444
220	262	484	2066
380	152	1444	693

2.5 Exemples D'application :

2.5.1 l'exemple n°1 :

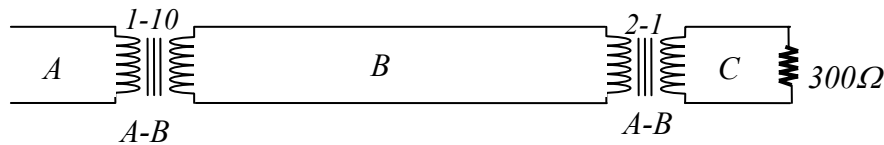
Trois parties d'un système électrique monophasé sont désignées par A, B et C et sont connectées entre elles à travers des transformateurs, comme l'indique la figure ci-dessous les transformateurs sont normalisés comme suit :

A-B 10 MVA, 13,8-138 kV, réactance de fuite 10%

B-C 10 MVA, 69-138 kV, réactance de fuite 10%

Si la base dans le circuit B est choisit comme étant 10 MVA, 138 kV, trouver l'impédance en unité relative de la charge résistive de 300Ω dans le circuit C rapportée au circuit C, B et A.

Tracer le diagramme des impédances en unités relatives, en négligeant le courant magnétisant, les résistances des transformateurs et l'impédance de ligne.



2.5.2 Solution de l'exemple n°1 :

Tension de base pour le circuit A : $V_{baseA} = 0,1 \times 138 = 13,8 \text{ kV}$

Tension de base pour le circuit C : $V_{baseC} = 0,5 \times 138 = 69 \text{ kV}$

Impédance de base du circuit C : $Z_{baseC} = \frac{69^2 \times 1000}{10000} = 476\Omega$

L'impédance relative de la charge dans le circuit C : $Z_C = \frac{300}{476} = 0,63 \text{ pu}$

Impédance de base du circuit B : $Z_{baseB} = \frac{138^2 \times 1000}{10000} = 1900\Omega$

L'impédance de charge rapportée au circuit B : $Z_{chargeB} = 300 \times 2^2 = 1200\Omega$

Par suite l'impédance relative de la charge rapportée au circuit B est :

$$Z_{chargeBpu} = \frac{1200}{1900} = 0,63 \text{ pu}$$

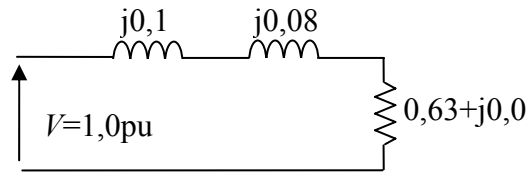
Impédance de base du circuit A : $Z_{baseA} = \frac{13,8^2 \times 1000}{10000} = 19\Omega$

L'impédance de charge rapportée au circuit A : $Z_{chargeA} = 300 \times 2^2 \times 0,1^2 = 12\Omega$

Par suite l'impédance relative de la charge rapportée au circuit A est :

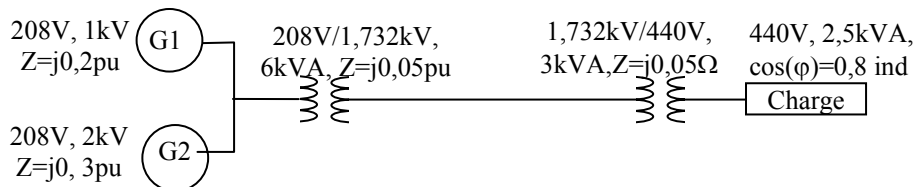
$$Z_{chargeApu} = \frac{12}{19} = 0,63 pu$$

Le diagramme des réactances demandé est :



2.5.3 l'exemple n°2 :

Dresser le diagramme d'impédances équivalent du schéma unifilaire du réseau électrique suivant et montrer toutes les impédances en unité relatives



2.5.4 Solution de l'exemple n°2 :

Premièrement choisissons une base commune pour le système :

$$S_B = 6kVA \text{ en monophasé } S_B = 2kVA$$

Tension de base pour les générateurs :

$$V = 208/\sqrt{3} = 120V$$

Tension de base pour la ligne :

$$V = 1732/\sqrt{3} = 1kV$$

Tension de base pour la charge :

$$V = 440/\sqrt{3} = 254V$$

On transforme les impédances des générateurs du système à la nouvelle base selon la transformation suivante :

$$Z_{B.Nouv} = Z_{B.Anc} \cdot \frac{V_{Anc}^2 \cdot (VA)_{Nouv}}{V_{Nouv}^2 \cdot (VA)_{Anc}}$$

$$Z_{g1} = j0,2 \cdot \frac{(120V)_{Anc}^2 \cdot (2kVA)_{Nouv}}{(120V)_{Nouv}^2 \cdot (0,33kVA)_{Anc}} = j1,2 pu \text{ et}$$

$$Z_{g2} = j0,3 \cdot \frac{(120V)_{Anc}^2 \cdot (2kVA)_{Nouv}}{(120V)_{Nouv}^2 \cdot (0,667kVA)_{Anc}} = j0,9 pu$$

pour la ligne :

$$Z_l = (2 + j20) \cdot \frac{2}{1^2 \cdot 1000} = (0,004 + j0,04) pu$$

pour le transformateur T2 :

$$Z_{T2} = j0,05 \cdot \frac{(1kV)^2 \cdot (2kVA)}{(0,12kV)^2 \cdot (1kVA)} =$$

pour la charge :

$$Z_{charge} = \frac{(440/\sqrt{3})^2}{(2,5/3) \cdot 1000} = 77,4 \Omega$$

$$Z_{chargePU} = \frac{Z_{charge}}{Z_{Base}} = \frac{77,4}{32,26} = 2,4 pu$$

$$\text{Avec } Z_{Base} = \frac{(440V/\sqrt{3})^2}{(2kVA)} = 32,26 \Omega$$

$$\text{ou encore : } Z_{chargePU} = 2,4 \angle \arccos(0,8) = (1,92 + j1,44) pu$$

en fin le diagramme des réactances sera le suivant :

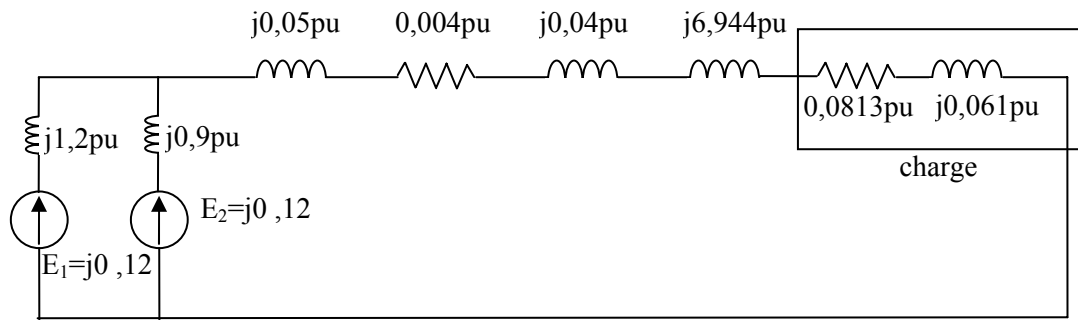


Figure 2.5 : Diagramme des réactances du système étudié.

CHAPITRE 3: COMPOSANTES SYMÉTRIQUES

3.1. Introduction

La méthode des composantes symétriques consiste à substituer à un système initial déséquilibré de «q» grandeurs complexes quelconque un système de «q» grandeurs génératrices, permettant de définir «q» systèmes symétriques.

La transformation est assurée par un opérateur matriciel complexe appelé matrice de Fortescue noté $[F_q]$, dont les coefficients sont formés à partir de la résolution de l'équation complexe

$$Z^q - 1 = 0$$

Cette équation peut s'écrire : $Z^q - 1 = (Z - Z_1)(Z - Z_2)(Z - Z_3) \dots (Z - Z_q)$

où $Z_1, Z_2, \dots, Z_q$ sont les racines complexes de l'équation

$$Z_1 = 1 ;$$

$$Z_2 = e^{j\frac{2\pi}{q}} = a$$

$$Z_3 = e^{j\frac{4\pi}{q}} = a^2$$

$$\vdots$$

$$Z_q = e^{j\frac{2\pi(q-1)}{q}} = a^{q-1}$$

3.2. Système polyphasé

3.2.1 Définition d'un système polyphasé

Un système n-phase équilibré est constitué de n grandeurs sinusoïdales (tensions ou courants), de même amplitude, déphasées régulièrement de $m\frac{2\pi}{n}$ entre elles. Il est donc composé de :

$$\begin{cases} y_1(t) = Y\sqrt{2} \cos(\omega t - \phi) \\ y_2(t) = Y\sqrt{2} \cos\left(\omega t - m\frac{2\pi}{n} - \phi\right) \\ \vdots \\ y_k(t) = Y\sqrt{2} \cos\left(\omega t - (k-1)m\frac{2\pi}{n} - \phi\right) \end{cases}$$

Y est la valeur efficace commune aux trois grandeurs, et m est l'ordre de ce système n -phasé équilibré.

Dans la suite de ce cours, on se limitera sauf mention contraire aux systèmes triphasés, avec $n = 3$

3.3. Systèmes direct, inverse et homopolaire

3.3.1 Système d'ordre 1 : $m = 1$

$$\begin{cases} y_1(t) = Y\sqrt{2} \cos(\omega t - \phi) \\ y_2(t) = Y\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \phi\right) \\ y_3(t) = Y\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \phi\right) \end{cases}$$

On associe à ces trois grandeurs les représentations complexes :

$$\begin{cases} Y_1(t) = Y\sqrt{2} e^{j(\omega t - \phi)} \\ Y_2(t) = Y\sqrt{2} e^{j(\omega t - \phi)} e^{-j\left(\frac{2\pi}{3}\right)} \\ Y_3(t) = Y\sqrt{2} e^{j(\omega t - \phi)} e^{-j\left(\frac{4\pi}{3}\right)} \end{cases}$$

Dans la suite, on posera classiquement $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$, on peut constater

que $a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$ et que $a^3 = 1$

a , a^2 et 1 sont les trois racines cubiques de 1. On peut donc écrire :

$$\begin{cases} Y_1 = Y_1 \\ Y_2 = a^2 Y_1 \\ Y_3 = a Y_1 \end{cases}$$

Ce système est appelé **système direct** : la troisième composante est en avance sur la deuxième, qui est en avance sur la première.

3.3.2 Système d'ordre 2 : m = 2

On a cette fois-ci :

$$\begin{cases} y_1(t) = Y\sqrt{2} \cos(\omega t - \phi) \\ y_2(t) = Y\sqrt{2} \cos\left(\omega t - 2\frac{2\pi}{3} - \phi\right) \\ y_3(t) = Y\sqrt{2} \cos\left(\omega t - 4\frac{2\pi}{3} - \phi\right) \end{cases}$$

On associe alors les représentations complexes :

$$\begin{cases} Y_1(t) = Y\sqrt{2} e^{j(\omega t - \phi)} \\ Y_2(t) = Y\sqrt{2} e^{j(\omega t - \phi)} e^{j\left(\frac{2\pi}{3}\right)} \\ Y_3(t) = Y\sqrt{2} e^{j(\omega t - \phi)} e^{-j\left(\frac{2\pi}{3}\right)} \end{cases}$$

Ce que l'on peut résumer en :

$$\begin{cases} Y_1 = Y_1 \\ Y_2 = a Y_1 \\ Y_3 = a^2 Y_1 \end{cases}$$

Ce système est appelé système inverse : la première composante est en avance sur la deuxième, puis sur la troisième.

3.3.3 Système d'ordre 3 : m = 3

On a cette fois-ci :

$$\begin{cases} y_1(t) = Y\sqrt{2} \cos(\omega t - \phi) \\ y_2(t) = Y\sqrt{2} \cos\left(\omega t - 3\frac{2\pi}{3} - \phi\right) \\ y_3(t) = Y\sqrt{2} \cos\left(\omega t - 6\frac{2\pi}{3} - \phi\right) \end{cases}$$

On a donc $Y_1 = Y_2 = Y_3$. Ce système est appelé **système homopolaire**.

3.4. Application au système triphasé

Un circuit électrique est dit triphasé si ses trois tensions et ses trois courants constituent chacun un système équilibré. Les tensions et les courants lorsqu'ils tournent dans le sens direct (sens inverse des aiguilles d'une montre) sont vus dans l'ordre V_1, V_2, V_3 , et I_1, I_2, I_3 .

Tensions et courants sont liés par la relation d'Ohm.

Il est relativement facile de mener des calculs sur un système dit équilibrer.

Il en est tout autrement si l'on est amené à étudier des réseaux dits déséquilibrés que ce soit dû à un déséquilibre de charge ou que ce soit dû à un régime de défaut.

Un artifice mathématique étudié en dehors du domaine de l'électricité s'est trouvé présenter une solution élégante pour l'analyse des systèmes dits déséquilibrés et paradoxalement de mettre en évidence une réalité physique cachée des réseaux électriques.

Un système triphasé de tension asymétrique est représenté vectoriellement par ses composantes symétriques qui sont la composante (séquence) directe, inverse et homopolaire :

$$\begin{aligned} V_a &= V_{ad} + V_{ai} + V_{ah} \\ V_b &= V_{bd} + V_{bi} + V_{bh} \\ V_c &= V_{cd} + V_{ci} + V_{ch} \end{aligned}$$

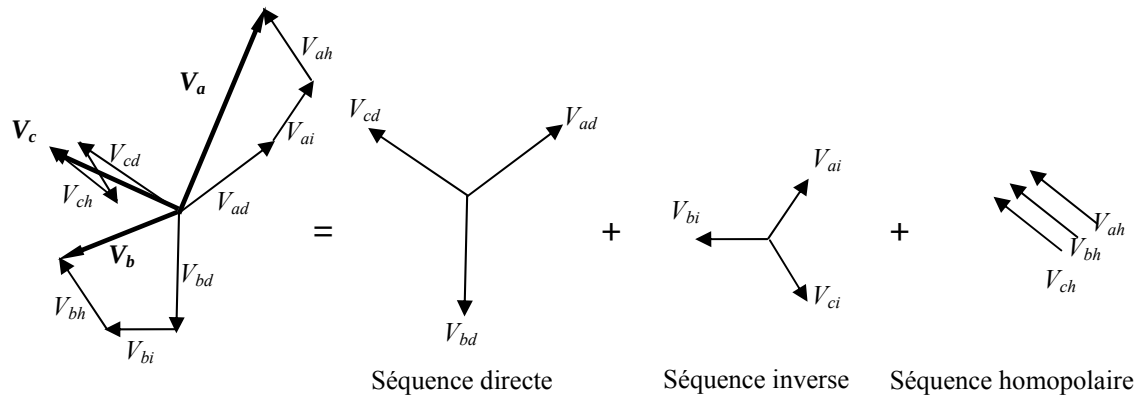


Figure : les trois séquences ou composantes symétriques d'un système triphasé déséquilibré (abc).

En utilisant l'opérateur complexe $a = \exp(2\pi/3)$ nous pouvons vérifier les relations suivantes :

$$\begin{aligned} V_{bd} &= a^2 V_{ad} & V_{cd} &= a V_{ad} \\ V_{bi} &= a V_{ai} & V_{ci} &= a^2 V_{ai} \\ V_{bh} &= V_{ah} & V_{ch} &= V_{ah} \end{aligned}$$

En substituant ces relations dans les équations précédentes on obtient :

$$\begin{aligned} V_a &= V_{ad} + V_{ai} + V_{ah} \\ V_b &= a^2 V_{ad} + a V_{ai} + V_{ah} \\ V_c &= a V_{ad} + a^2 V_{ai} + V_{ah} \end{aligned}$$

Ou sous forme matricielle :

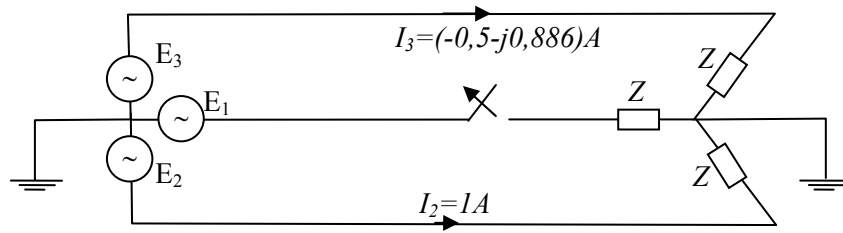
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ah} \\ V_{ad} \\ V_{ai} \end{bmatrix}$$

Nous obtenons une matrice T appelée transformation de Fortescue :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \text{ comme on peut vérifier facilement que } T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

3.5. Exemple de Régime déséquilibré

Déterminer les composantes symétriques des courants des phases suite à une perte de phase à la charge dans l'installation électrique suivante :



La transformation de Fortescue peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} I_1 = I_h + I_d + I_i \\ I_2 = I_h + a^2 I_d + a I_i \\ I_3 = I_h + a I_d + a^2 I_i \end{cases}$$

ou encore

$$\begin{cases} I_1 = I_d + I_i + I_h \\ I_2 = a^2 I_d + a I_i + I_h \\ I_3 = a I_d + a^2 I_i + I_h \end{cases}$$

La composante homopolaire sera dé lors : $I_1 = 1 \angle -120^\circ A$; $I_2 = 1A$ et $I_3 = 0A$

$$\begin{aligned} I_h &= \frac{1}{3}(I_1 + I_2 + I_3) = \frac{1}{3}(1 \angle -120^\circ + 1 + 0) \\ &= 0,333 \angle -60^\circ A \end{aligned}$$

La composante directe est :

$$\begin{aligned} I_d &= \frac{1}{3}(I_1 + a I_2 + a^2 I_3) = \frac{1}{3}(1 \angle -120^\circ + 1 \angle 120^\circ + 0) \\ &= 0,667 \angle 0^\circ A \end{aligned}$$

La composante inverse sera :

$$\begin{aligned} I_i &= \frac{1}{3}(I_1 + a^2 I_2 + a I_3) = \frac{1}{3}(1 \angle -120^\circ + 1 \angle 240^\circ + 0) \\ &= 0,333 \angle 0^\circ A \end{aligned}$$

Ces composantes calculées sont celles de la phase 1. Celles des phases 2 et 3 sont alors

$$I_{2d} = a^2 \cdot I_d = 0,667A \angle 240^\circ ;$$

$$I_{3d} = a I_d = 0,667A \angle 120^\circ ;$$

$$I_{2i} = a I_i = 0,333A \angle 180^\circ ;$$

$$I_{3i} = a^2 I_i = 0,333A \angle 300^\circ ;$$

$$I_{2h} = I_h = 0,333A \angle 60^\circ ;$$

$$I_{3h} = I_h = 0,333A \angle 60^\circ$$

CHAPITRE 4: PARAMETRES DES LIGNES DE TRANSMISSION

4.1 Introduction

Les lignes de conducteurs nues aériennes sont intensivement employées comme milieu de transport d'énergie dans des lignes de transmission. Habituellement le conducteur a un niveau acceptable d'effort de tension (c.-à-d. haute résistance à la coupure) et basse résistivité (pour minimiser les pertes d' I^2R) et baisse marginale d'impédance. Les câbles sont constitués habituellement de brins d'égales sections circulaires disposés en couches spirales dont le sens est alterné d'une couche à la suivante autour d'un brin central rectiligne (équilibrins), pour les rendre d'une propriété plus robuste, plus flexible et d'inductance meilleure. Les conducteurs en brins ont un conducteur central de noyau en acier pour rendre le conducteur global rigide en termes de tension mécanique (multibrins). Ceci s'appelle alors le conducteur d'ACSR (conducteur d'aluminium renforcé en acier). Presque toutes les lignes de transmission et la plupart des lignes de distribution emploient un tel type de conducteurs.

Une ligne de transmission électrique possède quatre paramètres qui affectent sa capacité à remplir sa fonction dans le cadre du système d'alimentation: résistance, inductance, capacité, et la conductance. Dans ce chapitre, nous examinerons successivement ces paramètres.

La conductance entre conducteurs ou entre les conducteurs et les comptes au sol pour le courant de fuite dans les isolateurs de lignes aériennes et à travers l'isolation des câbles. Puisque la fuite au niveau des isolants de lignes aériennes est négligeable, la conductance entre les conducteurs d'une ligne aérienne est considérée comme nulle.

Lorsque le courant circule dans un circuit électrique, nous expliquons certaines des propriétés du circuit par les champs magnétiques et électriques présents. La figure 4.1 montre une ligne à deux fils ouverte et ses champs magnétiques et électriques associés. La ligne sous forme de boucles de flux magnétique reliant le circuit fermé, et les lignes de flux électrique proviennent des charges positives sur un conducteur et se terminent sur la charge négative sur l'autre conducteur. La variation du courant dans les conducteurs provoque un changement dans le nombre de lignes de flux magnétique reliant le circuit. Tout

changement dans le flux traversant un circuit induit une tension dans le circuit qui est proportionnelle à la vitesse de variation de flux. L'inductance est la propriété de circuit qui relie la tension induite en changeant le flux de la vitesse de variation du courant.

La capacité existe entre les conducteurs et est la charge sur les conducteurs par unité de différence de potentiel entre eux.

La résistance et l'inductance réparties uniformément le long de la ligne à partir de l'impédance en série. La conductance et la capacité existant entre les conducteurs d'une ligne monophasée ou d'un conducteur de neutre de ligne triphasée forment l'admittance de dérivation. Bien que la résistance, l'inductance et la capacité soient distribuées, le circuit équivalent d'une ligne est constitué de paramètres localisés, comme nous le verrons lorsque nous en discutons.

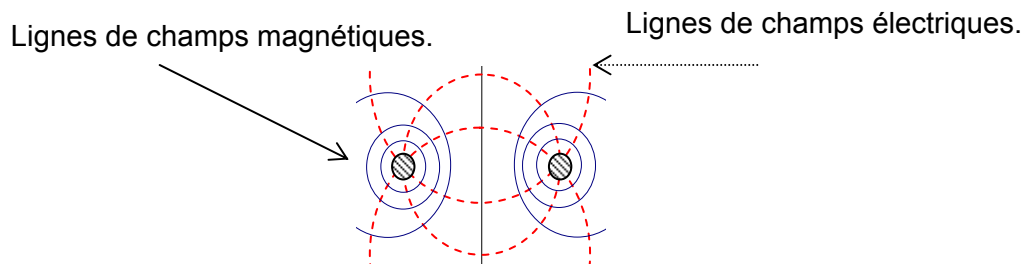


Figure 4.1 : lignes de champs magnétiques et électriques d'une ligne de deux conducteurs.

4.2 Conducteurs

Pour les lignes aériennes de transmission, des conducteurs d'aluminium sont normalement utilisés. Bien que le cuivre ait une conductivité beaucoup plus élevée, un conducteur d'aluminium (alliage : allumeur ou almélec), est meilleur en marché et a un plus grand diamètre par rapport à un conducteur de cuivre de la même résistance. Le diamètre agrandissant du conducteur a comme conséquence un gradient de plus basse tension sur la surface de conducteur et réduit ainsi l'effet de

couronne. D'ailleurs, l'approvisionnement en aluminium est abondant où en tant que cela du cuivre est limité.

Des conducteurs en brin sont assemblés en enroulant des fils de petit diamètre dans des couches, avec la tresse alternative de couches dans le sens opposé, pour empêcher de se dérouler et pour coïncider le rayon d'une couche externe avec le rayon intérieur de la prochaine couche. Par conséquent, chaque contour dans le conducteur fournit un chemin parallèle pour l'écoulement du courant. Ainsi il est possible de construire les conducteurs flexibles avec une grande section.

Les lignes de conducteur d'aluminium renforcées par l'acier (ACSR) se composent de fils d'acier, entourés par des couches de brins d'aluminium transporteuses de courant. Les fils d'acier sont employés pour augmenter la résistance aux efforts mécanique du conducteur. Le schéma 4.2 montre la coupe d'une ligne d'ACSR avec le noyau central de sept brins en acier et de 24 brins d'aluminium dans les deux couches externes.

D'autres configurations des conducteurs d'aluminium qui sont utilisés dans des lignes de transmission sont les conducteurs tout-aluminium (AAC), les conducteurs tout-aluminium-alliage (AAAC), aluminium-conducteur-alliage-renforcés (ACAR), ACSR augmenté. Afin d'empêcher la couronne dans les lignes à haute tension supplémentaires, le diamètre du conducteur devrait être augmenté, réduisant de ce fait l'effort électrique, en insérant un remplisseur de papier ou toile de jute entre les couches en acier et d'aluminium. Cette configuration est connue en tant que conducteurs renforcés d'ACSR.

Les fabricants de conducteur fournissent les caractéristiques des conducteurs tresser tels que le nombre de brins, matériels des brins, le diamètre des brins en millimètre, diamètre du conducteur entier en kilogramme par kilomètre

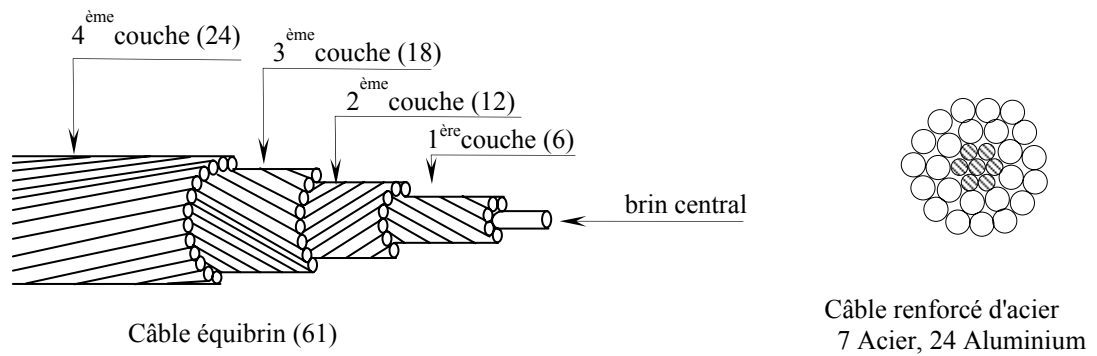


Figure 4.2 : conducteurs câbles constitués de brins toronnés de cuivre ou d'aluminium ou d'alliages spéciaux d'aluminium.

Des couches alternées de fils d'un toron sont en spirales dans des directions opposées pour empêcher le déroulement et prendre le rayon extérieur d'une couche coïncide avec le rayon intérieur de l'autre figure 4.2. Le tressage fournit la flexibilité pour une grande section transversale. Le nombre de brins dépend du nombre de couches et du fait que tous les brins sont du même diamètre. Le nombre total de brins des câbles concentrique empilés, où l'espace annulaire totale est remplie avec des brins de diamètre uniforme, est de 7, 19, 37, 61, 91, ou plus. Une formule générale pour le nombre total de fils dans de tels câbles est la suivante:

$$\text{Nombre de brins} = 3x^2 - 3x + 1$$

où x est le nombre de couches, dont le brin central est unique.

4.3 Résistance De Ligne

La résistance R_{dc} de courant continu peut être obtenue à partir de la formule suivante

$$R_{dc} = \frac{\rho \ell}{A} \quad [\Omega] \quad (2.1)$$

Où ρ est la résistivité du matériau conducteur en m , ℓ est la longueur du conducteur en m et A la section du conducteur en m^2 .

La résistance cause les pertes de puissance dans les lignes de transmission. Ces pertes causent une élévation de température du conducteur de ligne.

La variation de résistance des conducteurs métalliques avec la température est pratiquement linéaire lors du fonctionnement normal. La résistance est généralement déterminée lors de variation de température par :

$$R_T = R_{T_0} (1 + \alpha(T - T_0)) \quad (4.2)$$

Avec : R_{T_0} la résistance à la température initiale ou ambiante (20°C) ;

α : Coefficient de température du métal conducteur

métal	ρ [$\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$]	α [$1/^\circ\text{C}$]
Cuivre	0,0115	0,0044
Aluminium	0,0290	0,0042
Acier	0,1500	0,0062

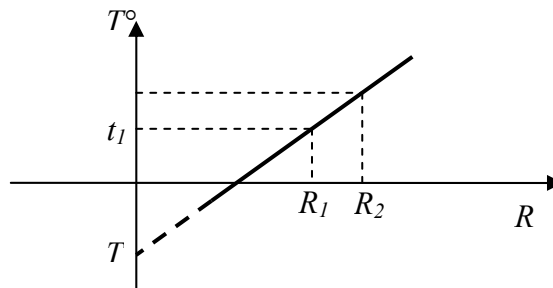


Figure 4.3 : caractéristique résistance-température.

Elle peut être déterminée autrement selon la caractéristique graphique de variation

Où T caractérise une constante du métal conducteur :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T + t_2}{T + t_1} \quad (4.3)$$

$$T = \begin{cases} 234,5 & \text{Pour le cuivre recuit à 100\% conductivité} \\ 241 & \text{Pour le cuivre durcis à 97.3\% conductivité} \\ 228 & \text{Pour l'Aluminium durcis à 61\% conductivité} \end{cases}$$

Comme on peut admettre une augmentation de résistance due aux effets de peaux de 3,7 jusqu'à 5 %.

4.4 Influence de l'effet de peau sur la Résistance

Quand le courant continu traverse un conducteur, la distribution du courant à travers la section du conducteur est uniforme. Mais pendant l'écoulement du courant alternatif, la distribution du courant à travers la section du conducteur n'est pas uniforme. En cas de conducteur circulaire, le courant alternatif tend à traverser la surface du conducteur. Ainsi la densité de courant augmente de l'intérieur à la surface. Cette irrégularité du courant de distribution est directement proportionnelle à la fréquence du courant alternatif. Ce phénomène s'appelle l'effet de peau et est dû à un flux magnétique installé par le courant alternatif à l'intérieur du conducteur.

Nous pouvons imaginer le conducteur à se composer d'un certain nombre de filaments annulaires. Les filaments sur la surface du conducteur ne sont pas liés par le flux interne. Ainsi le flux liant des filaments décroît progressivement du centre à la surface. Par conséquent, les filaments intérieurs ont une inductance plus élevée que les filaments de surface. Cependant, les filaments externes portent plus de courant que les filaments intérieurs, ceux qui réduisent la section fictive du conducteur et par conséquent la résistance est augmentée. Ceci rend la résistance en courant alternatif d'un conducteur plus haute que la résistance de courant continu. Cette résistance fictive en courant alternatif est référée en tant que résistance fictive du conducteur. À 50 hertz, l'augmentation de la résistance due à l'effet de peau est autour 3-5 pour cent.

4.5 Inductance de Ligne

L'inductance d'une ligne de transmission est due à l'effet des champs magnétiques produits par l'écoulement du courant dans les conducteurs de ligne. Si un courant électrique (I) traverse le nombre de tours N d'un conducteur, alors par la loi d'Ampère, la force magnétomotrice (f.m.m.) $F=IN$ ampères-tours est

égale à l'intégrale de l'intensité H du champ magnétique en A . tours/mètre autour d'un chemin magnétique fermé.

$$IN = F = \oint H d\ell = H\ell \quad (4.1)$$

Où ℓ est la longueur du contour fermé en mètre.

La densité du flux magnétique en weber/m² en fonction de l'intensité du champ magnétique H est donnée par :

$$B = \mu.H \quad (4.2)$$

où μ représente la constante de perméabilité du milieu.

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \quad (4.3)$$

$$\text{avec } \mu_0 = 4.\pi.10^{-7} H / m \quad (4.4)$$

Le flux total (ϕ) à travers la section en $A.m^2$ est exprimé par :

$$\phi = B.A (Wb) \quad (4.5)$$

et le flux Ψ embrassant les N tours de est donné par

$$\Psi = N.\phi \quad (4.6)$$

l'inductance d'un circuit est alors définie par le flux embrassant par unité de courant

$$L = \frac{\Psi}{I} \text{ (Henry)} \quad (4.7)$$

L'inductance d'une ligne de transmission dépend de la taille, du type et de l'arrangement des conducteurs. L'arrangement pour les conducteurs de phase devient symétrique si les conducteurs de différentes phases maintiennent la même distance l'un de l'autre. Encore chaque phase peut avoir un chef d'orchestre ou un certain nombre de conducteurs enserré conjointement. L'inductance de ligne de transmission diffère pour différent arrangement des conducteurs.

4.6 Inductance d'un conducteur

Pour que l'inductance d'un conducteur soit déterminée, il faut considérer les flux interne et externe du conducteur.

4.6.1 Inductance d'un conducteur dû au flux interne

Considérons un long conducteur cylindrique avec un rayon r et portant un courant I .

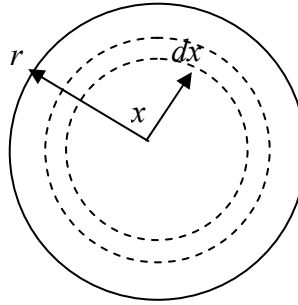


Figure 4.4: flux interne d'un conducteur portant un courant I .

L'intensité H_x du champ magnétique à la distance x du centre du conducteur est constante le long du contour fermé. D'après la loi de circulation d'Ampère

$$F = \int_0^{2\pi} H_x d\ell = I_x \quad (4.9)$$

$$2.\pi.x.H_x = I_x \quad (2.10)$$

Or I_x est le courant enfermé dans le rayon x . si la densité du courant est uniforme à travers la section du conducteur, I_x peut être écrit sous la forme :

$$I_x = \frac{\pi.x^2}{\pi.r^2}.I \quad (2.11)$$

en substituant (2.11) dans l'équation (2.10) on obtient :

$$H_x = \frac{x}{2.\pi.r^2} I \text{ AT/mètre} \quad (2.12)$$

Ainsi la densité du flux B_x à x mètre depuis le centre du conducteur, est exprimée par :

$$B_x = \mu.H_x = \frac{\mu.x}{2.\pi.r^2} I \text{ Wb/m}^2 \quad (2.13)$$

Le flux élémentaire ($d\phi$) dans l'élément tubulaire à la distance x du centre du conducteur est donné par :

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx \text{ Wb/m} \quad (2.14)$$

Le flux embrassant $d\psi$ par mètre de longueur du conducteur est donné par :

$$\begin{aligned} d\psi &= \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi \\ &= \frac{\pi x^3 I}{2\pi r^4} dx \end{aligned} \quad (2.15)$$

Le flux interne total embrassé ψ_{int} est obtenue comme :

$$\psi_{int} = \int_0^r \frac{\mu I x^3}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu I}{8\pi} \text{ Wb/m} \quad (2.16)$$

Si la perméabilité relative $\mu_r = 1$, alors μ est donnée par : $\mu = \mu_r \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$

Alors
$$\psi_{int} = \frac{I}{2} \cdot 10^{-7} \text{ Wbt/m}$$

et l'inductance interne du conducteur sera :

$$L_{int} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \quad (2.19)$$

De l'équation (2.19), il est claire que l'inductance due au flux interne est indépendante des dimensions du conducteur.

4.6.2 Inductance d'un conducteur dû au flux externe

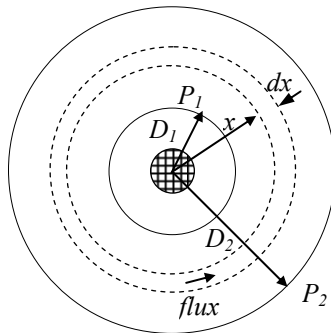


Figure 4.5 : flux à l'extérieur d'un conducteur parcouru par un courant I .

Ici le courant de retour est aussi loin du conducteur qu'il n'affecte pas le flux produit par le courant traversant le conducteur. Les lignes du flux magnétique sont des cercles concentriques autour du conducteur. Deux points P_1 et P_2 aux distances D_1 et D_2 depuis la surface du conducteur sont considérés.

L'intensité du champ magnétique à la distance x du centre du conducteur est :

$$H_x = \frac{I}{2\pi x} \text{ At/m} \quad (2.20)$$

La densité du flux est :

$$B_x = \frac{\mu I}{2\pi x} \text{ Wb/m}^2 \quad (2.21)$$

Le flux dans l'élément tubulaire de l'infiniment dx est :

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \text{ Wb/m} \quad (2.22)$$

Le flux causé par le courant I seul est :

$$d\psi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \text{ Wb.t/m} \quad (2.23)$$

Le flux total est :

$$\begin{aligned} \psi_{P_1-P_2} &= \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx \\ \psi_{P_1-P_2} &= \frac{\mu I}{2\pi} \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Soit alors avec $\mu = \mu_r \mu_0 = 1 \times 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

$$\psi_{P_1-P_2} = 2 \times 10^{-7} I \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) \quad (2.25)$$

Alors, l'inductance due au flux embrassé entre les point P_1 et P_2 est :

$$L_{1-2} = 2 \times 10^{-7} \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) \text{ H/m} \quad (2.26)$$

4.6.3 Inductance d'une ligne à deux fils monophasé

Considérons un circuit monophasé de deux conducteurs parallèles de rayons r_1 et r_2 séparés par une distance D .

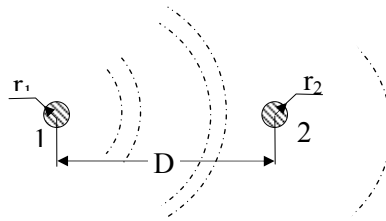


Figure 4.6 : flux magnétique entre deux conducteurs parallèle.

Le flux externe entre r_1 et $(D-r_2)$ est celui entre les conducteurs 1 et 2 concerne tout le courant dans le conducteur 1.

Le flux externe créé par le courant I dans le conducteur 1 à une distance égale ou supérieure à $(D + r_2)$.

Le flux externe sur la surface du conducteur 2, qui est, entre $(D-r_2)$ et $(D + r_2)$ relie une fraction de courant variant de 1 à zéros.

La distance (D) entre les conducteurs, est beaucoup plus grande que r_1 et r_2 , par conséquent, on peut supposer que D peut être utilisé à la place de $(D-r_2)$ ou $(D + r_2)$. L'inductance L_1 du circuit due au courant I dans le conducteur 1 peut être obtenue par addition d'inductance due au flux interne et l'inductance due au flux externes avec r_1 et r_2 par substitution, D_1 et D_2 pour obtenir:

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \left[\frac{1}{4} + 2 \ln \frac{D}{r_1} \right] \text{ H/m} \quad (2.27)$$

Dans l'équation (2.27) le terme $\frac{1}{4}$ peut être écrit comme : $\ln(e^{1/4})$;

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \left[\ln \frac{D}{r_1'} \right] \text{ H/m}$$

Où $r_1' = r_1 e^{-1/4} = 0,7788 r_1$ est le rayon moyen géométrique (GMR) ou propre moyenne distance -géométrique (GMR) d'un conducteur rond solide. GMR représente un conducteur infiniment à paroi mince de rayon r' . Cette méthode de remplacement

d'un conducteur de rayon r par un conducteur à paroi mince équivalent de rayon r' permet aux concepteurs de développer des équations pour inductances de ligne sans tenir compte du champ produit due au flux interne.

L'inductance due au courant dans le conducteur 2 est :

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \left[\ln \frac{D}{r_2'} \right] H/m \quad (2.28)$$

Ainsi, l'inductance totale du circuit en prenant $r_1' = r_2' = r'$ peut être écrite comme suit :

$$L = L_1 + L_2$$

$$L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} H/m \quad (2.29)$$

ou encore
$$L = 0,921 \log \frac{D}{r'} mH/km \quad (2.30)$$

4.6.4 Flux d'un groupe de conducteurs parcourus par des courants :

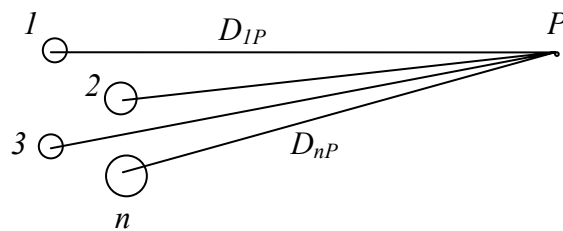
Les n conducteurs sont parcourus respectivement par les courants $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$

Le flux du conducteur 1 embrassant le point P dû au courant I_1 est :

$$\Psi_{1P1} = 2.10^{-7} . I_1 \ln \left(\frac{D_{1P}}{r_1'} \right)$$

Et celui entre le conducteur 1 dû au courant I_2 est aussi :

$$\Psi_{1P2} = 2.10^{-7} . I_2 \ln \left(\frac{D_{1P}}{D_{12}} \right)$$



Alors le flux entre le conducteur 1 et le point P dû aux courants $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ sera

$$\Psi_{1P} = 2.10^{-7} \left(I_1 \ln \left(\frac{D_{1P}}{r_1'} \right) + I_2 \ln \left(\frac{D_{1P}}{D_{12}} \right) + I_3 \ln \left(\frac{D_{1P}}{D_{13}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \right)$$

Ou encore :

$$\Psi_{1P} = 2.10^{-7} \left(I_1 \ln \left(\frac{1}{r'_1} \right) + I_2 \ln \left(\frac{1}{D_{12}} \right) + I_3 \ln \left(\frac{1}{D_{13}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{1}{D_{1n}} \right) + \right. \\ \left. + I_1 \ln(D_{1P}) + I_2 \ln(D_{2P}) + I_3 \ln(D_{3P}) + \dots + I_n \ln(D_{nP}) \right)$$

Puisque $\sum_{i=1}^n I_i = 0$ alors $I_n = -\sum_{i=1}^{n-1} I_i$

On obtient

$$\Psi_{1P} = 2.10^{-7} \left(I_1 \ln \left(\frac{1}{r'_1} \right) + I_2 \ln \left(\frac{1}{D_{12}} \right) + I_3 \ln \left(\frac{1}{D_{13}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{1}{D_{1n}} \right) + \right. \\ \left. + I_1 \ln \left(\frac{D_{1P}}{D_{nP}} \right) + I_2 \ln \left(\frac{D_{2P}}{D_{nP}} \right) + I_3 \ln \left(\frac{D_{3P}}{D_{nP}} \right) + \dots + I_{n-1} \ln \left(\frac{D_{n-1P}}{D_{nP}} \right) \right)$$

Si l'on suppose que le point P est suffisamment éloigné alors le rapport en logarithme s'approche de l'unité d'où

$$\Psi_{1P} = 2.10^{-7} \left(I_1 \ln \left(\frac{1}{r'_1} \right) + I_2 \ln \left(\frac{1}{D_{12}} \right) + I_3 \ln \left(\frac{1}{D_{13}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{1}{D_{1n}} \right) \right) \text{ [Wb.t/m]}$$

NB : Si le courant est alternatif le flux est exprimé en grandeur instantanée.

4.6.5 Inductance des lignes de conducteurs composées

Une ligne monophasée composée de conducteur A, ayant n fils identiques parallèles et conducteur B, qui est le circuit de retour du courant dans le conducteur A, ayant m fils identiques et parallèles. Chaque filament des conducteurs A et B transportent respectivement des courants $\frac{I}{n}$ et $-\frac{I}{m}$.



Figure 4.8 : deux conducteurs composés d'une ligne monophasée

Le flux du filament i du conducteur A est obtenu par l'équation suivante :

$$\psi_i = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{n} \left[\ln \frac{1}{D_{i1}} + \ln \frac{1}{D_{i1'}} + \dots + \ln \frac{1}{r_i'} + \dots + \ln \frac{1}{D_{in}} \right] - 2 \times 10^{-7} \frac{I}{m} \left[\ln \frac{1}{D_{i1'}} + \ln \frac{1}{D_{i2'}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{im}} \right]$$

$$\psi_i = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{(D_{i1'} D_{i2'} \dots D_{im})^{1/m}}{(D_{i1} D_{i2} \dots r_i' D_{in})^{1/n}} \text{ Wbt/m} \quad (2.31)$$

Si l'équation précédente est divisée par I/n , l'inductance du filament n est :

$$L_i = \left(\frac{\psi_i}{I/n} \right) = 2n \times 10^{-7} I \ln \frac{(D_{i1'} D_{i2'} \dots D_{im})^{1/m}}{(D_{i1} D_{i2} \dots r_i' D_{in})^{1/n}} \text{ H/m} \quad (2.32)$$

Ainsi l'inductance moyenne du conducteur A est obtenue par

$$L_{\text{moy}} = \frac{L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_i + \dots + L_n}{n} \quad (2.33)$$

L'inductance du conducteur A est :

$$L_A = \frac{L_{\text{moy}}}{n} = \frac{L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_i + \dots + L_n}{n^2} \quad (2.34)$$

Le conducteur A étant composé de n éléments en parallèles, nous substituant l'expression de chaque filament de l'équation (2.32) dans (2.34) nous obtenons :

$$L_A = 2 \times 10^{-7} \ln \left[\frac{[(D_{11'} D_{12'} \dots D_{1m})(D_{21'} D_{22'} \dots D_{2m}) \dots (D_{n1'} D_{n2'} \dots D_{nm})]^{1/mn}}{[(D_{11} D_{12} \dots D_{1n})(D_{21} D_{22} \dots D_{2n}) \dots (D_{n1} D_{n2} \dots D_{nn})]^{1/n^2}} \right] \quad (2.35)$$

Dans laquelle les distances $D_{11}, D_{22}, \dots, D_{nn}$ seront remplacées par les rayons respectives $r_1, r_2, \dots, r_n$.

Il est claire que le numérateur du logarithme représentant la racine $mn^{\text{ème}}$ du produit des mn distances du conducteur A au conducteur B est la distance moyenne géométrique des conducteurs A et B (GMD) qui sera dénoté D_{mg} . Par contre le dénominateur qui est les produits des distances des filaments du conducteur A. c'est la distance moyenne géométrique propre au conducteur A. elle sera dénoté par D_{SA} .

L'inductance du conducteur A s'écrit dès lors :

$$L_A = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{mg}}{D_{SA}} \text{ H/m} \quad (2.36)$$

et celle du conducteur B :

$$L_B = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{mg}}{D_{SB}} \text{ H/m} \quad (2.37)$$

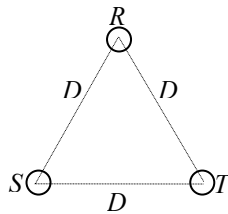
Ainsi l'inductance totale de la ligne est :

$$L = L_A + L_B \quad (2.38)$$

4.7 Inductance des lignes triphasées

4.7.1 Espacement Symétrique

La figure suivante représente les conducteurs d'une ligne triphasée avec un espacement équilatéral. Les conducteurs sont placés aux sommets d'un triangle équilatéral :



$$\text{i.e.} \quad I_R + I_S + I_T = 0$$

le flux embrassant le conducteur R peut être écrit comme :

$$\psi_R = 2 \times 10^{-7} \left[I_R \cdot \ln \frac{1}{r'} + I_S \ln \frac{1}{D} + I_T \ln \frac{1}{D} \right] \text{ Wbt/m} \quad (2.39)$$

$$\text{Puisque } I_R = -(I_S + I_T)$$

$$\psi_R = 2 \times 10^{-7} \left[I_R \cdot \ln \frac{1}{r'} - I_R \ln \frac{1}{D} \right] = 2 \times 10^{-7} I_R \cdot \ln \frac{D}{r'} \text{ Wbt/m} \quad (2.40)$$

d'où

$$L_R = \frac{\psi_R}{I_R} = 2 \times 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r'} \text{ H/m} \quad (2.41)$$

Les inductances des conducteurs S et T sont identiques à celle du conducteur R.

4.7.2 Espacement asymétrique et transposition

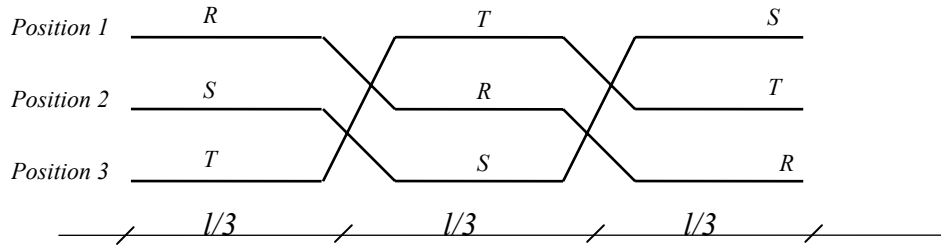


Figure 4.9 : transposition de ligne

Dans une ligne transposée, les conducteurs de phase sont déplacés de leurs position de façon à ce que chaque phase occupe les positions 1, 2 et 3 pour le tiers de la longueur de la ligne. Par cette manière d'inter changer les positions des phases, chaque conducteur aura la même inductance moyenne.

L'inductance moyenne, dans ce cas de transposition, est obtenue en calculant les flux pour chaque position occupée par le conducteur. Le flux du conducteur R dans la position 1, quand S est dans la position 2 et T est dans la position 3 peut être obtenue par :

$$\psi_{R1} = 2 \times 10^{-7} \left[I_R \cdot \ln \frac{1}{r'} + I_S \ln \frac{1}{D_{RS}} + I_T \cdot \ln \frac{1}{D_{RT}} \right] \text{ Wbt/m} \quad (2.42)$$

En outre

$$\psi_{R2} = 2 \times 10^{-7} \left[I_R \cdot \ln \frac{1}{r'} + I_S \ln \frac{1}{D_{ST}} + I_T \cdot \ln \frac{1}{D_{RS}} \right] \text{ Wbt/m} \quad (2.43)$$

et

$$\psi_{R3} = 2 \times 10^{-7} \left[I_R \cdot \ln \frac{1}{r'} + I_S \ln \frac{1}{D_{TR}} + I_T \cdot \ln \frac{1}{D_{ST}} \right] \text{ Wbt/m} \quad (2.44)$$

Alors, le flux moyen autour du conducteur R est

$$\psi_R = \frac{\psi_{R1} + \psi_{R2} + \psi_{R3}}{3}$$

$$\psi_R = \frac{2 \times 10^{-7}}{3} \left[3I_R \ln \frac{1}{r'} + 3I_S \ln \frac{1}{D_{RS} D_{ST} D_{TR}} + 3I_T \ln \frac{1}{D_{RS} D_{ST} D_{TR}} \right] \text{ Wbt/m} \quad (2.45)$$

Et puisque encore $I_R = -(I_S + I_T)$

$$\psi_R = 2 \times 10^{-7} I_R \ln \frac{D_{RS} D_{ST} D_{TR}}{r'_R} \text{ Wbt/m} \quad (2.46)$$

L'inductance moyenne par phase est :

$$L_R = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_S} \text{ H/m} \quad (2.47)$$

$$\text{où } D_{eq} = \sqrt[3]{D_{RS} D_{ST} D_{RT}} \text{ et } D_S = r'_R \quad (2.48)$$

4.8 Inductance des lignes triphasées à Deux ternes

Il est communément pratique d'utiliser deux circuits dans une ligne de transmission d'énergie électrique dont le but d'augmenter la fiabilité de la transmission. Il est désirable d'avoir une petite valeur de la GMD et une grande valeur du D_S , pour que l'inductance des lignes en parallèles aura une petite valeur et l'énergie transportée par les lignes augmente.

Les trois sections des cycles de transposition de ligne triphasée à double circuit avec espacement vertical est montrées par la figure suivante :

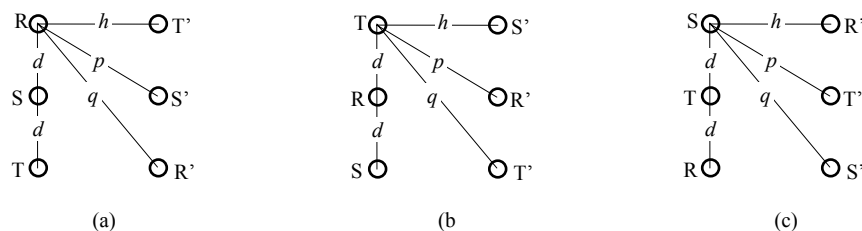


Figure 4.10 : arrangement des conducteurs dans une ligne triphasée transposée à deux ternes : (a) phase R en position 1, (b) phase R en position 2 et (c) phase R en position 3.

Les flux de la phase R pour chacune des positions sont :

$$\psi_{R1} = 2 \times 10^{-7} \left[I_R \cdot \left(\ln \frac{1}{r'} + \ln \frac{1}{q} \right) + I_S \left(\ln \frac{1}{D} + \ln \frac{1}{p} \right) + I_T \left(\ln \frac{1}{2D} + \ln \frac{1}{h} \right) \right] \quad (2.49)$$

$$\psi_{R2} = 2 \times 10^{-7} \left[I_R \cdot \left(\ln \frac{1}{r'} + \ln \frac{1}{h} \right) + I_S \left(\ln \frac{1}{D} + \ln \frac{1}{p} \right) + I_T \left(\ln \frac{1}{D} + \ln \frac{1}{p} \right) \right] \quad (2.50)$$

$$\psi_{R3} = 2 \times 10^{-7} \left[I_R \cdot \left(\ln \frac{1}{r'} + \ln \frac{1}{q} \right) + I_S \left(\ln \frac{1}{2D} + \ln \frac{1}{h} \right) + I_T \left(\ln \frac{1}{D} + \ln \frac{1}{p} \right) \right] \quad (2.51)$$

puisque

$$\psi_R = \frac{\psi_{R1} + \psi_{R2} + \psi_{R3}}{3}$$

$$\psi_R = \frac{2 \times 10^{-7}}{3} \left[3I_R \cdot \ln \frac{1}{r'} + I_R \ln \frac{1}{q^2 h} + (I_S + I_T) \ln \frac{1}{2D^3} + (I_S + I_T) \ln \frac{1}{p^2 h} \right] \quad (2.51)$$

Tan que $I_R = -(I_S + I_T)$

$$\begin{aligned} \psi_R &= \frac{2 \times 10^{-7}}{3} \left[3I_R \cdot \ln \frac{1}{r'} + I_R \ln \frac{1}{q^2 h} - (I_R) \ln \frac{1}{2D^3} - (I_R) \ln \frac{1}{p^2 h} \right] \\ &= \frac{2 \times 10^{-7}}{3} \times 3I_R \left[\ln \left(\frac{2^{1/3} D p^{2/3} h^{1/3}}{r' q^{2/3} h^{1/3}} \right) \right] \\ &= 2 \times 10^{-7} \times I_R \ln \left(\frac{2^{1/3} D}{r'} \times \frac{p^{2/3}}{q^{2/3}} \right) \end{aligned} \quad (2.52)$$

alors,

$$L_R = \frac{\psi_R}{I_R} = 2 \times 10^{-7} \ln \left[\left(\frac{2^{1/3} D}{r'} \right) \left(\frac{p}{q} \right)^{2/3} \right] \text{ H/m} \quad (2.53)$$

l'inductance de chaque phase est donnée par :

$$L = \frac{L_R}{2} = 2 \times 10^{-7} \ln \left[2^{1/6} \left(\frac{D}{r'} \right)^{1/2} \left(\frac{p}{q} \right)^{2/3} \right] \text{ H/m} \quad (2.54)$$

4.9 Calcul d'inductance pour les conducteurs en faisceaux

Une technique pratique, pour diminuer les pertes par effet couronne, est utilisée en remplaçant le conducteur de phase par un faisceau de cordes dont le diamètre sanctoral est équivalent à celui du conducteur remplacé. En haute tension (HT) et THT le diamètre du conducteur de phase doit être suffisamment grand à fin de minimiser les pertes couronne, cet agrandissement se fait à l'aide des faisceaux.

Soit D_s^b le Rayon moyen Géométrique (GMR) du faisceau et D_s' le GMR d'une corde, et d la distance entre cordes adjacentes du conducteur de phase voir figure :

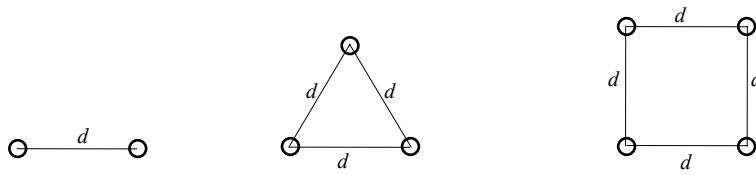


Figure 4.11 : Arrangement des cordes des faisceaux

Pour un faisceau de deux cordes : $D_s^b = \left[(D_s \times d)^2 \right]^{1/4} = (D_s \times d)^{1/2}$

Pour un faisceau de trois cordes : $D_s^b = \left[(D_s \times d \times d)^3 \right]^{1/9} = (D_s \times d \times d)^{1/3}$

Pour un faisceau de quatre cordes : $D_s^b = \left[(D_s \times d \times d \times \sqrt{2}d)^4 \right]^{1/16} = 1,09(D_s \times d^3)^{1/4}$

Le D_s^b peut être nommé rayon équivalent qui se détermine par :

$D_s^b = \sqrt[n]{R^{n-1} \cdot n \cdot D_s}$ où n est le nombre de cordes du faisceau, R est telle que :

$$R = \frac{d}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}$$

4.10 Distance moyenne géométrique

La distance moyenne géométrique (DMG) de la surface S_i à la surface S_j , est notée par g_{ij} et est définie comme

$$\ln g_{ij} = \frac{1}{S_i S_j} \int_{S_i} \int_{S_j} \ln r_{ij} dS_i dS_j \quad (2.55)$$

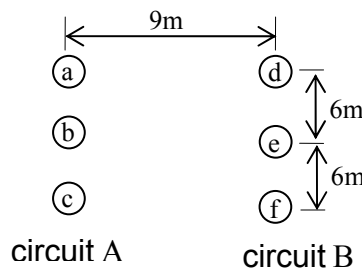
où r_{ij} est la distance entre un élément dS_i de la surface S_i à un élément dS_j de la surface S_j .

Exercice E4.1 :

Une ligne monophasée composée de deux circuit A et B respectivement aller et retour, chaque circuit est constitué de trois conducteurs de diamètre $0,4\text{cm}$ verticalement disposés avec une distance adjacente de 6m .

Déterminer la distance moyenne géométrique et l'inductance de chaque circuit ainsi que celle de la ligne.

A la fréquence de 50Hz quelle est la réactance inductive linéique de la ligne?



Solution :

Détermination de la distance moyenne géométrique :

$$D_{mg} = n \times m \sqrt{(D_{ad} \cdot D_{ae} \cdot D_{af})(D_{bd} \cdot D_{be} \cdot D_{bf})(D_{cd} \cdot D_{ce} \cdot D_{cf})}$$

avec $n=m=3$

$$D_{ad} = D_{be} = D_{cf} = 9\text{m} ;$$

$$D_{ae} = D_{bd} = D_{bf} = D_{ce} = (9^2 + 6^2)^{1/2} = 10.8167\text{m}$$

$$D_{af} = D_{cd} = (9^2 + 12^2)^{1/2} = 15\text{m}$$

$$D_{mg} = 3 \times 3 \sqrt{(D_{ad}^3 \cdot D_{ae}^4 \cdot D_{af}^2)}$$

Le rayon moyen géométrique:

$$D_{ms} = 3 \times 3 \sqrt{(D_{aa} \cdot D_{ab} \cdot D_{ac})(D_{bb} \cdot D_{ba} \cdot D_{bc})(D_{cc} \cdot D_{ca} \cdot D_{cb})}$$

avec $D_{aa} = D_{bb} = D_{cc} = 0,20\text{cm}$

$$D_{ab} = D_{bc} = D_{ba} = D_{cb} = 6\text{m}$$

$$D_{ac} = D_{ca} = 12\text{m}$$

Application numériques:

$$D_{mg} = (9^3 \times 10.8167^4 \times 15^2)^{(1/9)} = 10.9404m$$

$$D_{ms} = (D_{aa}^3 \cdot D_{ab}^4 \cdot D_{ac}^2)^{(1/9)} = 0,481m$$

L'inductance

$$L_A = L_B = 2 \times 10^{-7} \times \ln\left(\frac{10,940}{0,481}\right) = 6,249 \times 10^{-7} H / m$$

$$L = L_A + L_B = 12,497 \times 10^{-7} H / m$$

À la fréquence de 50Hz la réactance inductive de la ligne sera:

$x_0 = 2 \times \pi \times f \times L$ et par suite la réactance inductive linéique par phase est :

$$x_0 = 0,393 m\Omega/Km$$

4.11 Différence de potentiels entre deux points dus à une charge

Nous savons d'après la loi de Gauss que la densité du flux électrique à un point distant de x d'une charge q est : $D_E = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot x}$ Coulomb/m².

Ainsi l'intensité du champ électrique sera $E = \frac{D_E}{\epsilon} = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot x}$ Volts /m

Si on veut déterminer la ddp entre deux points P_1 et P_2 situés respectivement aux distances D_1 et D_2 de la charge q , on peut déterminer la circulation du vecteur champ électrique entre les points P_1 et P_2 :

$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} E dx = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ Volts} \quad (2.56)$$

4.12 Capacité de ligne de deux fils (capacité de ligne)

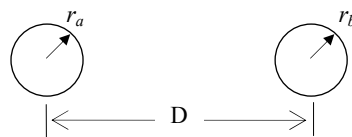


Figure 4.11 : ligne monophasée de deux conducteurs parallèle.

v_{ab} due à la charge q_a est $v_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_2}{r_a}$

v_{ab} due à la charge q_b est $v_{ab} = \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_b}{D}$

alors en notation : $V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left\{ q_a \ln \frac{D}{r_a} + q_b \ln \frac{r_b}{D} \right\}$ Volts (2.57)

d'où $C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{\pi\epsilon}{\ln(D/\sqrt{r_a r_b})}$ F/m

et si de plus $r_a = r_b = r$, $C_{ab} = \frac{\pi\epsilon}{\ln(D/r)}$ F/m

4.13 Capacité des lignes triphasées

a)- Espacement équilatéral :

La figure 4.12 illustre une ligne triphasée dont les conducteurs des phases a, b et c sont disposés aux sommets d'un triangle équilatéral de côté D . Chaque conducteur a un rayon r .

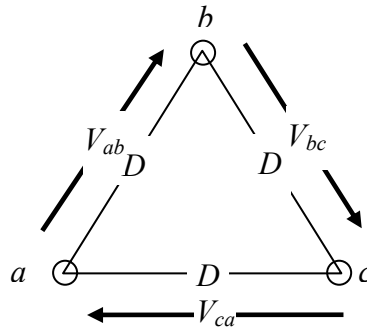


Figure 4.12 : Disposition équilatérale des conducteurs de ligne

Considérons les tensions V_{ab} et V_{ac} :

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left\{ q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} + q_c \ln \frac{D}{D} \right\} \quad \text{et} \quad V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left\{ q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{D}{D} + q_c \ln \frac{r}{D} \right\}$$

La somme des deux équations précédentes donne avec $\ln\left(\frac{D}{D}\right) = 0$;

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \ln\left(\frac{D}{r}\right) + (q_b + q_c) \ln\left(\frac{r}{D}\right) \right)$$

Dans un système équilibré $q_a + q_b + q_c = 0$ alors $-q_a = q_b + q_c$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon} \left(\ln\left(\frac{D}{r}\right) \right)$$

La tension simple V_{an} est déphasée de 30° par rapport à la tension composée V_{ab} :

$$V_{ab} = \sqrt{3}V_{an}(0,866 + j0,5) \quad \text{et} \quad V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3}V_{an}(0,866 - j0,5)$$

alors
$$V_{ab} + V_{ac} = \sqrt{3}V_{an}(1,73) = 3V_{an}$$

$$3V_{an} = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon} \left(\ln\left(\frac{D}{r}\right) \right) \quad \text{et alors} \quad V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \left(\ln\left(\frac{D}{r}\right) \right)$$

D'où
$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)} \text{ F/m}$$

En transformant le logarithme népérien en décimal et pour une fréquence de 50Hz :

$$b_0 = C\omega = \frac{7,58 \cdot 10^{-6}}{\log\left(\frac{D}{r}\right)} \text{ 1}/\Omega.\text{km}$$

Notons que $C_{an}=C_{bn}=C_{cn}$ pour les lignes symétriques.

Le courant de charge est alors :

$$I_{ch} = V_{an} \cdot j\omega \cdot C_{an} \text{ A/km}$$

4.14 Capacité de conducteurs en faisceaux

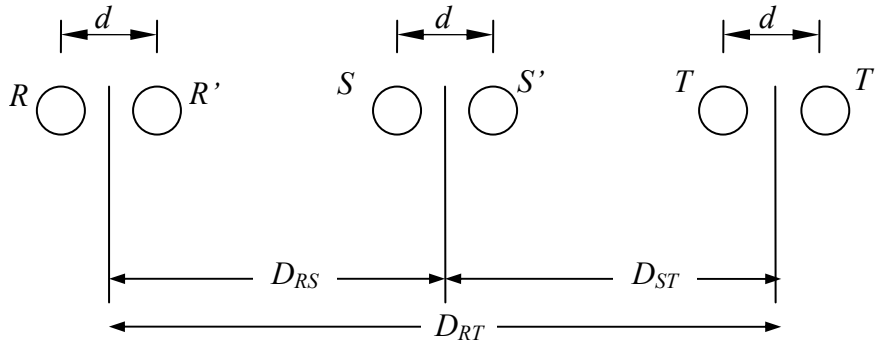


Figure 4.13 : Dispositions des phases pour une ligne en faisceaux

$$V_{RS} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_R \ln \left(\frac{D_{RS}}{\sqrt{r.d}} \right) + q_S \ln \left(\frac{\sqrt{rd}}{D_{RS}} \right) + q_T \ln \left(\frac{D_{ST}}{D_{TR}} \right) \right]$$

En se basant sur la transposition de la ligne, la capacité se détermine de la manière décrite dans les sections précédentes.

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left(\frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}} \right)} \text{ F/m au neutre}$$

Où

$$D_{eq} = \sqrt{D_{RS} D_{ST} D_{RT}}$$

4.15 Capacité de conducteurs en faisceaux

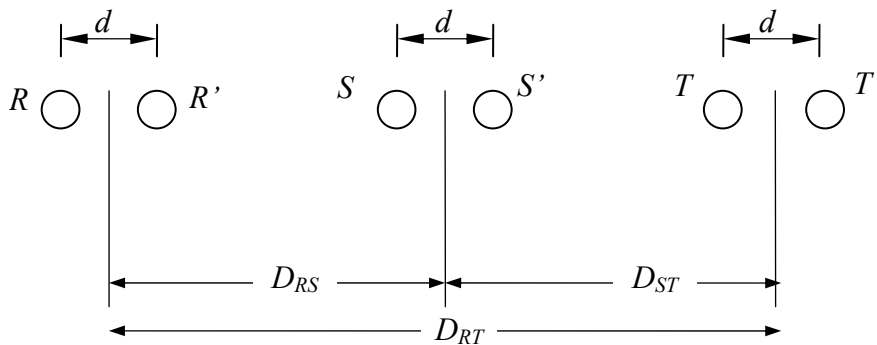


Figure 4.14 : Dispositions des phases pour une ligne en faisceaux

$$V_{RS} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_R \ln \left(\frac{D_{RS}}{\sqrt{r.d}} \right) + q_S \ln \left(\frac{\sqrt{rd}}{D_{RS}} \right) + q_T \ln \left(\frac{D_{ST}}{D_{TR}} \right) \right]$$

En se basant sur la transposition de la ligne, la capacité se détermine de la manière décrite dans les sections précédentes.

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left(\frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}} \right)} \text{ F/m au neutre}$$

Où

$$D_{eq} = \sqrt{D_{RS} D_{ST} D_{RT}}$$

Exemple 4.2 : les six conducteurs d'une ligne triphasée à double circuit sont disposés comme montré sur la figure E4.2. Le diamètre de chaque conducteur est de 2,5 cm. Trouver la réactance capacitive au neutre et le courant de charge de ligne par km par phase à 132 kV et 50 Hz sachant que la ligne est transposée.

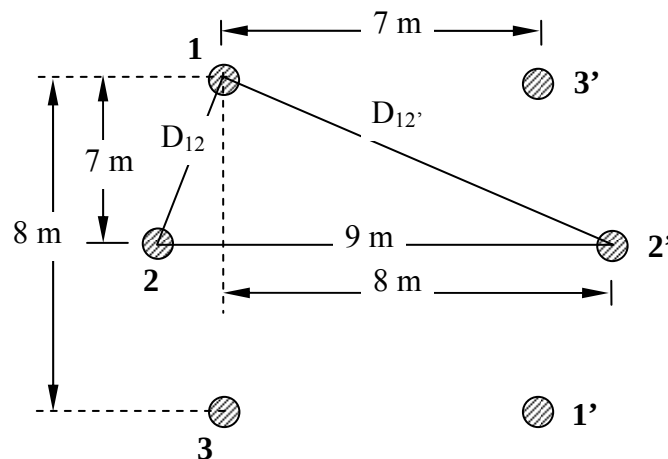


Figure E4.2 : disposition des phases d'une ligne triphasée à deux ternes.

Solution :

$$D_{mg} = \sqrt[n \times m]{(D_{ad} \cdot D_{ae} \cdot D_{af})(D_{bd} \cdot D_{be} \cdot D_{bf})(D_{cd} \cdot D_{ce} \cdot D_{cf})}$$

Pour déterminer les distances moyennes géométriques nous déduisons tout d'abord des distances inconnues :

$$D_{12} = \sqrt{16 + 1} = 4,12m$$

$$D_{12'} = \sqrt{16 + 64} = 8,95m$$

$$D_{11'} = \sqrt{64 + 49} = 10,64m$$

La GMD mutuelle :

$$D_{12} = \sqrt[4]{(4,12 \times 8,95)^2} = \sqrt{4,12 \times 8,95} = 6,06m$$

$$D_{23} = \sqrt[4]{(4,12 \times 8,95)^2} = 6,06m$$

$$D_{12} = \sqrt[4]{(7 \times 8)^2} = \sqrt{5612} = 7,49m$$

$$D_{eq} = \sqrt[4]{D_{12} D_{23} D_{31}} = \sqrt{6,06 \times 6,06 \times 7,49} = 6,51m$$

La GMD propre à chaque phase :

$$D_{s1} = \sqrt[4]{\left(\frac{1,25}{100} \times 10,62\right)^2} = 0,364m$$

$$D_{s2} = \sqrt[4]{\left(\frac{1,25}{100} \times 8,95\right)^2} = 0,356m$$

$$D_{s3} = \sqrt[4]{\left(\frac{1,25}{100} \times 10,62\right)^2} = 0,364m$$

$$D_s = \sqrt[3]{D_{s1} D_{s2} D_{s3}} = \sqrt{0,364 \times 0,356 \times 0,364} = 0,354m$$

La capacité par phase au neutre sera alors :

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{6,51}{0,354}\right)} = \frac{10^{-9}}{18 \ln\left(\frac{6,51}{0,354}\right)} = 0,019 \times 10^{-9} F / m$$

La réactance capacitive est :

$$X_{cn} = \frac{1}{2\pi f C_n} = \frac{10^9}{314 \times 0,019} = 168 \times 10^6 Ohm / m$$

Ainsi le courant de charge par km de longueur de ligne est :

$$I_{charge} = \omega C V = \frac{76,2 \times 10^3 \times 10^3}{168 \times 10^6} = 0,455 A / km$$

4.16 Correction des paramètres des longues lignes :

Si la ligne est à THT la capacité par phase est déterminée en considérant l'image des conducteurs des phases et la susceptance (ωC) linéique par phase sera corrigée comme suit :

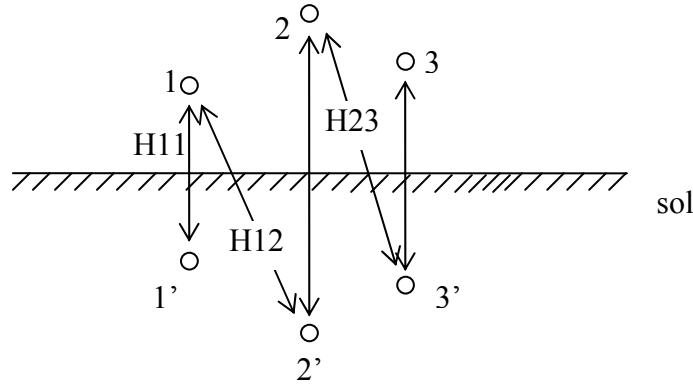


Figure 4.15 : images des conducteurs d'une ligne THT

La susceptance par phase à 50 Hz est :

$$b_0 = \frac{7,58}{\log\left(\frac{D_{mg}}{r_{mg}} \frac{H_L}{H_m}\right)} \cdot 10^{-6}$$

Où H_L et H_m sont les distances moyennes entre les fils et leurs images symétriques par rapport à la terre. :

$$H_L = \sqrt[3]{H_{11'} \cdot H_{22'} \cdot H_{33'}} \quad \text{et} \quad H_m = \sqrt[3]{H_{12} \cdot H_{23} \cdot H_{31}}$$

Pour les lignes de longueurs supérieures à 250Km, nous introduisons des facteurs correcteurs pour la détermination des paramètres tel que :

$$R = R_a \ell k_R \quad \text{avec} \quad k_R = 1 - \frac{1}{3} \ell^2 x_0 b_0$$

$$X = x_a \ell k_L \quad \text{avec} \quad k_L = 1 - \frac{1}{6} \ell^2 x_0 b_0 \left(1 - \frac{R_0^2}{x_0^2}\right)$$

$$B = b_a \ell k_c \quad \text{avec} \quad k_c = 1 + \frac{1}{12} \ell^2 x_0 b_0$$

4.17 Conclusion

Une ligne électrique de transmission d'énergie électrique admet alors quatre paramètres primaires qui sont localisés par une impédance série et une admittance shunt ou distribués dans le cas des lignes de longueurs assez importantes. Ces paramètres sont la résistance R , l'inductance L , la capacité C et la conductance G .

Pour une longueur élémentaire dx nous pouvons représenter le schéma du circuit triphasé comme illustré par la figure suivante :

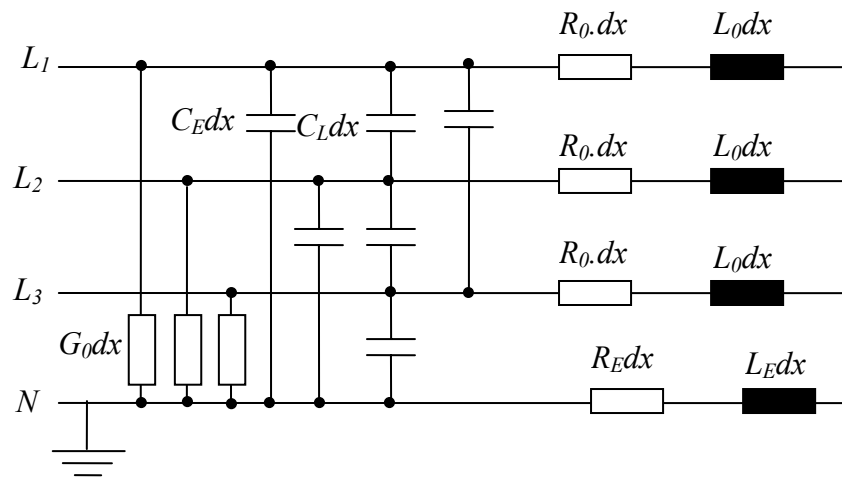


Figure 4.15 : schéma équivalent d'un tronçon dx de ligne triphasée.

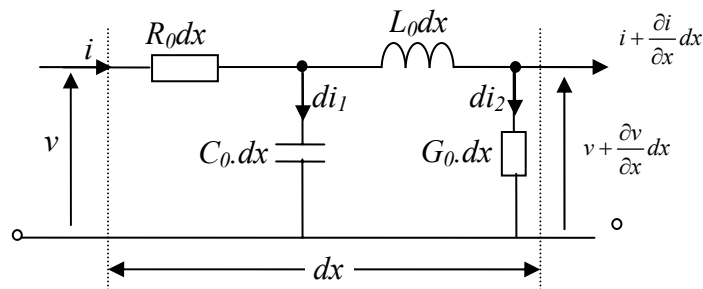
CHAPITRE 5 : MODELE GENERAL DES LIGNES DE TRANSMISSION

Les phénomènes électriques liés aux courants dans les conducteurs de ligne et aux champs magnétiques définissent les caractéristiques longitudinales des lignes. Les charges superficielles des conducteurs de phase et du sol provoquent un champ électrique qui définit les caractéristiques transversales des lignes de transmission électriques.

5.1 équations des lignes de transmission :

Le schéma équivalent d'une ligne triphasée peut être ramené à l'étude d'un seul schéma équivalent monophasé.

Considérons un tronçon, de ligne électrique, de longueur dx et désignons par i et v le courant et la tension à son début. Nous pouvons représenter le tronçon par la figure suivante :



Par application de la loi des courants à la sortie du tronçon nous aurons un courant qui vaut :

$$i = i + \frac{\partial i}{\partial x} dx + (di_1 + di_2) \quad (5.1)$$

$$\text{avec } di_1 = C_0 dx \frac{\partial}{\partial t} (v - R_0 i dx)$$

$$\text{et } di_2 = G_0 dx \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right)$$

En négligeant les infiniment petits du second ordre on aura

$$di = di_1 + di_2 = v G_0 dx + C_0 \frac{\partial v}{\partial t} dx \quad (5.2)$$

Par substitution de l'équation (5.2) en (5.1) on obtient :

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G_0.v + C_0.\frac{\partial v}{\partial t} \quad (5.3)$$

En plus les équations des mailles du circuit nous permettent d'écrire :

$$-v + R_0 dx.i + L_0 dx.\frac{\partial i}{\partial t} + v + \frac{\partial v}{\partial x}.dx = 0$$

Ou plus simplement

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = R_0.i + L_0\frac{\partial i}{\partial t} \quad (5.4)$$

Les équations (5.3) et (5.4) forment les équations fondamentales aux dérivées partielles d'une ligne à paramètres distribués.

En notation symbolique, il vient :

$$\begin{aligned} -\frac{d\bar{V}}{dx} &= (R_0 + j\omega L_0)\bar{I} \\ -\frac{d\bar{I}}{dx} &= (G_0 + j\omega C_0)\bar{V} \end{aligned} \quad (5.5)$$

on pose dès lors

$$Z_0 = R_0 + j\omega L_0 \quad ; \quad Y_0 = G_0 + j\omega C_0 \quad ; \quad \bar{\gamma} = \sqrt{Z_0 Y_0} \quad ; \quad Z_c = \sqrt{Z_0 / Y_0}$$

Et en séparant les variables V et I on obtient le système :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{V}}{dx^2} &= \bar{\gamma}^2 \bar{V} \\ \frac{d^2 \bar{I}}{dx^2} &= \bar{\gamma}^2 \bar{I} \end{aligned} \quad (5.6)$$

L'équation en tension admet pour solution toute tension $\bar{V}_p$ ou $\bar{V}_r$ telle que :

$$\bar{V}_p(x) = \bar{V}_{0p} e^{-\bar{\gamma}x} \quad (5.7)$$

et

$$\bar{V}_r(x) = \bar{V}_{0r} e^{\bar{\gamma}x} \quad (5.8)$$

tandis que l'équation de courant admet pour solution :

$$\bar{I}_p(x) = -\frac{1}{Z_0} \frac{d\bar{V}_p(x)}{dx} = \frac{\bar{V}_p(x)}{Z_c} \quad (5.9)$$

$$\text{et } \bar{I}_r(x) = -\frac{1}{Z_0} \frac{d\bar{V}_r(x)}{dx} = -\frac{\bar{V}_r(x)}{Z_c} \quad (5.10)$$

Les solutions s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \bar{V}(x) &= \bar{V}_p(x) + \bar{V}_r(x) \\ \bar{I}(x) &= \frac{\bar{V}_p(x) - \bar{V}_r(x)}{Z_c} \end{aligned} \quad (5.11)$$

et V_{0p} et V_{0r} se déterminent par les conditions aux limites.

Pour une ligne de longueur ' ℓ ', la tension et le courant au bout de celle-ci en fonction de la tension et du courant à son début et de ces paramètres seront donc :

$$\begin{aligned} \bar{V}_2 &= \bar{V}_1 \cosh(\bar{\gamma}\ell) - \bar{Z}_c \bar{I}_1 \sinh(\bar{\gamma}\ell) \\ \bar{I}_2 &= -\frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_c} \sinh(\bar{\gamma}\ell) + \bar{I}_1 \cosh(\bar{\gamma}\ell) \end{aligned} \quad (5.12)$$

On définit les paramètres de propagation comme suite :

- Z_0 : est l'impédance linéique cyclique complexe .
- Y_0 : est l'admittance linéique cyclique complexe.
- Z_c : est l'impédance caractéristique cyclique complexe.
- γ : est l'exposant linéique de propagation cyclique.

$$\bar{\gamma} = \alpha + j\beta$$

où α : est l'affaiblissement linéique cyclique ; et β , le retard de phase linéique cyclique.

5.2 Ondes progressives et rétrogrades

Si on ne considère que les termes $\bar{V}_p(x)$ et $\bar{V}_p(x)/\bar{Z}_c = \bar{I}_p(x)$, on constate que l'on est en présence d'une onde de propagation progressive de tension et de courant qui se déplace dans le sens croissant de x .

en effet, réintroduisant les valeurs instantanées on a alors :

$$v_p(x, t) = \Re\{\sqrt{2}e^{j\omega t}\bar{V}_p(x)\} \quad (5.13)$$

$$\bar{V}_p(x) = \bar{V}_{1p}e^{-\bar{\gamma}x} \text{ avec } \bar{\gamma} = \alpha + j\beta$$

$$v_p(x, t) = \sqrt{2}V_{1p}e^{-\alpha x} \cos(\omega t + \alpha_p + \beta x) \quad (5.14)$$

où α_p est phase initiale ;

c'est une onde qui s'atténue comme $e^{-\alpha x}$ et qui se déplace à la vitesse de phase

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} \text{ et une longueur d'onde } \lambda = \frac{v}{f} = v.T.$$

De même on peut démontrer que : $v_r(x, t) = \sqrt{2}V_{1r}e^{\alpha x} \cos(\omega t + \alpha_r + \beta x)$; est une onde sinusoïdale se propageant à la vitesse $-\omega/\beta$ en sens inverse et dont l'amplitude décroît lorsque x décroît. Cette onde rétrograde n'existe que s'il y a une réflexion en fin de ligne.

5.3 Ligne sans pertes

C'est le cas où on a recourt à des supraconducteurs, on obtiendrait :

$$R_0=0 ; G_0=0 ; L_0C_0=\mu_0\epsilon_0\mu_r\epsilon_r$$

on aura alors :

$$\bar{\gamma} = \sqrt{Z_0Y_0} = j\omega\sqrt{L_0C_0} = j\omega\sqrt{\mu_r\epsilon_r/\nu_0} \text{ avec } \nu_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = 3.10^8 \text{ m/s} \text{ alors}$$

l'affaiblissement linéique α est nul et la vitesse de phase v_ϕ vaut quelque soit la

géométrie de la ligne : $v_\phi = \frac{V_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \text{ m/s}$

Et de plus l'impédance caractéristique devient purement réelle $Z_c = \sqrt{L_0/C_0}$. Il en résulte que dans une ligne sans pertes, courant et tension progressives sont en phase, tandis que courant et tension rétrogrades sont en opposition de phases.

5.4 Ligne longue : $l > 300 \text{ km}$

$$\begin{aligned} V(\ell) &= V(0) - Z(I(0) - Y_1 V(0)) \\ I(\ell) &= I(0) - Y_1 V(0) - Y_2 V(\ell) \end{aligned} \quad (5.15)$$

Dans le cas où nous avons des paramètres répartis $Y_1 = Y_2 = Y/2$

$$\begin{aligned} V(\ell) &= V(0) \left[1 + \frac{ZY}{2} \right] - Z I(0) \\ I(\ell) &= I(0) \left[1 + \frac{ZY}{2} \right] - \left[Y + \frac{ZY^2}{4} \right] V(0) \end{aligned} \quad (5.16)$$

D'autre part nous avons pour une ligne de transport :

$$\begin{aligned} \bar{V}_2 &= \bar{V}_1 \cosh(\bar{\gamma}\ell) - \bar{Z}_c \bar{I}_1 \sinh(\bar{\gamma}\ell) \\ \bar{I}_2 &= -\frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_c} \sinh(\bar{\gamma}\ell) + \bar{I}_1 \cosh(\bar{\gamma}\ell) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Et par identification :

$$\left(1 + \frac{ZY}{2} \right) = \cosh(\gamma\ell) \quad Z = Z_c \sinh(\gamma\ell); \quad Y + \frac{ZY^2}{4} = \frac{\sinh(\gamma\ell)}{Z_c}$$

ces relations sont satisfaites si l'on choisit :

$$Z = Z_c \sinh(\gamma\ell) = jZ_c \sinh(-j\gamma\ell) \quad (5.18)$$

$$Y = Y_1 = Y_2 = \frac{1}{Z_c} \tanh(\gamma \ell) = \frac{j}{Z_c} \tanh\left(\frac{-j\gamma \ell}{2}\right) \quad (5.19)$$

cette dernière équation n'est pas valide si $\sinh(\gamma \ell) = 0$ et $\cosh(\gamma \ell) = -1$; dans ce cas particulier on a

$$V(\ell) = -V(0) \quad \text{et} \quad I(\ell) = I(0) \quad \text{ou encore} \quad V_2 = -V_1 \quad \text{et} \quad I_2 = I_1$$

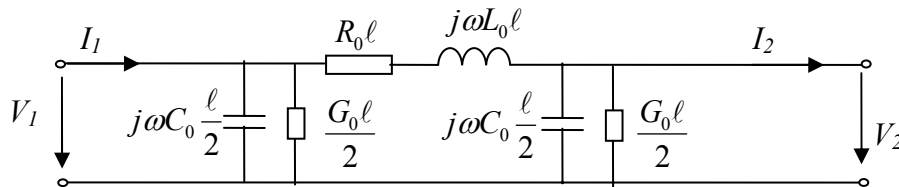
5.5 Ligne courte par rapport à la longueur d'onde

Dans le cas où $\ell \prec \lambda/10$ on peut ne garder que le premier terme du développement en séries du $\sinh(\gamma \ell)$ et de $\tanh\left(\frac{\gamma \ell}{2}\right)$

$$Z \cong Z_c \cdot \gamma \cdot \ell = Z_0 \cdot \ell$$

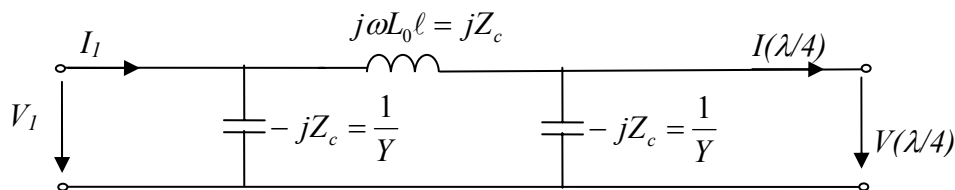
$$Y_1 \cong \frac{1}{Z_c} \cdot \frac{\gamma \cdot \ell}{2} = \frac{Y_0}{2} \cdot \ell$$

Cette ligne peut être remplacée par schéma en π à éléments concentrés :



Si la ligne est en quart d'onde : $\ell = \frac{\lambda}{4}$ et pour les lignes sans pertes :

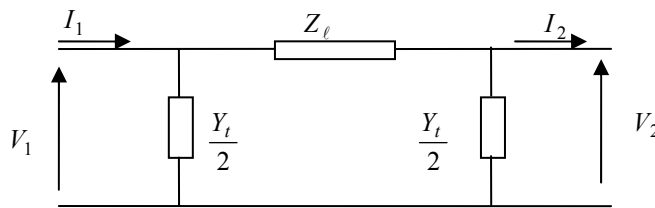
$$Z = jZ_c \sin\left(\frac{2\pi\ell}{\lambda}\right) \quad \text{et} \quad Y = \frac{j}{Z_c} \tan\left(\frac{\pi\ell}{\lambda}\right) \quad \text{alors} \quad Z = j \cdot Z_c \quad \text{et} \quad Y = -\frac{j}{Z_c}$$



5.6 Diagrammes des Puissances:

La puissance transmise à n'importe quel point d'une ligne électrique peut être toujours déterminée si la tension, le courant et le facteur de puissance sont connus ou peuvent être déterminé. Une équation intéressante en fonction des constantes généralisées A, B, C et D est appliquée pour un réseau représenté par un quadripôle.

Considérons le schéma équivalent en pi d'une ligne de transport d'énergie électrique :



En exprimant la tension V_1 et le courant I_1 en fonction de V_2 et I_2 , on aboutit aux formes suivantes :

$$\begin{aligned} V_1 &= AV_2 + BI_2 \\ I_1 &= CV_2 + DI_2 \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\text{avec : } A = D = \frac{Z_l Y_l}{2} + 1 \quad B = Z_l \quad C = Y_l \left(1 + \frac{Z_l Y_l}{4} \right)$$

Résolvons les équations (1) pour le courant I_2 :

$$I_2 = \frac{V_1 - AV_2}{B}$$

Supposons que : $A = |A| \angle \alpha$ $B = |B| \angle \beta$ $V_2 = |V_2| \angle \delta$ $V_1 = |V_1| \angle 0^\circ$

Nous obtenons :

$$I_2 = \frac{|V_1|}{|B|} \angle (\delta - \beta) - \frac{|A||V_2|}{|B|} \angle (\beta - \alpha) \quad (5.21)$$

Alors que la puissance complexe $V_2 I_2^*$ au bout de la ligne est :

$$P_2 + jQ_2 = \frac{|V_1||V_2|}{|B|} \angle (\delta - \beta) - \frac{|A||V_2|^2}{|B|} \angle (\beta - \alpha) \quad (5.22)$$

En séparant l'active du réactive on aura :

$$P_2 = \frac{|V_1||V_2|}{|B|}\cos(\delta - \beta) - \frac{|A||V_2|^2}{|B|}\cos(\beta - \alpha) \quad (5.23)$$

et

$$Q_2 = \frac{|V_1||V_2|}{|B|}\sin(\delta - \beta) - \frac{|A||V_2|^2}{|B|}\sin(\beta - \alpha) \quad (5.24)$$

Nous pouvons construire maintenant un diagramme des puissances comme suit :

$$P_2 = |V_2||I_2|\cos(\varphi_2) \quad \text{et} \quad Q_2 = |V_2||I_2|\sin(\varphi_2)$$

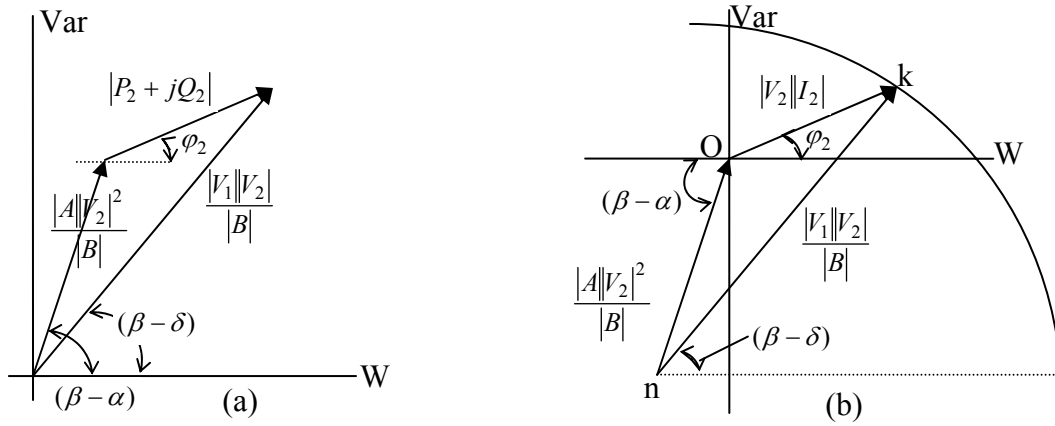


Figure 5.4: a- vecteurs de l'équation(2) dans le plan complexe.
b- diagramme de puissance obtenu par changement d'origine.

Examinons certains points du diagramme de puissances (figure 5.4-b), pour différentes charges avec les tensions V_1 et V_2 maintenues constantes. Notons, tout d'abord, que le point n est indépendant du courant I_2 et ne peut trop changer quand $|V_2|$ est constant. Aussi, la distance du point n au point k est constante pour des valeurs fixes des tensions V_1 et V_2 . Autrement la distance de O à k change avec le changement de la charge. Le point k , puisqu'il doit être à une distance constante du point fixe n , est limité à se déplacer sur le cercle dont le centre est le point n . Ainsi, tous les points « k » représentant les charges du réseau avec des valeurs fixes de $|V_1|$ et $|V_2|$ appartiennent au cercle de rayon ' nk '. On parle ainsi du cercle de puissance de rayon $\frac{|V_1||V_2|}{|B|}$ $[VA]$ et dont les coordonnées du centre sont :

$$\text{Horizontale} := -\frac{|A|}{|B|} |V_R|^2 \cos(\beta - \alpha) \quad [W]$$

$$\text{Verticale} : -\frac{|A|}{|B|} |V_R|^2 \sin(\beta - \alpha) \quad [Var]$$

Le cercle de puissance à l'émission (début de ligne) est défini par:

$$\text{Rayon} : \frac{|V_1||V_2|}{|B|} \quad [VA] \text{ et de Centre} : \frac{|D|}{|B|} |V_s|^2 \angle(\beta - \alpha)$$

Remarque : Le maximum de l'expression de la puissance P_2 est appelé limite thermique ou la limite de stabilité de la ligne.

5.7 Diagramme du cercle de puissance

Considérons un système électrique triphasé de deux nœuds connectés par une ligne d'impédance série Z .

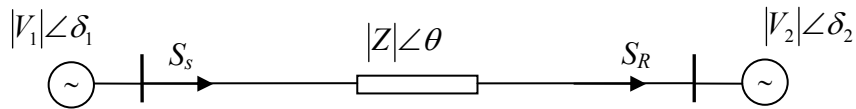


Figure 5.4 : système à deux nœuds.

La variation de la puissance complexe transférée avec la variation de l'angle de charge, peut être représentée dans un plan complexe. Cette représentation est connue sous le nom du cercle de puissance et provides l'information utile pour la performance de la ligne de transport. Dans la figure précédente, le flux de puissance à l'extrémité émettrice de la ligne (début) peut être exprimée par :

$$S_1 = V_1 I_1^* = |V_1| \angle \delta_1 \left[\frac{|V_1| \angle \delta_1 - |V_2| \angle \delta_2}{|Z| \angle -\theta} \right]^*$$

Qui peut s'écrire sous la forme :

$$S_1 = \frac{|V_1|^2}{|Z|} e^{j\theta} - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} e^{j\theta} \cdot e^{j\delta} \quad \text{avec} \quad \delta = \delta_1 - \delta_2$$

Ou encore

$$S_1 = P_1 + jQ_1 = \frac{|V_1|^2}{|Z|} (\cos \theta + j \sin \theta) - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \{ \cos(\theta + \delta) + j \sin(\theta + \delta) \}$$

Séparant la parties réelle et imaginaire, nous obtenons :

$$P_1 = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \cos(\theta) - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \cos(\theta + \delta)$$

$$Q_1 = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \sin(\theta) - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \sin(\theta + \delta)$$

De la même manière nous pouvons écrire les puissances active et réactive à la fin réceptrice de la ligne :

$$P_2 = \frac{|V_2|^2}{|Z|} \cos(\theta) + \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \cos(\theta - \delta)$$

et

$$Q_2 = \frac{|V_2|^2}{|Z|} \sin(\theta) + \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \sin(\theta - \delta)$$

il est trivial que pour les lignes sans pertes, avec $R=0$, $Z=jX_\ell$ et $\theta = \pi/2$; les équations de puissance pour les extrémités de ligne seront simplifiées :

$$P_1 = P_2 = \frac{|V_1||V_2|}{|X_\ell|} \sin(\delta)$$

$$Q_1 = \frac{|V_1|^2}{|X_\ell|} - \frac{|V_1||V_2|}{|X_\ell|} \cos(\delta)$$

et

$$Q_2 = \frac{|V_1||V_2|}{|X_\ell|} \cos(\delta) - \frac{|V_2|^2}{|X_\ell|}$$

Les équations des puissances complexes aux bouts de la ligne peuvent s'écrire comme suite :

$$S_1 = K_s - M.e^{j\delta} \text{ et } S_2 = K_R - M.e^{-j\delta}$$

$$\text{Avec } K_s = \frac{|V_1|^2}{|Z|} e^{j\theta}, \quad K_R = -\frac{|V_2|^2}{|Z|} e^{j\theta} \quad \text{et} \quad M = \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} e^{j\theta}$$

Sur un plan complexe, il est observable avec la variation de δ , S_1 et S_2 décrivent des cercles respectivement de centres K_s et K_R et de rayon M ;

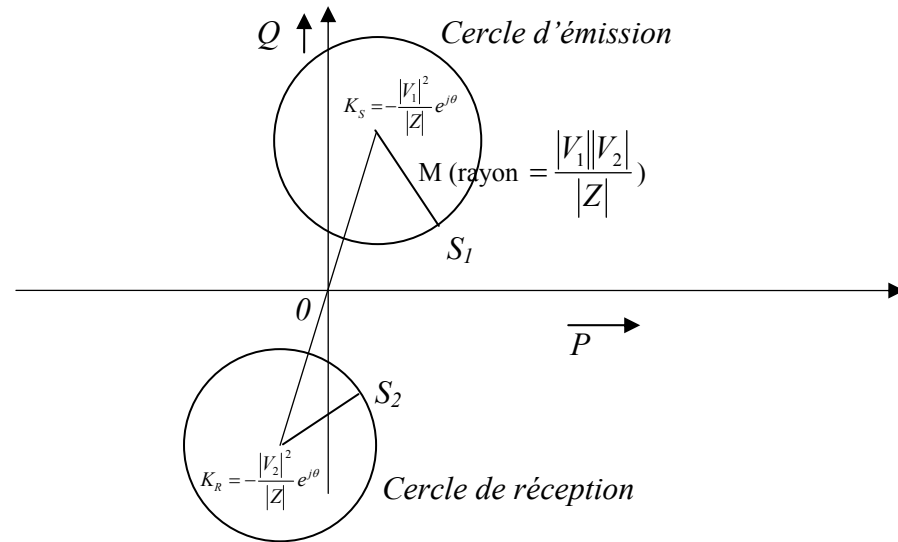


Figure 5.6 : diagramme des cercles de puissance

Les aspects des diagrammes de cercle de puissance sont comme suivant :

- Le maximum de puissance que peut transmettre une ligne est limité par l'angle $(\theta+\delta)$ alors que le maximum de puissance reçue dépend de $(\theta-\delta)$. Si $(\theta-\delta=0)$ i.e., $(\theta=\delta)$ la puissance reçue est maximale.
- Si $\delta \rightarrow 0$, K_S , K_R et M sont sur le même alignement.
- Le flux de puissance réelle est contrôlé par l'ajustement de δ tandis que le flux du réactive peut être ajuster en contrôlant $|V_1|$ et $|V_2|$.

CHAPITRE 6 : CALCUL DU COURANT DE COURT-CIRCUIT

6.1 Introduction

Les courts-circuits sont des cas particuliers des conditions anormales de fonctionnement des réseaux électriques qui peuvent être dues à deux sortes de causes :

- celles liées à l'exploitation, ce sont les surcharges ou la non fermeture accidentelle d'une phase;
- celles dues à des défauts d'isolement.

Le courant qui passe dans un défaut d'isolement est en générale la somme algébrique des courants de court-circuit provenant des générateurs et des courants de court-circuit provenant des utilisateurs, notamment des moteurs qui se comportent en génératrices au moment du défaut.

On distingue les valeurs sub-transitoires, transitoires et permanentes des courants de court-circuit. Chaque courant de court-circuit comporte en général une composante apériodique et une composante périodique dont l'amplitude décroît.

On a besoin des résultats d'un calcul de court circuit pour s'assurer du bon dimensionnement des éléments du réseau, mécaniquement et thermiquement, ou d'un bon dimensionnement des disjoncteurs après que l'on ait ajouté de nouveaux groupes de production sur un réseau et enfin pour réaliser le réglage des protections.

Toute installation électrique doit être protégée contre les courts-circuits et ceci, sauf exception, chaque fois qu'il y a une discontinuité électrique, ce qui correspond le plus généralement à un changement de section des conducteurs.

L'intensité du courant de court-circuit est à calculer aux différents étages de l'installation ; ceci pour pouvoir déterminer les caractéristiques du matériel qui doit supporter ou couper ce courant de défaut.

Pour calculer les différents types de court circuit, il faut avoir modélisé le réseau selon ses trois schémas élémentaires : direct, inverse et homopolaire puisque le système est durant un défaut en état déséquilibré.

6.2 Les principaux défauts de court-circuit

Dans les installations électriques différents courts-circuits peuvent se produire.

Caractéristiques des courts-circuits

Ils sont principalement caractérisés par :

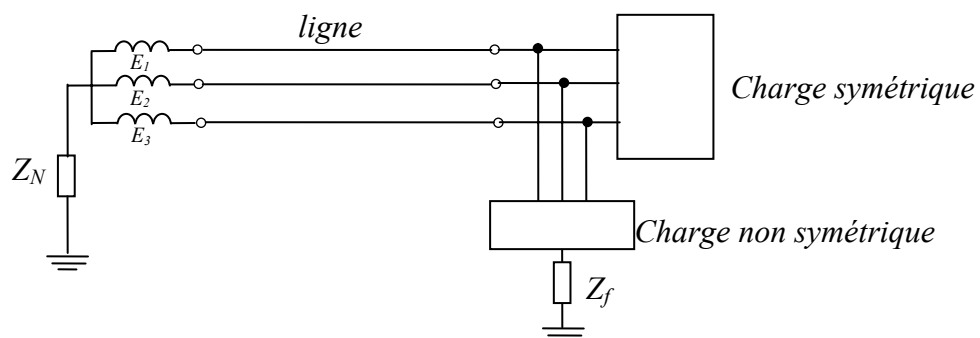
- leurs durées : auto-extincteur, fugitif ou permanent ;
- leurs origines :
 - mécaniques (rupture de conducteurs, liaison électrique accidentelle entre deux conducteurs par un corps étranger conducteur tel que outils ou animaux),
 - surtensions électriques d'origine interne ou atmosphérique,
 - ou à la suite d'une dégradation de l'isolement, consécutive à la chaleur, l'humidité ou une ambiance corrosive ;
 - c leurs localisations : interne ou externe à une machine ou à un tableau électrique.

Outre ces caractéristiques, les courts-circuits peuvent être :

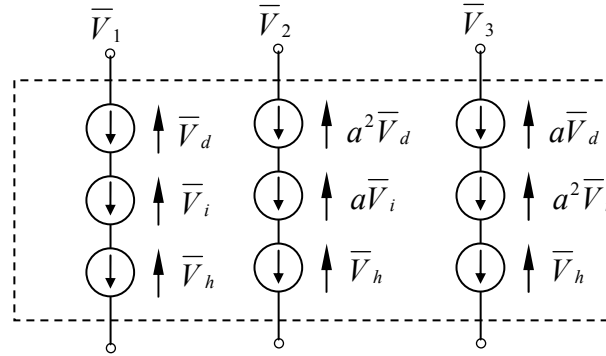
- c monophasés : 80 % des cas ;
- c biphasés : 15 % des cas. Ces défauts dégénèrent souvent en défauts triphasés ;
- c triphasés : 5 % seulement dès l'origine.

6.3 Calcul du court circuit

Considérons un système triphasé avec le système symétrique de tension de l'alternateur et avec la charge symétrique, dans lequel on a un défaut qui provoque l'apparition de la charge non symétrique dans ce système.



En premier lieu, il faut connaître les valeurs des impédances de tous les composants du système. On remplace la charge non symétrique, provoquée par le défaut, par trois sources de tension, ensuite, on représente ce système non symétrique en tension comme la somme des composantes directe, inverse et homopolaire c'est-à-dire :



De cette manière on remplace la charge non symétrique par la source triphasée non symétrique en tension et le système considéré est représenté par un schéma équivalent dont lequel il y a une source triphasée symétrique et une source triphasée non symétrique ainsi que la charge symétrique. Une fois les composantes symétriques du courant et de tension sont déterminées, on peut trouver les valeurs des courants et tensions non symétriques pour la charge non symétrique comme la somme des composantes symétriques

La majorité des réseaux électriques sont caractérisés par un simple circuit électrique à l'impédance RL .

Le circuit est alimenté par une source dont le système de tension triphasé se conserve symétrique et constant à une valeur déterminée en régime normal qu'en régime de défaut. Le défaut partage le circuit en deux parties :

La partie droite avec la charge RL : r_l ; $X_l = \omega L_l$ dans chaque phase et une partie gauche contenant la source d'alimentation, la résistance et la réactance de court circuit r_{cc} et $X_{cc} = \omega L_{cc}$.

Le processus de propagation coule indépendamment dans les deux parties du circuit ; la partie droite est chutée par le court-circuit à cet effet le courant de court-circuit est soutenu jusqu'à ce que l'énergie du champ magnétique accumulée dans l'inductance L_1 se transforme en chaleur dans la résistance, ce courant ne dépasse

en valeur le régime normal, et en s'amortissant ne présente aucun danger pour les équipements électriques.

La variation du régime dans la partie gauche contenant une source est aussi accompagné du processus transitoire de tension et courant ;

$$u(t) = i(t).r_{cc} + L_{cc} \frac{d}{dt} i(t) \quad (6.1)$$

La solution de cette équation donne l'expression pour les valeurs instantanées du courant à l'instant 't' suivant le court-circuit :

$$i_{cc}(t) = \frac{U_m}{Z_{cc}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi_{cc}) + i_{a0} e^{-t/T_a} \quad (6.2)$$

Où ; U_m l'amplitude de la tension $u(t)$;

α : Angle de phase de la tension de la source à $t=0$;

φ_{cc} : déphasage entre I_{cc} et U ;

T_a : constante de temps du circuit de défaut : $T_a = \frac{L_{cc}}{r_{cc}} = \frac{X_{cc}}{\omega r_{cc}}$

La composante forcée du courant de court-circuit $i_p(t) = \frac{U_m}{Z_{cc}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi_{cc})$ a un caractère périodique à la fréquence du système ; cette composante est appelée COMPOSANTE PERIODIQUE du courant de court-circuit avec une amplitude :

$$I_{pm} = \frac{U_m}{Z_{cc}} \quad (6.6)$$

L'angle est déterminé par la variation de r et X . pour un circuit réel $X_{cc} > r_{cc}$ (via φ_{cc} varie de 45° en MT à 90° en THT)

A $t=0$;
$$i_{cc0} = \frac{U_m}{Z_{cc}} \sin(\alpha - \varphi_{cc}) + i_{a0} \quad (6.7)$$

En tenant compte de l'impossibilité de variation brusque du courant dans un circuit avec inductance, le courant i_{cc0} a pour valeur celle du courant préexistant avant le défaut $i_{cc0} = i_{t=0}$. La valeur initiale de la composante périodique est déterminée par :

$$i_{p0} = I_{pm} \sin(\alpha - \varphi_{cc}) \quad (6.8)$$

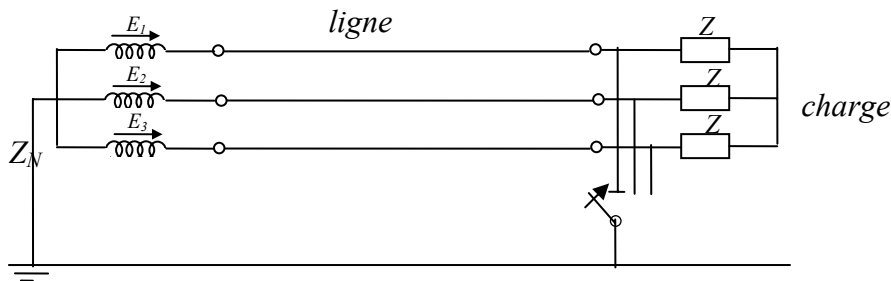
$$i_{cc0} = i_{t=0} = I_m \sin(\alpha - \varphi) \text{ avec } I_m = \frac{U_m}{Z} \text{ et } Z = \sqrt{(r_{cc} + r_1)^2 + (X_{cc} + X_1)^2}$$

Il est intéressant de savoir la valeur maximale possible du courant de court-circuit et sa composante périodique. Pour $X \gg R$ alors $\varphi_{cc} = 90^\circ$ et $\alpha = 0^\circ$:

$$i_{cct} = I_{pm} \cos(\omega t) + I_{pm} e^{-t/T_a} = I_{pm} (\cos(\omega t) + e^{-t/T_a}) \quad (6.9)$$

6.4 Calcul du court circuit monophasé :

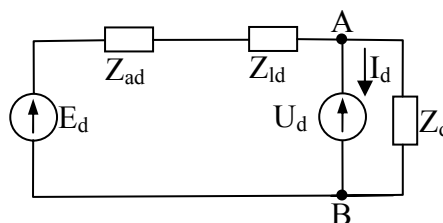
Admettant la configuration suivante d'un réseau électrique dont lequel se produit un défaut monophasé :



Aprioris sont connues les valeurs E , Z_N , Z , Z_a et Z_l . Si on a un court-circuit monophasé (interrupteur fermé) on aura un système déséquilibré et c'est pour cette raison qu'on utilisera la méthode des composantes symétriques. Pour déterminer les composantes des courants et des tensions on procède avec les schémas équivalents monophasés.

6.4.1 Schéma équivalent pour la composante directe

Pour le générateur, la composante directe est égale à la f.é.m car le système alternateur est symétrique :



Par application du théorème de Thévenin la tension équivalente est :

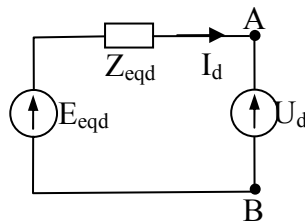
$$E_{eq,d} = \frac{E_d Y_d'}{Y_d' + Y_d} ;$$

avec $Y_d' = \frac{1}{Z_{ad} + Z_{ld}} \quad Y_d = \frac{1}{Z_d}$

et l'impédance de Thévenin est :

$$Z_{eqd} = \frac{1}{Y_d' + Y_d}$$

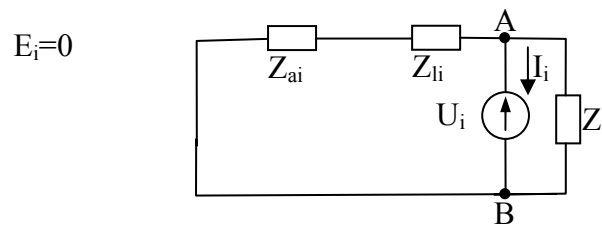
Le schéma de Thévenin est alors :



L'équation de la maille s'écrit alors :

$$\bar{U}_d + \bar{Z}_{eqd} \bar{I}_d = \bar{E}_{eqd} \quad (6.10)$$

6.4.2 Schéma équivalent pour la composante inverse :



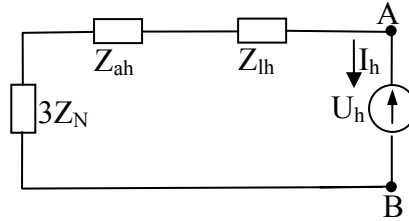
L'impédance équivalente est :

$$\bar{Z}_{eqi} = \frac{(\bar{Z}_{ai} + \bar{Z}_{li})\bar{Z}_i}{\bar{Z}_{ai} + \bar{Z}_{li} + \bar{Z}_i}$$

Et l'équation de maille est :

$$\bar{U}_i + \bar{Z}_{eqi} \bar{I}_i = 0 \quad (6.11)$$

6.4.3 Schéma équivalent pour la composante homopolaire :



Dans ce cas l'impédance homopolaire de la charge est infinie à cause de non existence de liaison au neutre. Et l'équation de maille est :

$$\bar{U}_h + \bar{Z}_{eqh} \bar{I}_h = 0 \quad (6.12)$$

Les trois schémas équivalent des composantes symétriques nous permettent d'obtenir un système d'équations (6.10), (6.11) et (6.12) dont lequel il y a six (6) inconnues. Pour sa résolution, nous pouvons ajouter les équations caractérisant le type de défaut :

Le défaut PT :

$$\bar{U}_1 = 0 \quad ; \quad \bar{I}_2 = 0 \quad ; \quad \bar{I}_3 = 0$$

en fonction des composantes symétriques on a :

$$\bar{U}_d + \bar{U}_i + \bar{U}_h = 0 \quad (6.13)$$

$$\bar{I}_{2d} + \bar{I}_{2i} + \bar{I}_{2h} = 0 \quad (6.14)$$

$$\bar{I}_{3d} + \bar{I}_{3i} + \bar{I}_{3h} = 0 \quad (6.15)$$

Le défaut PP :

$$\bar{I}_1 = 0; \quad \bar{I}_2 = -\bar{I}_3 \quad ; \quad \bar{U}_2 = \bar{U}_3$$

Le défaut PPT :

$$\bar{I}_2 = -\bar{I}_3; \quad \bar{U}_2 = 0; \quad \bar{U}_3 = 0$$

Le défaut PPP :

$$\bar{U}_1 = 0; \quad \bar{U}_2 = 0; \quad \bar{U}_3 = 0$$

Le système d'équations (6.13), (6.14) et (6.15) peut s'écrire aussi comme :

$$\bar{U}_d + \bar{U}_i + \bar{U}_h = 0 \quad (6.16)$$

$$a^2 \bar{I}_d + a \bar{I}_i + \bar{I}_h = 0 \quad (6.17)$$

$$a \bar{I}_d + a^2 \bar{I}_i + \bar{I}_h = 0 \quad (6.18)$$

en combinant les équations (6.17) et (6.18) par différence on aura :

$$(6.17) - (6.18) : (a^2 - a) \bar{I}_d + (a - a^2) \bar{I}_i = 0 \Rightarrow \bar{I}_d = \bar{I}_i$$

$$\text{et de (6.17) : } (a^2 + a) \bar{I}_d + \bar{I}_h = 0 \Rightarrow \bar{I}_h = \bar{I}_d = \bar{I}_i$$

en tenant compte de l'équation (6.16)

$$(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh}) \bar{I}_d = \bar{E}_{eqd} \Rightarrow \bar{I}_d = \frac{\bar{E}_{eqd}}{\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh}}$$

Et en substituant le courant $\bar{I}_d$ dans les équations (6.10), (6.11) et (6.12) nous obtenons les composantes des tensions :

$$\bar{U}_d = \bar{E}_{eqd} - \frac{\bar{Z}_{eqd} \bar{E}_{eqd}}{\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh}} \quad (6.19)$$

$$\bar{U}_i = - \frac{\bar{Z}_{eqi} \bar{E}_{eqd}}{\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh}} \quad (6.20)$$

$$\bar{U}_h = - \frac{\bar{Z}_{eqh} \bar{E}_{eqd}}{\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh}} \quad (6.21)$$

De la même façon nous pouvons procéder pour les différents types de défauts, le tableau 6.2 englobe les résultats des calculs du court-circuit.

6.5 Court-circuit biphasé impédant :

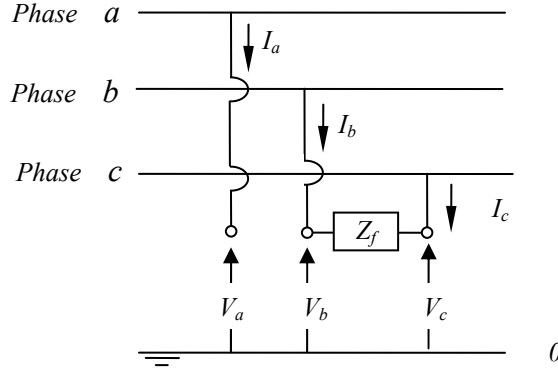


Figure 5.6. : Défaut biphasé impédant (PP)

La figure 5.6. représente un défaut entre la phase b et la phase c à travers une impédance de défaut Z_f . il est évident de cette figure que :

$$I_b = -I_c \quad (6.22)$$

$$V_b = V_c + Z_f \cdot I_b \quad (6.23)$$

$$\text{et} \quad I_a = 0 ; I_d + I_i + I_h = 0 \quad (6.24)$$

Depuis l'équation (6.22), nous pouvons écrire :

$$a^2 \cdot I_d + a \cdot I_i + I_h = -(a \cdot I_d + a^2 \cdot I_i + I_h) \text{ or } (a^2 + a) \cdot (I_d + I_i) + 2 \cdot I_h = 0 \quad (6.25)$$

En substituant l'équation (6.24) dans l'équation (6.25) ;

$$3I_h = 0, \text{ ie. } I_h = 0 \quad (6.26)$$

En substituant l'équation (6.26) dans l'équation (6.24) nous obtenons :

$$I_d = -I_i \quad (6.27)$$

De (6.23) on peut écrire ;

$$a^2 \cdot V_d + a \cdot V_i + V_h = Z_f \cdot (a^2 \cdot I_d + a \cdot I_i + I_h) + (a \cdot V_d + a^2 \cdot V_i + V_h)$$

La simplification aboutis à :

$$(a^2 - a) \cdot V_d = (a^2 - a) \cdot I_d \cdot Z_f + (a^2 - a) \cdot V_i \text{ ou}$$

$$V_d = I_d \cdot Z_f + V_i \quad (6.28)$$

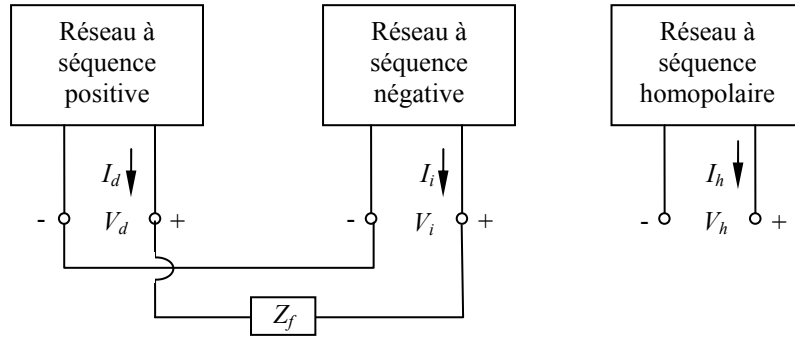


Figure 6.7 : connexion des séquences du réseau pour le défaut PP

6.6 Courant de choc

La valeur instantanée du courant de court-circuit maximale est obtenue après 10^{-2} secondes environ après le court circuit. Cette valeur est appelée courant de choc.

$$i_{ch} = i_{\max CC} = i_{cc_{t=0,01}} = I_{pm} + I_{pm} e^{-0,01/T_a}$$

$$\begin{aligned} i_{ch} &= I_{pm} (1 + e^{-0,01/T_a}) \\ &= K_{ch} I_{pm} \end{aligned}$$

Où K_{ch} est le coefficient de choc ($1 \div 2$)

Généralement on a

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \cong \sqrt{I_{pt}^2 + I_{at}^2} \text{ et } I_{ch} = I_p \sqrt{1 + 2(K_{ch} - 1)^2} \quad (6.29)$$

Tableau 6.2 : Résumé des calculs des défauts

Com.	PPP	PP	PPT	PT
I_d	$\frac{\bar{E}_{eqd}}{\bar{Z}_{eqd}}$	$\frac{\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi})}$	$\frac{\bar{E}_{eqd}(\bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})}{(\bar{Z}_{eqd}\bar{Z}_{eqh} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqh})}$	$\frac{\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})}$
I_i	0	$\frac{-\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi})}$	$\frac{-\bar{E}_{eqd}(\bar{Z}_{eqh})}{(\bar{Z}_{eqd}\bar{Z}_{eqh} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqh})}$	$\frac{\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})}$
I_h	0	0	$\frac{-\bar{E}_{eqd}(\bar{Z}_{eqi})}{(\bar{Z}_{eqd}\bar{Z}_{eqh} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqh})}$	$\frac{\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})}$
I_l	$\frac{\bar{E}_{eqd}}{\bar{Z}_{eqd}}$	0	0	$\frac{3.\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})}$
I_2	$a^2 \frac{\bar{E}_{eqd}}{\bar{Z}_{eqd}}$	$-j\sqrt{3} \cdot \frac{\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi})}$	$\frac{-j\sqrt{3}.\bar{E}_{eqd}(\bar{Z}_{eqh} - a\bar{Z}_{eqi})}{(\bar{Z}_{eqd}\bar{Z}_{eqh} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqh})}$	0
I_3	$a \frac{\bar{E}_{eqd}}{\bar{Z}_{eqd}}$	$j\sqrt{3} \cdot \frac{\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi})}$	$\frac{j\sqrt{3}\bar{E}_{eqd}(\bar{Z}_{eqh} - a^2\bar{Z}_{eqi})}{(\bar{Z}_{eqd}\bar{Z}_{eqh} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqh})}$	0
V_d	0	$\frac{\bar{Z}_{eqi}\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi})}$	$\frac{\bar{E}_{eqd}(\bar{Z}_{eqh}.\bar{Z}_{eqi})}{(\bar{Z}_{eqd}\bar{Z}_{eqh} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqh})}$	$\frac{\bar{E}_{eqd}(\bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})}$
V_i	0	$\frac{\bar{Z}_{eqi}\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi})}$	$\frac{\bar{E}_{eqd}(\bar{Z}_{eqh}.\bar{Z}_{eqi})}{(\bar{Z}_{eqd}\bar{Z}_{eqh} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqh})}$	$\frac{(-\bar{Z}_{eqi})\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})}$
V_h	0	0	$\frac{\bar{E}_{eqd}(\bar{Z}_{eqh}.\bar{Z}_{eqi})}{(\bar{Z}_{eqd}\bar{Z}_{eqh} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqh})}$	$\frac{(-\bar{Z}_{eqh})\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})}$
V_l	0	$2 \frac{\bar{Z}_{eqi}\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi})}$	$3 \frac{\bar{E}_{eqd}(\bar{Z}_{eqh}.\bar{Z}_{eqi})}{(\bar{Z}_{eqd}\bar{Z}_{eqh} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi}\bar{Z}_{eqh})}$	0
V_2	0	$-\frac{\bar{Z}_{eqi}\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi})}$	0	$\frac{(a^2 - a)\bar{Z}_{eqi} + (a^2 - 1)\bar{Z}_{eqh}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})} \bar{E}_{eqd}$
V_3	0	$-\frac{\bar{Z}_{eqi}\bar{E}_{eqd}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi})}$	0	$\frac{(a^2 - a)\bar{Z}_{eqi} + (a^2 - 1)\bar{Z}_{eqh}}{(\bar{Z}_{eqd} + \bar{Z}_{eqi} + \bar{Z}_{eqh})} \bar{E}_{eqd}$

6.7 Destination du calcul de court-circuit et ordre d'exécution :

On réalise les calculs des courants de court-circuit pour le choix et le dimensionnement des équipements et appareillages électriques ainsi que la vérification de leurs paramètres pour la précision du réglage des protections à déclenchement par relais (différentiel, thermiques, ...). Le but essentiel du calcul est la détermination de la composante périodique du courant de défaut, où le régime est le plus grave. La composante apériodique quand t-a-elle est déterminée approximativement. Si on tient compte des caractéristiques réelles et du régime de fonctionnement réel du système électrique, le calcul du courant de court-circuit devient très complexe. A cette fin, des simplifications rigoureusement faites s'ont généralement admises :

- durant le régime de défaut, les angles de déphasages des forces électromotrices de tous les générateurs ne changent pas.
- Les effets de saturation des éléments magnétiques sont négligeables, i.e. on considère les réactances du circuit électrique comme indépendant du courant de court-circuit.
- On ne tient pas compte des susceptances des éléments du réseau électrique.
- On peut considérer le système électrique triphasé comme symétrique.
- En basse tension (BT) la résistance est négligeable si $X/R < 3$; elle est négligeable pour les réseaux électriques MT, HT et THT.

6.8 Ordre de calcul :

- Etablissement du schéma de calcul du réseau considéré
- Extraire le schéma électrique équivalent
- Simplification de ce dernier de sorte que chacune des source (alternateur) est liée au point de c-c par une réactance résultante.
- En sachant la f.é.m. résultante des sources et la réactance résultante, on calcul la valeur de la composante périodique du courant de c-c pour $t=0$ (composante périodique initiale) puis on détermine le courant de choc.

- On peut ainsi déterminer les composantes périodiques et apériodiques pour les moments de temps voulus.

6.9 Schémas de calcul du Courant de court-circuit :

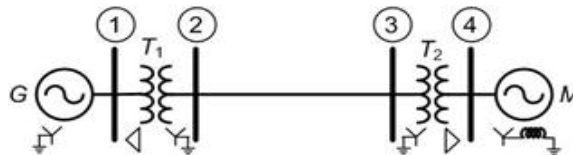
Le schéma de calcul est un schéma simplifié unifilaire du réseau considéré, il est composé essentiellement d'éléments influents considérablement sur la valeur du courant de court-circuit. Pour les installations à haute et très haute tensions, ces éléments peuvent être : les alternateurs, les transformateurs, lignes de transport, neutralisateurs des pannes, ... ; on ne tient donc pas en compte des jeux de barres, l'appareillages électrique (disjoncteurs, transformateurs de mesure (TC et TP), les câbles et lignes de petites longueur. Sur le schéma de calcul, on doit indiquer les paramètres nominaux (tension, puissances...) des éléments essentiels.

Le schéma de calcul possède le plus souvent plusieurs niveaux de tensions nominales pour chaque niveau, d'après l'échelle suivant des tensions moyennes standardisées :

770 ; 515 ; 340 ; 230 ; 115 ; 95 ; 37 ; 22 ; 10 ; 6,3 ; 5,7 ; 3,15 ; kV

Exemples :

Exemple 1 : Considérons le réseau de la figure ci-dessous.:



Les paramètres du système sont :

Générateur G : 50 MVA, 20 kV, $X'' = X_1 = X_2 = 20\%$, $X_0 = 7.5\%$

Moteur M : 40 MVA, 20 kV, $X'' = X_1 = X_2 = 20\%$, $X_0 = 10\%$, $X_n = 5\%$

Transformateur T1: 50 MVA, 20/110 kV (Δ/Y), $X = 10\%$

Transformateur T2: 50 MVA, 20/110 kV (Δ/Y), $X = 10\%$

Ligne de Transmission: $X_d = X_i = 24.2 \Omega$, $X_h = 60.5 \Omega$

$$X_{gd} = X_{gi} = 0,2, \quad X_{gh} = 0,075$$

$$X_{Td} = X_{Ti} = 0,1$$

$$X_{Md} = X_{Mi} = 0,2 \frac{50}{40} = 0,25, \quad X_{Mh} = 0,1 \frac{50}{40} = 0,125$$

$$Z_{base} = \frac{110^2}{50} = 242\Omega$$

En conséquence :

$$X_{\ell d} = X_{\ell i} = \frac{24,2}{242} = 0,1 \quad X_{\ell h} = \frac{60,5}{242} = 0,25$$

Etablissons les schémas équivalents des séquences directs (positive 1), inverse (négative 2) et homopolaire(zéro)

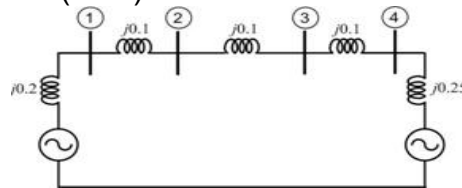


Figure 2 : Séquence Positive (direct) du réseau

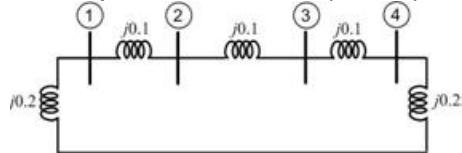


Figure 3 : Séquence Négative (inverse) du réseau

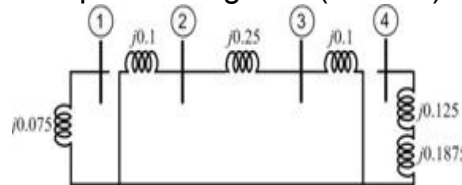


Figure 4 : Séquence Zéro (homopolaire) du réseau.

A partir des figures 2 et 3 nous obtenons pour les séquences positives (directes) et négatives (inverses) la matrice Y_{bus} suivante :

$$Y_{busd} = Y_{busi} = j \begin{bmatrix} -15 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & -20 & 10 & 0 \\ 0 & 10 & -20 & 10 \\ 0 & 0 & 10 & 14 \end{bmatrix}$$

En inversant la matrice Y_{bus} on obtient la matrice impédance Z_{bus}

$$Z_{busd} = Z_{busi} = j \begin{bmatrix} 0,1467 & 0,1200 & 0,0933 & 0,0667 \\ 0,1200 & 0,1800 & 0,1400 & 0,1000 \\ 0,0933 & 0,1400 & 0,1867 & 0,1333 \\ 0,0667 & 0,1000 & 0,1333 & 0,1667 \end{bmatrix}$$

De la figure 4 on établit la matrice admittance pour la séquence homopolaire $Y_{bus h}$

$$Y_{bush} = j \begin{bmatrix} -13,33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -14 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -14 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,2 \end{bmatrix}$$

$$Z_{bus0} = Y_{bus0}^{-1} \quad \text{alors}$$

$$Z_{bush} = j \begin{bmatrix} 0,075 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0778 & 0,0222 & 0 \\ 0 & 0,0222 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,3125 \end{bmatrix}$$

D'ici pour un défaut au nœud 2, nous aurons les impédances de Thévenin suivantes:

$$Z_d = Z_i = j0,18 \quad Z_h = j0,0778$$

Alternativement on trouve à partir des Figures 2 et 3 :

$$Z_d = Z_i = (j0,3) // (j0,45) = j0,18$$

$$Z_h = (j0,1) // (j0,35) = j0,0778$$

(a) Défaut PT : Considérons un défaut PT au nœud 2 qui s'établit sur la phase (a) lorsque le système délivre une tension 1.0pu. D'après le résultat du cours :

$$I_{ccd} = I_{cci} = I_{cch} = \frac{1}{j(2 \times 0,18 + 0,0778)} = -j2,2841 \quad \text{Ainsi}$$

$$I_{cc} = 3I_{cch} = -j6,8524$$

$$\text{Aussi } I_{ccb} = I_{ccc} = 0. \quad \text{et}$$

$$V_{2h} = Z_h I_{cch} = -0,1777$$

$$V_{2d} = E - Z_d I_{ccd} = -0,5889$$

$$V_{2i} = Z_i I_i = -j0,18 \cdot I_{cci} = -0,4111$$

Les tensions au nœud en court-circuit sont alors:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} V_{2ah} \\ V_{2ad} \\ V_{2ai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,9061 \angle -107,11^\circ \\ 0,9061 \angle 107,11^\circ \end{bmatrix}$$

(b) Défaut PP : phase1 et phase2

$$I_{ccd} = -I_{cci} = \frac{E_d}{Z_d} = \frac{1}{j2 \times 0,18} = -j2,7778$$

Les courants de défaut sont :

$$\begin{bmatrix} I_{cca} \\ I_{ccb} \\ I_{ccc} \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{ccd} \\ I_{cci} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4,8113 \\ 4,8113 \end{bmatrix}$$

Les composantes symétriques de tension au nœud 2 sont:

$$V_{2ah}=0$$

$$V_{2ad} = 1 - j0,18.I_{ccd}=0,5$$

$$V_{2ai}=-j0,18.I_{cci}=0,5$$

d'où :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} V_{2ah} \\ V_{2ad} \\ V_{2ai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,5 \\ -0,5 \end{bmatrix}$$

(c) défaut PPT : défaut au nœud 2

$$Z_{eq} = j0,18 // j0,0778 = j0,0543 \text{ pu}$$

la séquence positive du courant est

$$I_{fad} = \frac{1}{j0,18 + Z_{eqd}} = -j4,2676 \text{ pu}$$

Les séquences homopolaire et inverse du courant sont respectivement :

$$I_{fah} = -I_{fad} \frac{j0,18}{j(0,18 + 0,0778)} = j2,9797 \text{ pu}$$

$$I_{fai} = -I_{fad} \frac{j0,0778}{j(0,18 + 0,0778)} = j1,2879 \text{ pu}$$

Le courant le long de la ligne est :

$$\begin{bmatrix} I_{fa} \\ I_{fb} \\ I_{fc} \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} I_{fa0} \\ I_{fa1} \\ I_{fa2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6.657 \angle 137.11^\circ \\ 6.657 \angle 42.89^\circ \end{bmatrix}$$

Les composantes de tension au nœud 2:

$$V_{2ah} = -j0,0778 I_{fah} = 0,2318 \text{ pu}$$

$$V_{2ad} = 1 - j0,18 I_{fad} = 0,2318 \text{ pu}$$

$$V_{2ai} = -j0,18 I_{fai} = 0,2318 \text{ pu}$$

Et les tensions au nœud de défaut sont :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} V_{2a0} \\ V_{2a1} \\ V_{2a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6954 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Exemple 2: Soit un défaut PPT qui se produit au nœud 4 au lieu du nœud 2 du réseau précédent.

$$X_d = X_i = j0,1667 \quad X_h = j0,3125$$

Nous avons aussi

$$Z_{eq} = j0,1667 \parallel j0,3125 = j0,1087 \text{ pu}$$

Alors:

$$I_{fad} = \frac{1}{j0,1667 + Z_{eqd}} = -j3,631 \text{ pu}$$

$$\text{et } I_{fah} = -I_{fad} \frac{j0,1667}{j(0,1667 + 0,3125)} = j1,2631 \text{ pu}$$

$$I_{fai} = -I_{fad} \frac{j0,3125}{j(0,1667 + 0,3125)} = j2,3678 \text{ pu}$$

Ainsi le courant à travers la ligne est:

$$\begin{bmatrix} I_{fa} \\ I_{fb} \\ I_{fc} \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} I_{fa0} \\ I_{fa1} \\ I_{fa2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5.5298 \angle 159.96^\circ \\ 5.5298 \angle 20.04^\circ \end{bmatrix}$$

Calculons maintenant les courants contribuant au défaut par le générateur I_g et par le moteur I_m . Alors de la Fig. 2 utilisant le principe du diviseur de courant, la séquence positive des courants contribuent des deux nœuds est :

$$I_{gad} = I_{fad} \times \frac{j0,25}{j0,75} = -j1,2103 \text{ pu}$$

$$I_{mad} = I_{fad} \times \frac{j0,5}{j0,75} = -j2,4206 \text{ pu}$$

De même de la Figure 3, les séquences négatives (inverses) des courants sont :

$$I_{gai} = I_{fai} \times \frac{j0,25}{j0,75} = j0,7893 \text{ pu} \quad I_{mai} = I_{fai} \times \frac{j0,5}{j0,75} = j1,5786 \text{ pu}$$

En fin de la Figure 3, la séquence zéro (ou homopolaire) est :

$$I_{mah} = j1,2631 \text{ pu}$$

Alors les courants de défaut issus du générateur sont:

$$\begin{bmatrix} I_{ga} \\ I_{gb} \\ I_{gc} \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} I_{gah} \\ I_{gad} \\ I_{gai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4210 \angle -90^\circ \\ 1,7445 \angle 173,07^\circ \\ 1,7445 \angle 6,93^\circ \end{bmatrix} \text{ pu}$$

Et ceux issus du moteur sont:

$$\begin{bmatrix} I_{ma} \\ I_{mb} \\ I_{mc} \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} I_{mah} \\ I_{mad} \\ I_{mai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4210 \angle -90^\circ \\ 3,8512 \angle 154,07^\circ \\ 3,8512 \angle 25,93^\circ \end{bmatrix} \text{ pu}$$

On peut facilement vérifier que la somme de I_g et I_m nous aurons I_f obtenu précédemment.

Exemple E6.3 : Un générateur synchrone alimente un moteur synchrone. Le moteur fonctionne en régime nominal de tension et puissance absorbant un courant de charge avec un facteur de puissance de 0.9. (en retard) quand un défaut symétrique se produit à ces terminaux. Calculons le courant de défaut issu du générateur et du moteur.

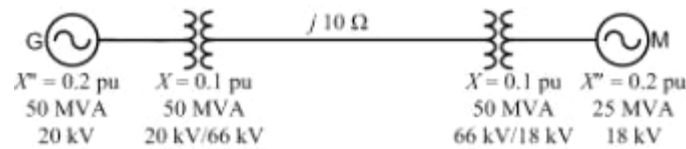


Fig. E6.1. Un générateur alimentant une charge motrice à travers une ligne.

Nous choisissons comme base 50 MVA et 20 kV du générateur pour le circuit.

La réactance synchrone est alors:

$$X_s = 0.2 \times \frac{50}{25} = 0.4 \text{ pu}$$

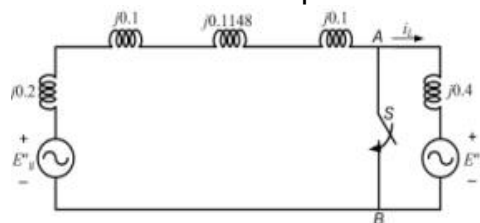
L'impédance de base dans le circuit de ligne de transmission est :

$$Z_{base} = \frac{66^2}{50} = 87.12 \text{ } \Omega$$

En unité relative elle est:

$$X_{line} = j \frac{10}{87.12} = j0.1148 \text{ pu}$$

Le diagramme d'impédances est où l'interrupteur S indique le défaut.



Le courant de charge moteur est en retard à 90% ainsi:

$$i_L = 1 \angle -\cos^{-1}(0.9) = 0.9 - j0.4359 \text{ pu}$$

Les tensions sub-transitoires du moteur et du générateur sont:

$$E''_m = 1.0 - j0.4 \times i_L = 0.8256 - j0.36 \text{ pu}$$

$$E''_g = 1.0 + j0.5148 \times i_L = 1.2244 + j0.4633 \text{ pu}$$

Alors les courants sub-transitoires du moteur et du générateur sont :

$$I''_m = \frac{E''_m}{j0.4} = -0.9 - j2.0641 \text{ pu}$$

$$I''_f = \frac{E''_f}{j0.5148} = 0.9 - j2.3784 \text{ pu}$$

Et le courant total dans le défaut est:

$$I''_f = I''_f + I''_m = -j4.4425 \text{ pu}$$

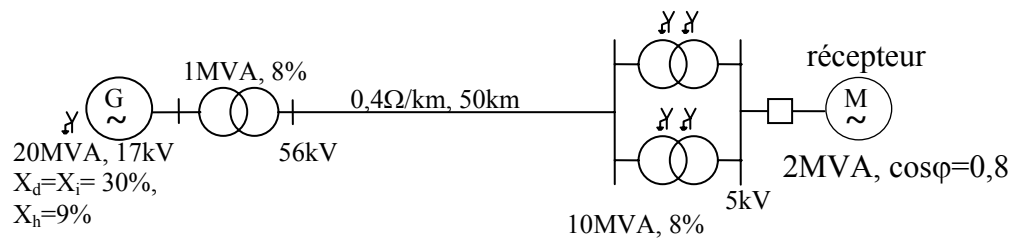
Notons que le courant de base dans le circuit moteur est :

$$I_{base} = \frac{30 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 18} = 1603.8 \text{ A}$$

Par conséquent et du moment que le courant de charge est 1603.8 A, le courant de défaut est alors 7124.7 A.

Exercice E6.4 :

Considérons le réseau électrique représenté par le schéma suivant :



L'alternateur 17kV débite sur le transformateur élévateur 56kV qui alimente le poste de transformation par une ligne électrique de 50km de long. A la sortie du poste existe un disjoncteur D qui protège le récepteur. Calculer les courants des courts circuits.

CHAPITRE 7 : INTRODUCTION A L'ECOULEMENT DE PUISSANCE DANS LES RESEAUX ELECTRIQUES.

7.1 Introduction

Nous avons une série de charges à alimenter à partir de générateurs. Tous sont dispersés et reliés entre eux par un réseau de liaison maillé. Comment calculer l'état électrique complet du réseau, c'est à dire les tensions, puissances et courants ?

Ce problème général est connu sous le nom de calcul de répartition de charges ou *load flow*. Ce calcul fait référence à des conditions « normales » de fonctionnement.

L'étude de la stabilité transitoire d'un réseau électrique nécessite en premier lieu la connaissance des tensions nodales, avant le défaut, correspondant aux conditions initiales du système en régime de fonctionnement permanent. Mais, aussi la détermination des tensions nodales pendant et après le défaut. A cet effet, le calcul des transits de puissance est une étape nécessaire et indispensable. Il permet de trouver les tensions aux différents nœuds du réseau et par suite les puissances transmises ainsi que celles injectées.

7.2 Constitution d'un réseau

7.2.1 Les générateurs

Les générateurs peuvent fournir une puissance active et fournir ou absorber une puissance réactive dans certaines limites. Les groupes importants tentent de maintenir à leurs bornes un niveau de tension donné.

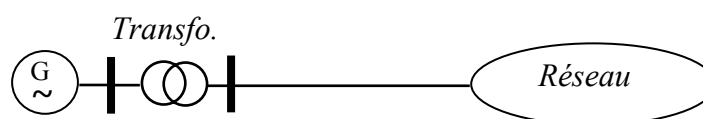


Figure 7.1 : schéma du générateur et du transformateur du système.

7.2.2 Les charges

La consommation d'énergie électrique est le fait de tous les secteurs de la vie économique, industries, services, ménagers. Elle se présente sous des formes très diverses : moteurs synchrones et asynchrones, appareils de chauffage. Au contraire des générateurs, nous ne pouvons individualiser chaque consommation.

C'est l'agrégat de consommation en un nœud du réseau qui constitue la 'charge' (load) caractérisant ce nœud figure 7.2.

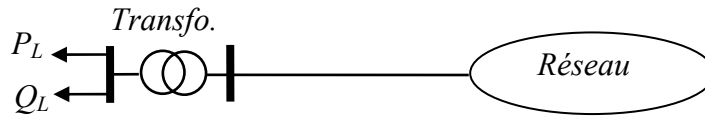


Figure 7.2 : Modèle de la charge raccordée au système à travers le transformateur.

La puissance appelée par la charge varie avec la tension et la fréquence. Toutefois, une analyse en régime stationnaire suppose la constance de la fréquence. Nous supposons qu'une charge peut être vue comme consommatrice de puissances active et réactive (P_L , Q_L) constantes, Q_L peut être positive (cas d'une charge inductive) ou négative (cas d'une charge capacitive).

Un nœud intermédiaire (poste d'aiguillage) qui n'est pas relié directement à une charge et/ou un générateur sera considéré comme un nœud « charge » dont les valeurs de P_L et Q_L sont nulles.

7.3 Le réseau proprement dit

Le réseau proprement dit sera constitué de divers éléments de liaison (lignes, câbles, transformateurs) et les dispositifs associés (appareillages de mesure et de protection).

Sous l'hypothèse de stationnarité et de symétrie triphasée, il apparaît que le réseau peut être représenté par un schéma unifilaire. L'utilisation d'un système de grandeurs réduites en unité relative permet de modéliser ce réseau par un circuit composé d'éléments linéaires provenant de l'association des divers schémas équivalents en π des éléments de liaison.

7.3.1 Bilans de puissances

Le bilan de puissance active du réseau s'écrit : $\sum P_G = \sum P_L + \sum \Delta P$ (7.1)

La somme des puissances actives injectées par les générateurs est égale à la somme des puissances actives absorbées par les charges, augmentée aux pertes actives du réseau (résistance des lignes, des câbles, ...etc.). L'ordre de grandeur des pertes est de 5 %.

Le bilan de puissance réactive du réseau s'écrit :

$$\sum Q_G = \sum Q_L + \text{Générations ou consommations réactives du réseau} \quad (7.2)$$

Les sommes des puissances réactives injectées ou absorbées par les générateurs est égales à la somme des puissances réactives consommées ou produites par les charges augmentées de la somme des consommations ou productions réactives du réseau (réactance des lignes, des câbles, transformateurs, banc de condensateurs,...etc.).

L'ordre de grandeur des consommations/productions réactives du réseau est très variable et peut être relativement élevé.

7.3.2 Les nœuds dans un réseau

Ne connaissant pas les pertes en ligne, nous ne pourrions pas imposer la puissance en tous les nœuds (générateurs et charges). Pour résoudre notre problème de répartition des charges, il faut s'appuyer sur un nœud particulier, auquel la puissance active ne pourra être imposée, mais résultera du calcul. Nous avons vu qu'à chaque nœud d'un réseau il faut imposer deux des quatre valeurs P , Q , V et δ (phase de V). Vu sa nature, ce nœud particulier se verra également imposé comme référence de tension et de phase V et δ (δ pris, assez naturellement égale à zéro). Nous introduisons donc, dans le schéma équivalent du système étudié, un générateur particulier, dit « générateur balancier » ou « *slack bus* ». Celui-ci permettra de faire intervenir dans les calculs les pertes actives du réseau tout en respectant les bilans de puissances décrits au paragraphe précédent.

Considérons le problème élémentaire d'un générateur type PV alimentant une charge (P_L , Q_L) à travers une ligne triphasée. Celle-ci sera modélisée par son schéma équivalent en π . Ce schéma doit répondre à la contrainte.

$$\begin{aligned} \overline{S_L} &= \overline{U_L} \overline{I_L^*} \\ &= P_L + jQ_L \end{aligned} \quad (7.3)$$

$$\begin{aligned} \overline{S_G} &= \overline{U_G} \overline{I_G^*} \\ &= P_G + jQ_G \end{aligned} \quad (7.4)$$

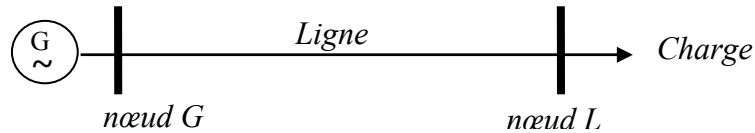


Figure 7.3. Schéma unifilaire d'une transmission de puissance simple

Les inconnues de base 'théoriques' sont $V_G \angle \delta_G$ et $V_L \angle \delta_L$, respectivement tension et phase au nœud générateur (G) et de charge (L). Nous en déduisons aisément courant, puissance de transit, pertes en ligne, ..., etc.), après résolution du problème de répartition de charges.

Les éléments connus sont les caractéristiques du réseau c'est à dire Z (impédance) ou Y (admittance), l'existence d'un générateur (P_G, Q_G) et la charge (P_L, Q_L). Le générateur de la Figure 7.3, apparaît comme un générateur aux bornes duquel sont imposés le module de la tension et sa phase (usuellement $V_G \angle 0^\circ$). Ce concept de balancier est indispensable au niveau du modèle utilisé et le problème du choix d'un générateur parmi d'autre dans un même réseau se pose.

En absence de transformateurs (ou, à partir d'un modèle simplifié et dans le cas particulier du système en unité relative lorsque les transformateurs sont modélisés par une simple impédance que l'on peut intégrer en série avec la ligne. D'après ce qui a été mentionné précédemment les différents types de nœuds ou connexions d'un réseau électrique, on trouve :

- Le nœud balancier ; est un nœud de type PV pour lequel la puissance P est produite et la tension est contrôlée.
- Le nœud générateur ; est un nœud de type P ou type PV dont la puissance P est générée et la tension peut être contrôlée.
- Le nœud de référence ; est un nœud par rapport auquel toutes les tensions du réseau sont mesurées (origine des phases).
- Le nœud de charge ; est un nœud de type PQ , pour lequel les puissances P et Q sont consommées.

7.4 Formulation à l'aide de la matrice admittance

Pour la résolution d'un problème de répartition de charges, il est plus commode de travailler avec les admittances plutôt qu'avec les impédances. Nous commencerons par un bref rappel des formules relatives à l'application de la

méthode dite « de la matrice d'admittance » pour le calcul d'un réseau électrique quelconque.

Supposons que les éléments de liaison du réseau soient représentés par leur schéma équivalent. Le circuit ainsi obtenu peut être vu par chacun des nœuds qui correspondent aux jeux de barres du réseau. Vu la facilité avec laquelle les termes de la matrice d'admittance peuvent être calculés, elle constitue le point de départ de la plupart des méthodes de calcul de la répartition des charges. Cette méthode nous amène à la résolution d'équations non linéaires. Supposons que le réseau soit composé d'éléments linéaires. Le circuit obéit alors à la loi d'Ohm.

$$[I] = [Y][V] \quad (7.5)$$

Où ' V ' est le vecteur colonne des tensions nodales, ' I ' le vecteur colonne des courants injectés aux nœuds, et $[Y]$ la matrice appelée la matrice des admittances nodales.

- Pour la construction de $[Y]$.

7.5 Matrice admittance :

De part la structure du réseau électrique (nœud bilan – nœud producteur – nœud consommateur), les deux méthodes citées sont utilisées pour résoudre un système d'équations non linéaires.

Les éléments de la matrice admittance nodale $[Y]$ en permanent sont obtenus par les équations suivantes :

Les éléments diagonaux :

$$Y_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{y_{shij}}{2} \quad (7-6)$$

où

y_{ij} : Admittance de liaison entre le nœud i et j ;

$\frac{y_{shij}}{2}$: Admittance shunt ;

$i=1, 2, \dots, n$;

n : Nombre de nœuds du réseau.

Les éléments non diagonaux.

$$Y_{ij} = -y_{ij} \quad (7.7)$$

En régime de fonctionnement perturbé, pendant le défaut, la matrice admittance nodale [Y] doit inclure les admittances de charges et les réactances transitoires des machines tel que :

Les éléments diagonaux :

$$Y_{ij} = Y_{ij} + y_{io} + y_{ip} \quad (7.8)$$

où :

Y_{ij} : Eléments diagonaux de la matrice [Y] ;

Y_{io} : Admittance de charge au nœud i ;

Y_{ip} : Admittance transitoire des machines au nœud i.

$p = n + 1, n + 2, \dots, n + m.$

m : Nombre de nœuds producteurs.

Les éléments non diagonaux :

$$Y_{il} = Y_{ij}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nn} \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

7.6 Méthode numérique d'analyse non linéaire

L'objectif principal de l'interpolation est d'interpoler des données connues à partir des points discrets. Dans ce cas, la valeur de la fonction entre ces points peut être estimée. Cette méthode d'estimation peut être étendue et utilisée dans divers domaines ; à savoir la dérivation et l'intégration numérique des polynômes.

Les méthodes numériques du calcul des transits de puissances sont diverses. Parmi ces méthodes, nous retenons deux méthodes à savoir la méthode de Gauss Seidel et celle de Newton Raphson.

7.7 Présentation de la méthode GAUSS-SEIDEL

La méthode de GAUSS-SEIDEL est une méthode itérative dont les étapes se font par approximations successives. S'il y a convergence, la solution sera atteinte après un nombre fini d'itérations. Elle est utilisée pour des systèmes de grande taille avec des matrices admittances nodales creuses.

L'algorithme de résolution de Gauss Seidel sera comme suit :

$$X_i^{(k+1)} = \frac{3}{a_{ii}} \left(\delta_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^k \right) \quad (7.10)$$

avec $a_{ii} \neq 0$.

Pour que la méthode soit convergente, il faut que la matrice [A] du système soit à diagonale dominante, c'est à dire :

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}| < |a_{ii}| \quad (7.11)$$

Le test d'arrêt est déterminé par la relation suivante :

$$|X_i^{k+1} - X_i^k| \leq \varepsilon \quad (7.12)$$

7.7.1 Application de la méthode de Gauss - Seidel pour l'étude du réseau électrique en régime permanent :

La méthode de Gauss – Seidel se base sur la matrice admittance nodale [Y].

Cette méthode consiste à planifier par une approximation initiale toutes les tensions des nœuds sauf pour nœud bilan Nb où elle est spécifiée et maintenue constants. En général, le nœud bilan est associé à une des centrales généralement la plus puissante. Les courants pour tous les autres nœuds sont déterminés par l'équation suivante :

$$\bar{I}_i = \frac{\bar{S}_i^*}{\bar{V}_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} \quad (7.13)$$

où :

$i = 1, 2, \dots, n ; n \neq Nb ;$

$\bar{S}_i$: Puissance apparente injectée au nœud i ;

$\bar{V}_i$: Tension nodale au nœud i ;
 $\bar{I}_i$: Courant injecté au nœud i ;
 n : Nombre de nœud du réseau ;
 i : Nœud considéré.

La terre étant prise comme référence, nous aurons donc à résoudre équations (N-1) simultanées de la forme :

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[I_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} \bar{V}_j \right] \quad (7.14)$$

En remplaçant l'équation (3-13) dans (3-14), on obtient :

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} \bar{V}_j \right] \quad (7.15)$$

En posant :

$$YL_{ij} = \frac{Y_{ij}}{Y_{ii}} \quad \text{et} \quad KL_i = \frac{P_i - jQ_i}{Y_{ii}}$$

On obtient :

$$V_i = \frac{KL_i}{V_i} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n YL_{ij} V_j \quad (7.16)$$

L'expression finale de la méthode itérative est :

$$V_i^{K+1} = \frac{KL_i}{(V_i)^K} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{i-1} YL_{ij} \bar{V}_j^{K+1} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n YL_{ij} \bar{V}_j^K \quad (7.17)$$

Le calcul itératif s'arrêtera quand la valeur absolue de $\Delta \bar{V}_i^K$ est inférieure à la tolérance admise ε telle que :

$$|\Delta \bar{V}_i^K| = |V_i^{K+1} - \bar{V}_i^K| \leq \varepsilon \quad (7.18)$$

Après avoir déterminé les tensions nodales $\bar{V}_i$ nous calculons les puissances transmises et injectées ainsi que les pertes qui sont données par les expressions suivantes :

Puissances apparentes transmises :

$$P_{ij} - jQ_{ij} = V_i^* (V_i - V_j) Y_{ij} + V_i^* V_j \frac{y_{ij}}{2} \quad (7.19)$$

Puissances apparentes injectées :

$$\bar{S}_i = P_i + jQ_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n S_{ij} \quad (7.20)$$

Les pertes apparentes :

$$\bar{S}_{pertes} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n S_{ij} \quad (7.21)$$

7.8 Le principe de la méthode Newton-Raphson

Une méthode de Newton-Raphson d'analyse non linéaire détermine itérativement la solution de $F(x)=0$, sous la condition que la dérivée existe. Ainsi, partant d'une solution $X^{(0)}$ pas trop "éloignée" de la solution exacte X en déterminant une meilleure approximation.

Les équations des puissances pour un réseau à 'n' nœuds, la puissance injectée au nœud 'i' s'écrit :

$$\bar{S}_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^* \quad (7.22)$$

A partir de l'équation (5) nous pouvons exprimer I_i par l'équation (8).

$$\bar{I}_i = \sum_{k=1}^n \bar{Y}_{ik} \bar{V}_k \quad (7.23)$$

Dés lors :

$$\begin{aligned} \bar{S}_i &= \bar{V}_i \left[\sum_{k=1}^n \bar{Y}_{ik}^* \bar{V}_k^* \right] \\ &= P_i + jQ_i \end{aligned} \quad (7.24)$$

Et nous pouvons exprimer les composantes réelles et imaginaires de la puissance injectée en chaque nœud de la manière suivante :

On formule l'algorithme de Newton-Raphson pour la répartition de charge, et on traite tous les nœuds comme étant des nœuds de type PQ.

Définissons la puissance injectée au nœud par la différence des puissances générées et consommées au nœud.

$$P_i = P_{Gi} + P_{Li} \quad (7.25)$$

$$0 = P_i - V_i \sum_{k=1}^n [G_{ik} \cos(\theta_{ik}) + B_{ik} \sin(\theta_{ik})] V_k \quad (7.26)$$

$$0 = P_i - f_i(V, \theta) \quad (7.27)$$

$$0 = Q_i - V_i \sum_{k=1}^n [G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})] V_k \quad (7.28)$$

$$0 = Q_i - g_i(V, \theta) \quad (7.29)$$

Le développement en séries de Taylor de l'équation (7.26) donne :

$$0 = P_i - f(V^0 - \theta^0) - \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial V_k} \bigg|_{(V^0, \theta^0)} (V_k - V_k^0) - \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial \theta_k} \bigg|_{(V^0, \theta^0)} (\theta_k - \theta_k^0) \quad (7.30)$$

Où l'exposant zéro indique l'état autours du quel le développement est effectué. On définit le mis match par :

$$\Delta P_i = P_i - P_i^{cal} \quad (7.31)$$

Avec $P_i^{cal} = f_i(V^0, \theta^0)$ (7.32)

Les accroissements des tensions et phases :

$$\begin{aligned} (V_k - V_k^0) &= \Delta V_k^0 \\ (\theta_k - \theta_k^0) &= \Delta \theta_k^0 \end{aligned} \quad (7.33)$$

A partir des équations (15) – (19) on peut écrire :

$$\Delta P_i = \sum_{k=1}^n f_{iV_k} \Delta V_k^0 + \sum_{k=1}^n f_{i\theta_k} \Delta \theta_k^0 \quad (7.34)$$

Ou sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1\theta_1^0} & f_{1\theta_2^0} & \cdots & f_{1\theta_n^0} & f_{1V_1^0} & f_{1V_2^0} & \cdots & f_{1V_n^0} \\ f_{2\theta_1^0} & f_{2\theta_2^0} & \cdots & f_{2\theta_n^0} & f_{2V_1^0} & f_{2V_2^0} & \cdots & f_{2V_n^0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_{n\theta_1^0} & f_{n\theta_2^0} & \cdots & f_{n\theta_n^0} & f_{nV_1^0} & f_{nV_2^0} & \cdots & f_{nV_n^0} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \theta_1^0 \\ \Delta \theta_2^0 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n^0 \\ \Delta V_1^0 \\ \Delta V_2^0 \\ \vdots \\ \Delta V_n^0 \end{bmatrix} \quad (7.35)$$

Nous pouvons accomplir une semblable dérivation pour l'équation de la puissance réactive:

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{1\theta_1^0} & g_{1\theta_2^0} & \cdots & g_{1\theta_n^0} & g_{1V_1^0} & g_{1V_2^0} & \cdots & g_{1V_n^0} \\ g_{2\theta_1^0} & g_{2\theta_2^0} & \cdots & g_{2\theta_n^0} & g_{2V_1^0} & g_{2V_2^0} & \cdots & g_{2V_n^0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{n\theta_1^0} & g_{n\theta_2^0} & \cdots & g_{n\theta_n^0} & g_{nV_1^0} & g_{nV_2^0} & \cdots & g_{nV_n^0} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \theta_1^0 \\ \Delta \theta_2^0 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n^0 \\ \Delta V_1^0 \\ \Delta V_2^0 \\ \vdots \\ \Delta V_n^0 \end{bmatrix} \quad (7.36)$$

Finalement on aura :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1\theta_1^0} & f_{1\theta_2^0} & \cdots & f_{1\theta_n^0} & f_{1V_1^0} & f_{1V_2^0} & \cdots & f_{1V_n^0} \\ g_{1\theta_1^0} & g_{1\theta_2^0} & \cdots & g_{1\theta_n^0} & g_{1V_1^0} & g_{1V_2^0} & \cdots & g_{1V_n^0} \\ f_{2\theta_1^0} & f_{2\theta_2^0} & \cdots & f_{2\theta_n^0} & f_{2V_1^0} & f_{2V_2^0} & \cdots & f_{2V_n^0} \\ g_{2\theta_1^0} & g_{2\theta_2^0} & \cdots & g_{2\theta_n^0} & g_{2V_1^0} & g_{2V_2^0} & \cdots & g_{2V_n^0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{n\theta_1^0} & f_{n\theta_2^0} & \cdots & f_{n\theta_n^0} & f_{nV_1^0} & f_{nV_2^0} & \cdots & f_{nV_n^0} \\ g_{n\theta_1^0} & g_{n\theta_2^0} & \cdots & g_{n\theta_n^0} & g_{nV_1^0} & g_{nV_2^0} & \cdots & g_{nV_n^0} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \theta_1^0 \\ \Delta \theta_2^0 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n^0 \\ \Delta V_1^0 \\ \Delta V_2^0 \\ \vdots \\ \Delta V_n^0 \end{bmatrix} \quad (7.37)$$

Le système linéaire (23) est de la forme :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (7.38)$$

Où $[J]$ est la matrice Jacobiennne déterminée par la dérivation de la fonction par rapport à ses états.

Les entrées de la matrice Jacobiennne se dérivent comme suit :

$$\frac{\partial f_i}{\partial \theta_k} = H_{ik} (i \neq k) \quad ; \quad \frac{\partial f_i}{\partial \theta_i} = H_{ii} \quad (7.39)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial V_k} = M_{ik} (i \neq k) \quad ; \quad \frac{\partial f_i}{\partial V_i} = M_{ii} \quad (7.40)$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial \theta_k} = I_{ik} (i \neq k) \quad ; \quad \frac{\partial g_i}{\partial \theta_i} = I_{ii} \quad (7.41)$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial V_k} = L_{ik} (i \neq k) \quad ; \quad \frac{\partial g_i}{\partial V_i} = L_{ii} \quad (7.42)$$

Utilisons les notations H, M, I, L pour l'équation linéarisée on obtient :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & M_{11} & H_{12} & M_{12} & \cdots & \cdots & H_{1n} & M_{1n} \\ I_{11} & L_{11} & I_{12} & L_{12} & \cdots & \cdots & I_{1n} & L_{1n} \\ \hline H_{12} & M_{12} & H_{22} & M_{22} & \cdots & \cdots & H_{2n} & M_{2n} \\ I_{12} & L_{12} & I_{22} & L_{22} & \cdots & \cdots & I_{2n} & L_{2n} \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hline H_{n1} & M_{n1} & H_{n2} & M_{n2} & \cdots & \cdots & H_{nn} & M_{nn} \\ I_{n1} & L_{n1} & I_{n2} & L_{n2} & \cdots & \cdots & I_{nn} & L_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \theta_1^0 \\ \Delta \theta_2^0 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n^0 \\ \Delta V_1^0 \\ \Delta V_2^0 \\ \vdots \\ \Delta V_n^0 \end{bmatrix} \quad (7.43)$$

CHAPITRE 8 : CONCEPTION DES LIGNES AERIENNES

8.1 Introduction

Le dimensionnement d'une ligne aérienne dans le cadre d'un régime permanent se fait en deux parties : choix de la section du conducteur et choix du gabarit des pylônes. Le choix de la section du conducteur dépend de considérations électriques et économiques tandis que le choix du gabarit des pylônes fait intervenir plutôt les aspects mécaniques.

La ligne aérienne doit être un ouvrage de technologie simple, facile et rapide à étudier et à construire, aisé à modifier. S'accommodant aux contraintes du tracé et de l'environnement et permettant un accès commode à ses différentes parties pour les opérations d'exploitation. A ce titre le risque d'indisponibilité doit être très fiable. Le calcul mécanique des lignes aériennes consiste à étudier les variations des tensions mécaniques et des flèches dans le but est principalement de :

- s'assurer que, dans les conditions de travail prévues, le facteur de sécurité est respecté
- vérifier les distances géométriques réglementaires à la flèche maximale,
- déterminer les efforts exercés par les conducteurs sur les supports.

Les lignes assurent la continuité électrique entre deux nœuds du réseau et peuvent être classées selon les types suivants :

- *lignes de grand transport* : entre un centre de production et un centre de consommation ou un grand poste d'interconnexion ;
- *lignes d'interconnexion* : entre plusieurs régions ou plusieurs pays (secours mutuel)
- *lignes de répartition* : entre grands postes et petits postes ou gros clients nationaux;
- *lignes de distribution* : vers les consommateurs BT.

Les différentes classes de tension en courant alternatif sont définie, par le RGIE, de la manière décrite dans le tableau 1.1 (unités : Volts).

8.2 Les éléments des lignes électriques

Les principaux composants des lignes aériennes sont :

- Les conducteurs (Phases + câble(s) de garde) ;
- Les isolateurs ;
- Le pylône ;
- Les fondations ;

- Autres accessoires (pinces de suspension, jonctions de connecteurs, amortisseurs dynamiques,...).

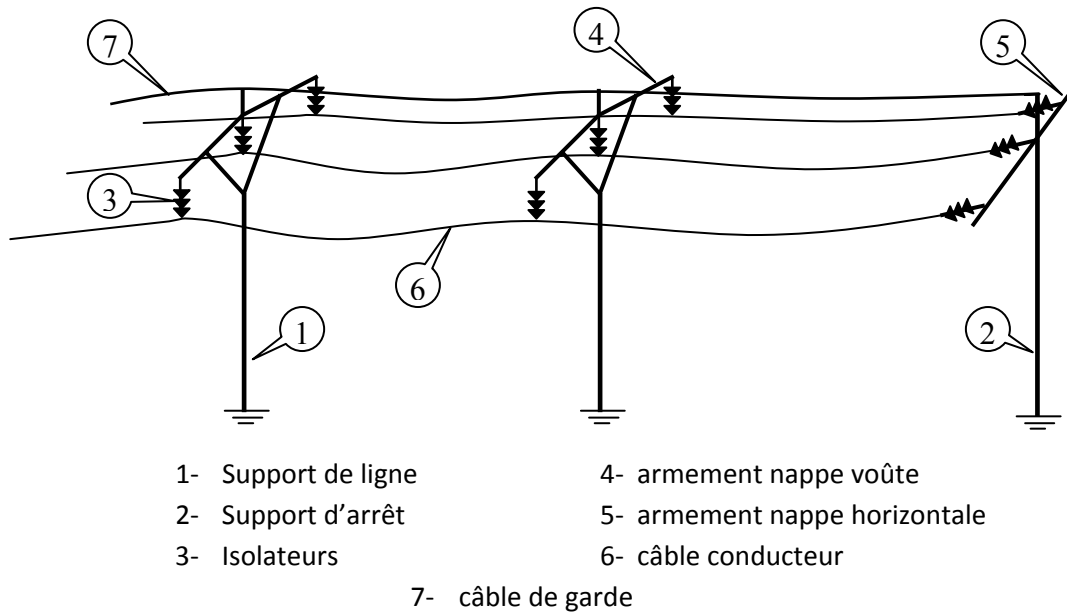


Figure 8.1 : Composants de ligne aérienne

Concernant les portées des lignes, étant donné la possible irrégularité des distances entre pylônes, nous définissons les longueurs suivantes :

- Portée basique ou normale = La plus économique ;
- Portée moyenne = Moyenne arithmétique des différentes portées ;

- Portée équivalente :
$$L_{eq} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n l_i^3}{\sum_{i=1}^n l_i}}$$

Cette valeur se rapproche généralement de la portée moyenne lorsque le nombre de portées augmente. C'est sur cette valeur que se calcule la tension horizontale à appliquer au canton ;

- Portée « de vent » = La somme des deux demi portées adjacentes au pylône. Elle correspond à la portée à considérer pour le calcul des efforts en tête du pylône ;
- Portée « de poids » = La somme des distances entre le pylône et les points les plus bas des deux portées adjacentes. Cette valeur est utilisée pour déterminer le poids mort que représentent les conducteurs sur le support.

Les conducteurs u niveau mécanique, le calcul de la résistance des conducteurs est soumis aux réglementations internationales. Les conditions climatiques doivent être connues (givre, températures, intensité du vent,...).

8.2.1 Critère de courant nominal

Nous devons vérifier que le câble supporte le courant nominal sur toute sa durée de vie. Vu $P_{\text{départ}}$ et a donnés, nous déterminons tout d'abord la puissance circulant dans le câble après les T années d'utilisation par la relation 1.1 :

$$P_T = P_{\text{départ}} (1 + a)^T \text{ [MW]} \quad (1.1)$$

Nous en déduisons le courant circulant alors dans chaque phase du câble :

$$I = \frac{P_T}{3U \cos(\varphi)} \text{ [A]} \quad (1.2)$$

8.2.2 Critère du courant de court-circuit

Nous déduisons directement ce courant de la formule donnant la puissance de court-circuit

$$I_{cc} = \frac{S_{cc}}{\sqrt{3}U_n} \text{ [A]} \quad (1.3)$$

La puissance de court-circuit S_{cc} est fonction du réseau environnant la ligne étudiée, mais du point de vue dimensionnement, nous retenons souvent les valeurs suivantes en fonction des principales tensions caractéristiques :

Tableau 8.1 : Puissance et courant de court-circuit

Tension phase/phase U [kV]	Puissance de court-circuit S _{cc} [MVA]	Courant de court-circuit I _{cc} [kA]
150	8000	30,8

70	2500	20,6
15	350	13,5
6	120	11,6

Afin de trouver la section minimum permettant de supporter ce courant durant le temps t_{cc} , nous disposons de la formule suivante, où a est un facteur dépendant du type de matériau constituant le câble :

$$S = I_{cc} \sqrt{t_{cc}} a \text{ [mm}^2\text{]} \quad (\square t < 5 \text{ sec}) \quad (1.4)$$

Cette nouvelle valeur du courant conduit alors au choix d'une nouvelle section normalisée (celle qui lui est juste supérieure).

Remarques : - le cuivre est toujours supérieur à l'aluminium pour une même section, étant donné sa meilleure capacité à évacuer la chaleur ;

- les valeurs du paramètre a sont les suivantes : $a = 105,3$ pour le cuivre, $a = 55,07$ pour l'aluminium et $a = 61,98$ pour l'AMS.

8.2.3 Critère de la chute de tension

Un rapide calcul nous donne la formule de la chute de tension :

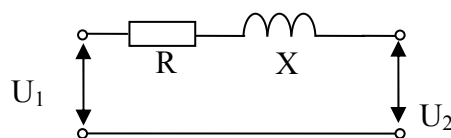


Figure 8.2 : Modèle réduit de la liaison

$$\frac{\Delta U}{U} = \sqrt{3} \frac{I_N}{U_N} (R'_{70^\circ C} \cdot l \cdot \cos(\varphi) + X' \cdot l \cdot \sin(\varphi)) \quad (1.5)$$

$$\text{où } \Delta U = |U_2| - |U_1| \neq |U_2 - U_1| \text{ [V]} \quad (1.6)$$

Nous pouvons alors déterminer la résistance maximale de la ligne à 20°C.

Dans le cas des lignes, nous négligeons les effets capacitifs car les valeurs sont approximativement 50 fois plus faibles pour les lignes que pour les câbles. Pour l'impédance longitudinale, nous prendrons, généralement, comme valeur de départ : 0,4Ω/km.

8.2.4 Critère économique

La forme de la fonction coût de conducteur adoptée est la suivante :

$$T(s) = A + B.s + C/s \quad (1.7)$$

où A est relatif aux frais fixes (installation, pièces et accessoires, etc.) [DA], B.s représente la partie du coût du câble qui est proportionnelle à la section 'S' [DA/mm²] et C/s reflète les coûts d'actualisation et des pertes [DA.mm²]. Les pertes sont inversement proportionnelles à la section car une plus grosse section entraîne des pertes Joule moins élevées.

Cette fonction est loin d'être parfaite mais, dans le cadre d'une première approche du problème, elle est suffisante.

$$C = 3. \rho. I_{N, \text{début de vie}}^2 l. \tau . \beta . f \text{ [DA.mm}^2\text{]} \quad (1.8)$$

Le facteur '3' permet de tenir compte des 3 phases ;

ρ = résistivité du matériau conducteur (généralement AMS) à 75° [Ω/mm] ;

l = longueur de la ligne (en millimètres) ;

$I_{N, \text{début de vie}}$ = courant nominal en début de vie de la ligne (en ampères) ;

τ = nbre d'heures d'utilisation équivalant à la pleine charge au niveau des pertes [h/an] ;

β = prix du kWh de pertes, coût des pertes par kWh [DA/W.h].

La section optimale économique (SOE) est celle qui annule la dérivée de T'(s). Vu la forme de T'(s), nous pouvons la déterminer directement :

$$s = (C/B)^{1/2} \text{ [mm}^2\text{]} \quad (1.10)$$

En conclusion, le critère économique est un critère plutôt flou. Le but est de justifier notre choix. L'idéal est de comparer, en fonction de la section, les coûts à court terme et à long terme ainsi que les investissements et pertes. Nous pouvons alors nous faire une idée de ce que nous gagnons ou de ce que nous perdons en fonction de la section.

8.3 Conduite de l'étude mécanique

L'étude d'exécution d'une ligne est à conduire suivant les étapes suivantes :

1. Recherche du tracé technique
2. Levé topographique en planimétrie ou altimétrie (à faire aussi pour les lignes d'écarts ou lignes importantes en BT)
3. Calcul des tensions mécaniques aux hypothèses réglementaires (utilisation de l'équation de changement d'état ou des abaques établis à cet effet)
4. Justificatif des supports et des massifs
5. Elaboration des documents d'exécution
 - le plan de situation
 - plan de masse ou profil en long
 - Le mémoire descriptif
 - carnet de piquetage
 - Tableau de pose des flèches et des tensions mécanique
 - Plan de traversée de voies, éventuellement.

8.4 Recherche du tracé

8.4.1 Le choix du tracé :

Il constitue une étape importante dans l'étude d'un projet. Il doit se faire des cartes topographiques avec des échelles de 1/50 000 ; 1/25 000 ou 1/20 000, elles peuvent être complétées par des photographies aériennes. Dans les régions où les cartes précises font défaut, il est indispensable d'effectuer des visites sur place.

8.4.2 Le tracé direct :

La ligne droite représente la solution à laquelle on vise en premier lieu, mais l'expérience montre que cette solution idéale ne peut généralement être retenue car il existe des raisons impérieuses même dans les régions désertiques et surtout dans les régions d'agglomérations. L'amélioration du tracé doit se faire en l'éloignement des obstacles qui se trouvent sur le parcours direct sans l'allonger considérablement.

La recherche du tracé est une opération qui conditionne par la suite l'étude et son coût, tout en respectant les contraintes imposées :

- Contraintes provenant de l'arrêté technique (respect de la garde au sol, distances réglementaires de voisinage et de croisement, etc....)
- Contraintes d'environnement en donnant une priorité à la sécurité de service.

8.5 Contraintes de conception

Les lignes électriques aériennes sont soumises à des contraintes diverses qui influent sur leur conception et par la suite sur leur prix.

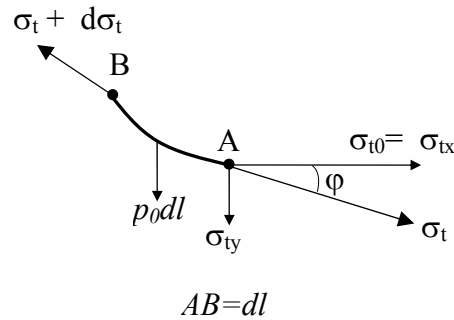
1. **contraintes internes** créées par le courant transitant les conducteurs (permanent ou de court-circuit)
2. **contraintes mécaniques** principalement créées par les conditions météorologiques ;
3. **contraintes créées par l'implantation des ouvrages** : les lignes aériennes provoquent, en plus de l'impact visuel sur l'environnement, des perturbations dans les circuits de télécommunication et des canalisations enterrées, et des phénomènes de conduction dans le sol, en cas d'écoulement de courant suite à un défaut à la terre.
4. les lignes aériennes créent **des champs électromagnétiques** qui sont également une gêne à l'environnement, bien qu'à ce jour personne n'ait démontré une quelconque influence sur la santé des personnes vivant à proximité de ces ouvrages.

8.5.1 Contraintes mécaniques :

8.5.1.1 Géométrie et statique de la portée :

8.5.1.2 Portée unique :

Considérons un élément dl de fil, en équilibre sous l'action d'une charge uniformément répartie (poids propre plus surcharge éventuelle) $p_0 dl$ et des tensions σ_t et $\sigma_t + d\sigma_t$ appliquées respectivement en A et B ;



l'équation d'équilibre est :

$$\overrightarrow{d\sigma_t} + \overrightarrow{p_0 d\ell} = 0 \quad (8.1)$$

Si φ est l'angle formé, au point A, par la tangente au câble et l'axe horizontal, nous avons :

$$\sigma_{ty} = \sigma_{tx} \tan(\varphi) \quad (8.2)$$

La composante verticale de p_0 étant $-p_0$ on aura

$$\frac{d\sigma_{tx}}{d\ell} = 0 \quad (8.3)$$

$$\text{et } \frac{d\sigma_{ty}}{d\ell} = p_0 \quad (8.4)$$

Il en résulte que σ_{tx} est constant tout le long du fil, on note

$$\sigma_{tx} = \sigma_{t0} \quad (8.5)$$

et

$$\sigma_{ty} = p_0 \ell \quad (8.6)$$

L'équation différentielle de la courbe s'obtient en partant des équations (8.2), (8.3) et (8.4) :

$$\frac{\sigma_{ty}}{\sigma_{tx}} = \tan(\varphi) = \frac{p_0 \ell}{\sigma_{t0}} \quad (8.7)$$

On a en coordonnées cartésiennes :

$$\tan(\varphi) = \frac{dy}{dx} = y'$$

et

$$\ell = \int \sqrt{1 + y'^2} dx = \left(\frac{\sigma_{t0}}{p_0} \right) y'$$

Soit

$$\sqrt{1 + y'^2} = \left(\frac{\sigma_{t0}}{p_0} \right) y'' \quad (8.8)$$

le rapport $\frac{\sigma_{t0}}{p_0} = a$ est le paramètre des câbles des lignes aériennes.

La résolution de l'équation différentielle (8.6) conduit à :

$$y - y_0 = a \cdot ch\left[(x - x_0)/a\right] \quad (8.9)$$

(8.9) est l'équation d'une chaînette ; c'est la forme prise par un câble soumis à un champ de forces uniformes et tendu entre deux points.

Généralement, on prend, pour axe d'ordonnées, l'axe de symétrie de la courbe :

$$Y = a \cdot ch(x/a) \quad (8.10)$$

100 < a < 3000 mètre

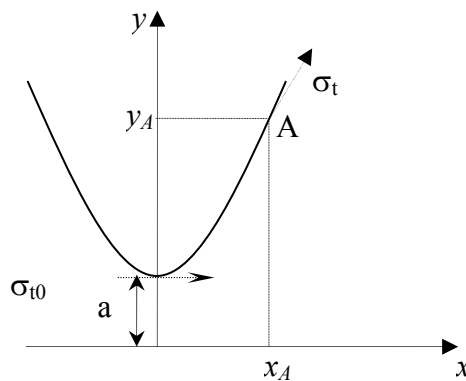


Figure 8.4 : Représentation géométrique de la chaînette

8.6 La flèche

La flèche f est la distance verticale qui sépare un point d'abscisse x de la droite joignant les points d'accrochage A et B voir figure ;

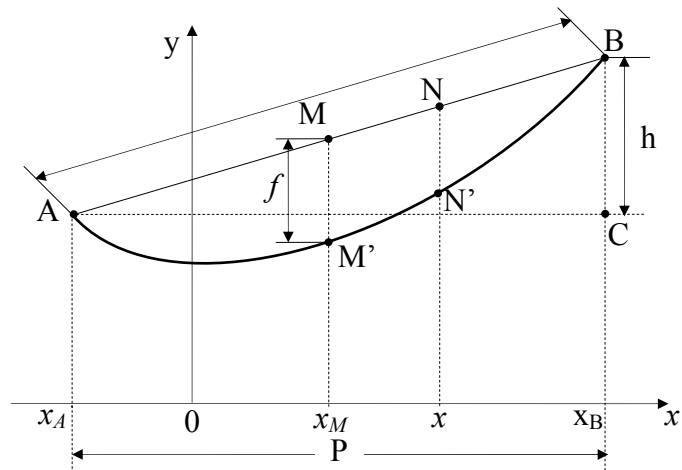


Figure 8.5 : Exemple de géométrie d'une portée dénivelée

On appelle portée vraie (ou portée selon la pente) la distance réelle entre les appuis A et B et portée projetée (ou portée horizontale) la distance $P=AC$ de la droite

$$x_A + x_B = 2x_M$$

$$x_B - x_A = P$$

la flèche au point d'abscisse x est :

$$MN' = y_A + \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} (x - x_A) - y$$

Soit d'après la relation (8.9) :

$$MN' = a \cdot \text{ch}(x_A/a) + (x - x_A) \cdot h/P - a \cdot \text{ch}(x/a)$$

avec $h = y_B - y_A$ la dénivellation entre les points d'accrochage.

Pratiquement on ne considère que la plus grande flèche, c'est-à-dire celle qui correspond au point à tangente parallèle à AB situé sensiblement au point médian M ; on a alors, avec la relation (10) :

$$f = MN' = \frac{y_A + y_B}{2} - y_M = \frac{a}{2} \left[\text{ch}\left(\frac{x_A}{a}\right) + \text{ch}\left(\frac{x_B}{a}\right) \right] - a \cdot \text{ch}\left(\frac{x_M}{a}\right)$$

$$\text{Soit} \quad f = a \cdot \text{ch}\left(\frac{x_M}{a}\right) \left[\text{ch}\left(\frac{P}{2a}\right) - 1 \right] \quad (8.11)$$

D'où, pour une portée de niveau ($x_M = 0$) :

$$f_n = a \cdot \text{ch}\left[\left(\frac{P}{2a}\right) - 1\right] \quad (8.12)$$

8.7 Longueur du câble :

La longueur d'un arc de chaînette se déduit aisément de la relation :

$$d\ell = \left(\sqrt{1 + y'^2} \right) dx = \operatorname{ch}(x/a) dx \quad (8.15)$$

$$\text{soit } \ell_{AB} = [a \cdot \operatorname{sh}(x/a)](x_B/x_A) = 2a \cdot \operatorname{sh}(P/2a) \operatorname{ch}(x_M/a) \quad (8.16)$$

pour une portée de niveau on a donc :

$$\ell_n = 2a \cdot \operatorname{sh}(P/2a) \quad (8.17)$$

Pour une portée dénivelée, on peut utiliser une sorte de généralisation du théorème de Pythagore appliqué à la chaînette. On démontre en effet que le carré de la longueur ℓ_{AB} de la chaînette est égal à la somme des carrés de la longueur $\ell_n = AC$ de la chaînette de niveau (dont la portée est égale à la portée projetée de la chaînette AB et ayant le même paramètre) et du carré de la dénivellation:

$$\ell^2 = \ell_n^2 + h^2 \quad (8.18)$$

en pratique on utilise les développements en série des cosinus hyperboliques, en se limitant au terme du troisième ordre. On a alors (17) :

$$\ell_n = P + (P^3/24a^2) \quad (8.19)$$

Le deuxième terme du second membre de (8.19) est la différence entre la longueur de la chaînette et la longueur de la portée.

8.8 Equation de changement d'état.

La variation de la température induit deux phénomènes :

- la dilatation du métal qui fait varier la tension mécanique
- la déformation élastique qui fait varier la longueur

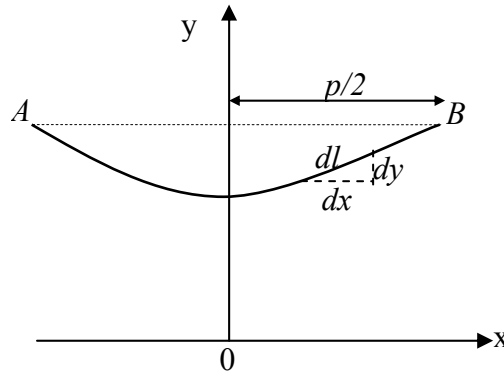


Figure 8.6 : Variation de la longueur du câble

Une variation de l'équilibre d'un câble est définie par :

- l'état initial du câble : température θ_i , la tension σ_i et le poids ω_i
- l'état final du câble : température θ_f , la tension σ_f et le poids ω_f

la variation de longueur due à la dilatation du métal est ;

$$\Delta \ell_1 = \ell \alpha (\theta_f - \theta_i) \text{ [m]} \quad (8.20)$$

Avec α est le coefficient de dilatation linéaire.

La variation de la longueur due à la déformation élastique :

$$\Delta \ell_2 = \ell \frac{\sigma_f - \sigma_i}{E} \quad (8.21)$$

avec E est le module d'élasticité ou module de Hooke.

La variation totale de longueur est :

$$\ell_f - \ell_i = \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2$$

si nous contrôlons un état initial (1) qui correspond à un paramètre a_1 et un état final (2) qui correspond à un paramètre a_2 , la variation de longueur du câble entre ces deux états est égale à :

$$\Delta \ell = \left(\frac{P^3}{24a_2^2} \right) - \left(\frac{P^3}{24a_1^2} \right) \quad (8.22)$$

ou encor :

$$\Delta \ell = \frac{P^3}{24} \left(\frac{1}{a_f^2} - \frac{1}{a_i^2} \right) = \ell \left(\frac{\alpha (T_f - T_i) + (\sigma_{tf} - \sigma_{ti})}{ES} \right) \quad (8.23)$$

On peut admettre que pour les portées courantes et peu dénivelées, l est très voisine de P . L'équation (8.23) devient, en groupant dans le même membre les termes de même indice :

$$\frac{P^2}{24a_f^2} - \frac{\sigma_{tf}}{ES} - \alpha T_f = \frac{P^2}{24a_i^2} - \frac{\sigma_{ti}}{ES} - \alpha T_i = Cte \quad (8.24)$$

ou avec

$$a_f = \frac{\sigma_{tf}}{p_f} \quad et \quad a_i = \frac{\sigma_{ti}}{p_i}$$

$$\frac{P^2 p_f^2}{24\sigma_{tf}^2} - \frac{\sigma_{tf}}{ES} - \alpha T_f = \frac{P^2 p_i^2}{24\sigma_{ti}^2} - \frac{\sigma_{ti}}{ES} - \alpha T_i = Cte \quad (8.25)$$

Cette équation, appelée **équation de changement d'état**, permet de calculer la tension σ_i dans un certain état déterminé, connaissant la tension dans un autre état. La résolution par rapport à σ_i est évident du 3^{ème} degré.

En pratique, comme l'étude d'une ligne conduit parfois à résoudre de nombreuses fois cette équation, elle est traduite sous forme de courbes donnant la tension en fonction de la portée pour différents états réglementaires (hypothèse de tempête, hypothèse d'hiver, hypothèse d'été).

Bibliographie

- 1. Elements of Power System Analysis**
William D. Stevensen, JR
McGRAW HILL Third edition 1996
- 2. Power Sytem Analysis Operation and Control**
Abhijit Chakrabani & Sunita Halder
PHI Learning Private Limited, Third edition 2010
- 3. Electrical power Distribution and Transmission**
Luces M. Faulkenberry & Walter Coffe
Printice Hall