
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université TAHRI Mohamed, Béchar



Faculté de Technologie

Département de Génie Civil & Hydraulique

Polycopié Pédagogique de Cours
Intitulé :

" Béton armé et précontraint "

Code de la Matière : LGCF621

Niveau : Licence (S6)

Filière : Travaux Publics

Spécialité : Travaux Publics

Etabli par l'enseignant (e) : **BENOUDJAFER Imane**

Année Universitaire : 2023/2024

AVANT PROPOS

Ce polycopié est le support écrit du cours « Béton armé II », destinant aux étudiants inscrits en troisième année Licence système LMD, Travaux Publics, deuxième semestre de l'année universitaire. Il a été rédigé dans le but d'initier l'étudiant aux dimensionnements des pièces en béton armé soumises aux sollicitations, (Effort tranchant, Flexion composée et Torsion), selon les normes de calcul aux états limites en vigueur. Il permet également d'avoir des notions générales sur la technologie du béton précontraint.

Le contenu de ce polycopié, correspond au programme officiel de la matière enseignée, est composé de quatre chapitres:

- ✓ Effort tranchant ;*
- ✓ Flexion composée ;*
- ✓ Torsion ;*
- ✓ Généralités sur le béton précontraint.*

Afin de permettre à l'étudiant de mieux comprendre, d'assimiler, d'approfondir et de visualiser ou mettre en lumière le côté pratique de certaines notions théoriques présentées, nous avons exposés plusieurs exemples d'application.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I : Effort tranchant

I.1. EFFORT TRANCHANT DANS UNE POUTRE FLECHIE	2
I.1.1. Rappel de notions de R.D.M.....	2
I.1.2. Application au béton armé.....	3
I.1.3. Relation entre l'effort tranchant et la contrainte tangentielle	6
I.2. ZONES SOUMISES A L'EFFORT TRANCHANT	7
I.2.1. Etat non fissuré	7
I.2.2. Etat fissuré.....	8
I.3. JUSTIFICATIONS DES POUTRES SOUS SOLLICITATIONS TANGENTES.....	10
I.3.1. Vérification à l'Etat limite ultime du béton de l'âme	10
I.3.2. Vérification des armatures d'âme	11
I.3.3. Section minimale d'armatures d'âme.....	13
I.4. REPARTITION DES ARMATURES TRANSVERSALES.....	14
I.4.1. Règle de Caquot.....	15
I.4.2. Règle de Perchat.....	15
I.5. APPLICATION.....	16

CHAPITRE II : Flexion composée

II.1. BASES GENERALES DE LA FLEXION COMPOSEE.....	19
II.1.1. Définition.....	19
II.1.2. Domaine de fonctionnement.....	20
II.2. CALCUL DES SECTIONS AUX ETATS LIMITES	22
II.2.1. Section entièrement tendue.....	22
II.2.1.1. Définition.....	22
II.2.1.2. Etat limite ultime.....	23
II.2.1.3. Etat limite de service.....	23
II.2.2. Section entièrement comprimée.....	24
II.2.2.1. Définition.....	24
II.2.2.2. Etat limite ultime.....	24
II.2.2.3. Etat limite de service.....	25
II.2.3. Section partiellement comprimée.....	26
II.2.3.1. Définition.....	27
II.2.3.2. Etat limite ultime.....	29
II.2.3.3. Etat limite de service.....	31
II.3. APPLICATIONS	32
II.3.1. Application 1.....	32
II.3.2. Application 2.....	34

CHAPITRE III : Torsion

III.1. APERCU GENERAL SUR LE PHENOMENE DE TORSION	37
III.1.1. Définition.....	37
III.1.2. Types de torsion	39
III.1.3. Comportement des poutres soumises à un moment de torsion.....	40
III.2. RESISTANCE A LA TORSION PURE.....	41
III.2.1. Comportement expérimental	41
III.2.2. Vérification de la résistance à la torsion.....	42
III.2.3. Contraintes tangentes de torsion	41

III.3. JUSTIFICATION DU BETON	45
<i>III.3.1. Justification de béton.....</i>	<i>45</i>
<i>III.3.2. Justification des armatures</i>	<i>45</i>
<i>III.3.3. Résistance en torsion et flexion</i>	<i>45</i>
III.4. APPLICATION.....	46

CHAPITRE IV : GENERALITES SUR LE BETON

PRECONTRAINT

VI.1. APERÇU HISTORIQUE.....	51
VI.2. TECHNOLOGIE DE LA PRECONTRAINTE.....	51
<i>VI.2.1. Définition.....</i>	<i>51</i>
<i>VI.2.2. Principe</i>	<i>52</i>
VI.3. METHODES DE PRECONTRAINTE.....	54
<i>VI.3.1. Pré-tension.....</i>	<i>56</i>
<i>VI.3.2. Post-tension.....</i>	<i>57</i>
VI.4. ACTION DE LA PRECONTRAINTE.....	58
VI.5. SYSTEMES DE PRECONTRAINTE.....	59
<i>VI.5.1. Ancrages fixes</i>	<i>60</i>
<i>VI.5.2. Ancrages mobiles.....</i>	<i>60</i>
<i>VI.5.3. Coupleurs.....</i>	<i>61</i>
<i>VI.5.4. Ancrages intermédiaires.....</i>	<i>61</i>
<i>VI.5.5. Ancrages multiples.....</i>	<i>62</i>
VI.6. DETAILS DE CONSTRUCTION DE PRECONTRAINTE	62
VI.7. REGLEMENTS.....	64
<i>VI.7.1. Fondements des règles de calcul et de justification.....</i>	<i>65</i>
<i>VI.7.2. Prescription réglementaire (BPEL)</i>	<i>66</i>

NOTATIONS

✓ Majuscules Romaines

A (ou A_s ou A_l) : Aire d'une section d'acier (longitudinal)

A_t : Somme des aires des sections droites d'un cours d'armatures transversales

B : Aire d'une section de béton

E_s : Module de Young de l'acier

E_{ij} : Module de Young instantané à l'âge de j jours

E_{vj} : Module de Young différé l'âge de j jours

F : Force ou action en général

I_1 : Moment d'inertie de la section homogénéisée par rapport au béton (ELS)

M_{ser} : Moment fléchissant de calcul de service

M_u : Moment fléchissant de calcul ultime

N_{ser} : Effort normal de calcul de service

N_u : Effort normal de calcul ultime

P : Action permanente

Q : Action d'exploitation

S_n : Résultante des charges de neige

V_u : Effort tranchant de calcul ultime

W : Résultante des actions du vent

✓ Minuscules Romaines

a : Largeur d'un poteau

b : Largeur d'une poutre (table), d'un poteau

b_0 : Largeur de l'âme d'une poutre

d (et d') : Position des armatures tendues (et comprimées) par rapport à la fibre la plus comprimée de la section de béton

e : Excentricité de l'effort normal

f_e : Limite d'élasticité de l'acier

f_{cj} : Résistance caractéristique à la compression du béton âgé de j jours

f_{tj} : Résistance caractéristique à la traction du béton âgé de j jours

h : Hauteur d'une poutre

h_0 : Hauteur du talon d'une poutre
 i : Rayon de giration d'une section
 j : Nombre de jours de maturité du béton
 l : Portée d'une poutre ou d'une dalle, hauteur d'un poteau
 l_s : Longueur de scellement droite
 l_f : Longueur de flambement
 n : Coefficient d'équivalence acier-béton
 st : Espacement des armatures transversales
 u : Périmètre
 x : Abscisse
 y : Ordonnée
 z (ou z_b) : Bras de levier du couple de flexion

✓ Minuscules Grecs

α : Angle d'une armature avec la fibre moyenne, coefficient sans dimension en général (alpha)
 α_u : Profondeur de l'axe neutre adimensionnée à l'ELU
 γ_s : Coefficient partiel de sécurité sur l'acier (*gamma*)
 γ_b : Coefficient partiel de sécurité sur le béton
 ϵ_{bc} : Déformation maximale du béton comprimé (*epsilon*)
 ϵ_{st} : Déformation des armatures tendues
 ϵ_{sc} : Déformation des armatures comprimées
 η : Coefficient de fissuration relatif à une armature (*eta*)
 λ : Elancement mécanique d'une pièce comprimée (*lambda*)
 μ_{ser} : Moment ultime réduit à l'ELS (*mu*)
 μ_u : Moment ultime réduit à l'ELU
 ν : Coefficient de poisson (*nu*)
 ρ : Rapport de la section d'acier sur celle du béton (*rho*)
 σ : Contrainte normale (*sigma*)
 σ_{bc} : Contrainte maximale du béton comprimé
 σ_{st} : Contrainte dans les aciers tendus
 σ_{sc} : Contrainte dans les aciers comprimés
 τ : Contrainte tangente (*tau*)

τ_u : Contrainte tangente conventionnelle

τ_s : Contrainte d'adhérence

\emptyset_l : Diamètre d'une armature longitudinale

\emptyset_t : Diamètre d'une armature transversale

ψ_s : Coefficient de scellement relatif à une armature (*psi*)

CHAPITRE I : Effort tranchant

I.1. EFFORT TRANCHANT DANS UNE POUTRE FLECHIE.....	2
I.1.1. Rappel de notions de R.D.M.....	2
I.1.2. Application au béton armé.....	3
I.1.3. Relation entre l'effort tranchant et la contrainte tangentielle.....	6
I.2. ZONES SOUMISES A L'EFFORT TRANCHANT.....	7
I.2.1. Etat non fissuré.....	7
I.2.2. Etat fissuré.....	8
I.3. JUSTIFICATIONS DES POUTRES SOUS SOLLICITATIONS TANGENTES	10
I.3.1. Vérification à l'Etat limite ultime du béton de l'âme	10
I.3.2. Vérification des armatures d'âme.....	11
I.3.3. Section minimale d'armatures d'âme	13
I.4. REPARTITION DES ARMATURES TRANSVERSALES.....	14
I.4.1. Règle de Caquot.....	15
I.4.2. Règle de Perchat.....	15
I.5. APPLICATION	16

I.1. EFFORT TRANCHANT DANS UNE POUTRE FLECHIE

I.1.1. Rappel de notions de R.D.M

Soit une poutre droite à plan moyen, de hauteur constante, formée par un matériau unique, ou constitué par des matériaux différents, et dont on supposera seulement qu'elle obéit à la loi de Navier (conservation des sections planes), Figure I.1.

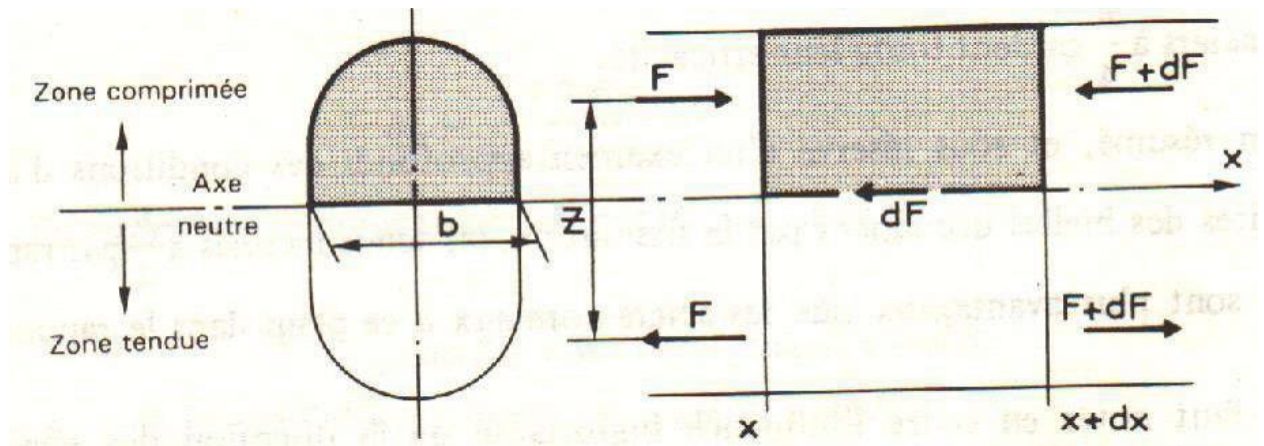


Figure I.1 : Résultantes de forces dans une poutre fléchie

La poutre étant soumise, dans sa section d'abscisse « x » à un moment fléchissant « M », qu'on supposera positif pour fixer les idées, les régions supérieures de la section, comprimées, sont séparées des régions inférieures, tendues, par une droite horizontale appelée l'axe neutre. Chacune de ces deux zones est soumise à un effort global « F » et si « Z » est la distance entre les résultantes des contraintes dans chacune des deux zones, le moment fléchissant s'exprime par :

$$M = F \cdot Z$$

Avec :

- ✓ F : l'effort global ;
- ✓ Z : le bras de levier de la section (distance entre les résultantes des contraintes dans chacune des deux zones).

Soit « dM » la variation du moment fléchissant entre la section « x » et une section voisine « $x+dx$ » :

$$M(x + dx) = M(x) + dM$$

Dans la section « $x+dx$ », les efforts supportés par les zones comprimée et tendue, deviennent « $F+dF$ », avec :

$$dF = \frac{dM}{Z}$$

Si nous considérons maintenant le solide hachuré sur la figurée ci-dessus, on voit que son équilibre n'est assuré que si, suivant le plan de l'axe neutre, s'exerce une force tangente égale à « dF ».

La valeur de cette force de glissement, rapportée à l'unité de longueur de la poutre est :

$$\frac{dF}{dx} = \frac{1}{Z} \frac{dM}{dx}, \text{ soit } \frac{dF}{dx} = \frac{V}{Z}$$

L'effort tranchant « V » étant identique à la dérivée du moment fléchissant par rapport à l'abscisse. Si on appelle « b » la largeur de la poutre au droit de l'axe neutre, la contrainte moyenne de cisaillement à ce niveau à donc pour valeur :

$$\tau = \frac{V}{b \cdot Z}$$

L'application du théorème de Cauchy montre d'ailleurs que cette même contrainte s'exerce dans le plan de la section de la poutre.

L'effort de glissement est maximal au niveau de l'axe neutre. Pour connaître la loi de répartition de l'effort de glissement en fonction de la hauteur dans la section, il est nécessaire de connaître la répartition des contraintes normales, c'est-à-dire la loi contrainte-déformation du matériau (remarquons que la connaissance de cette loi est également nécessaire pour la détermination du bras de levier de la section).

I.1.2. Application au béton armé

En gardant l'hypothèse faite à propos de la flexion, le non intervention du béton tendu, la section d'une poutre en béton armé se présente comme formée de deux membrues séparées, comme l'indique le diagramme des contraintes normales de la Figure I.2, et l'effort tranchant tend à faire glisser horizontalement ces membrues l'une par rapport à l'autre, l'effort de glissement ayant une intensité égale à « $\frac{V}{Z}$ ».

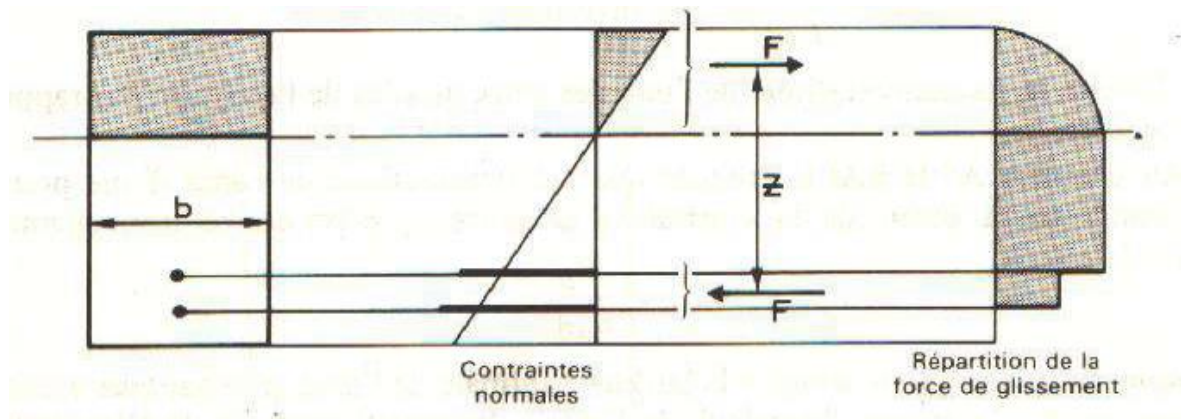


Figure I.2 : Section d'une poutre fléchie

La Figure I.2 montre l'exemple d'une section rectangulaire, avec deux lits d'armatures tendues : le glissement est constant entre l'axe neutre et le premier li d'armatures ; à ce niveau, il subit une discontinuité, et s'annule au delà du lit inférieur. Dans la zone comprimée, le glissement décroît jusqu'au sommet de la poutre, et, avec un diagramme de contrainte linéaire, il est facile de voir que sa variation en fonction de la hauteur est parabolique.

A partir du glissement, et comme nous l'avons fait plus haut, nous pouvons définir la contrainte de cisaillement :

$$\tau = \frac{V}{b \cdot Z}$$

Avec :

- ✓ **b** : la largeur de la section au niveau considéré ;
- ✓ **V** : effort tranchant ;
- ✓ **Z** : le bras de levier.

Ainsi, pour une poutre dont l'épaisseur de l'âme est constante, « τ » est pratiquement **constant** sur la hauteur de l'âme. En conséquence, Les éléments porteurs soumis à un moment « M » variable subissent simultanément un effort tranchant :

$$V = \frac{dM}{dX}$$

Il est important de noter que la contrainte de cisaillement ainsi étant défini, à partir du moment où la poutre est fissurée, ne correspond qu'à une fonction commode, mais qu'elle n'a pas de réalité physique, le béton étant formé, à la limite, par la justification de bielles obliques, Figure

I.3. Malgré son caractère fictif, la connaissance de la contrainte « τ » a un grand intérêt, car elle définit le degré de sollicitation du béton.

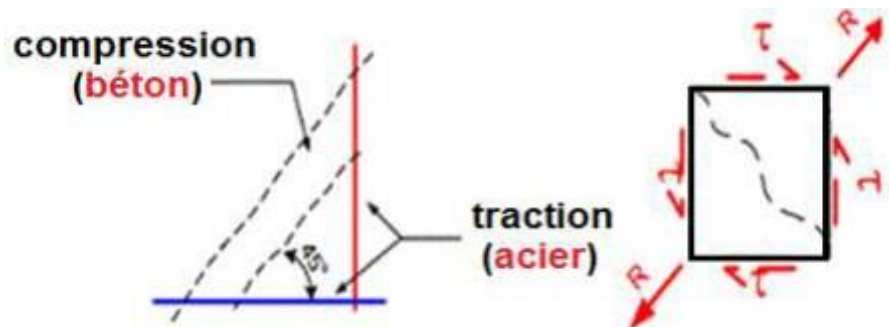


Figure I.3 : Répartition de la contrainte de cisaillement

En toute logique la contrainte de cisaillement devrait s'exprimer par la formule basée sur la considération de la section totale homogène, Figure I.4.

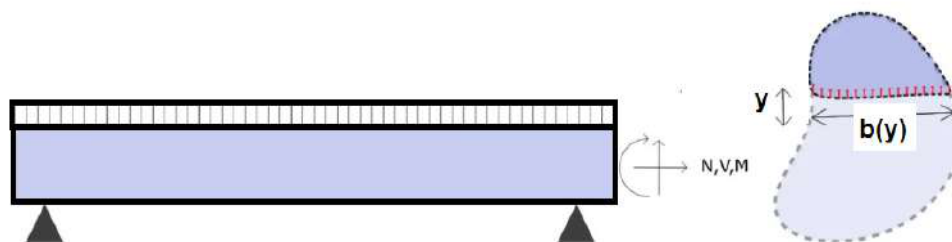


Figure I.4 : Exemple d'une section soumise à l'effort tranchant

La contrainte de cisaillement élastique (ou contrainte tangentielle) « τ_y » peut être déterminée en un point d'une section quelconque soumise à un effort tranchant suivant l'axe (y-y), en utilisant l'expression suivante (Figure I.3) :

$$\tau_y = \frac{V \cdot M_y}{I \cdot b_y}$$

Avec :

- ✓ **M_y** : le moment statique de l'aire hachurée par rapport à l'axe neutre.
- ✓ **Y** : la distance du bord supérieur de la section au point considéré ;
- ✓ **V** : l'effort tranchant agissant sur la section étudiée ;
- ✓ **b** : la largeur de la section au niveau du point considéré ;
- ✓ **I** : le moment d'inertie de flexion par rapport à l'axe y-y de la section complète. (la section totale).

I.1.3. Relation entre l'effort tranchant et la contrainte tangentielle

Pour une section rectangulaire, la contrainte tangente maximale est donnée par l'équation suivante :

$$\tau(x) = \frac{T(x) \cdot S}{b \cdot I}$$

Avec :

- ✓ $T(x)$: effort tranchant ;
- ✓ S : Moment statique de la section ;
- ✓ b : largeur de la section ;
- ✓ I : Moment d'inertie de la section.

Pour **une section rectangulaire homogène**, la contrainte tangente maximale est donnée par :

$$\tau(x) = \frac{T(x)}{b \cdot z}$$

Avec :

- ✓ z : Bras de levier entre les points d'application de la résultante béton et aciers tendus.

Pour le cas **d'une section en béton armé**, on introduit l'hypothèse de « l'hétérogénéité », la contrainte tangentielle conventionnelle sera donnée par l'équation suivante (Figure I.5):

$$\tau(x) = \frac{3}{2} \frac{T}{b \cdot h} = \frac{T}{b \left(\frac{2}{3} h \right)}$$

On pose $z = 0.9 \cdot d$ en première approximation, il vient alors d'obtenir :

$$\tau(x) = \frac{T}{0.9 \cdot b \cdot d}$$

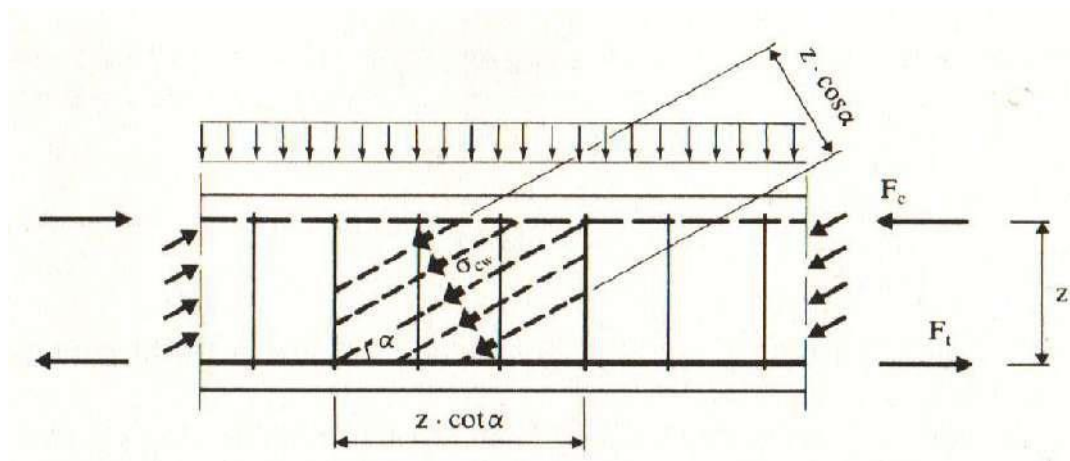


Figure I.5 : Equilibre par bielles multiples

I. 2. ZONES SOUMISES A L'EFFORT TRANCHANT

I.2.1. Etat non fissuré

Considérons une poutre rectangulaire sur deux appuis simples soumise à une charge uniformément répartie. Le béton étant admis à l'état non fissuré, les trajectoires des contraintes principales, calculées à partir de contraintes longitudinales « σ » et contraintes tangentielles « τ », se présentent sur la Figure I.6.

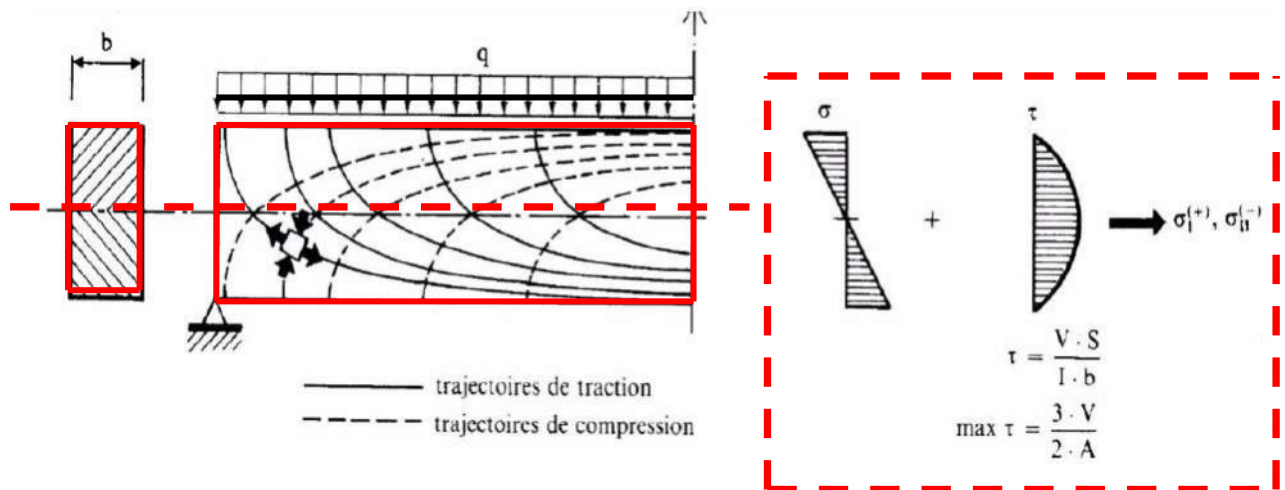


Figure 1.6 : Trajectoires des contraintes principales à l'état non fissuré

Les contraintes principales de traction à l'arête inférieure nécessitent de disposer des armatures longitudinales. De même, il apparaît des contraintes principales de traction obliques qui sont inclinées à 45° au niveau neutre et qui doivent être reprises par une armature adéquate (dite armature d'effort tranchant). Il s'agit en général d'étriers placés verticalement, Figure I.7

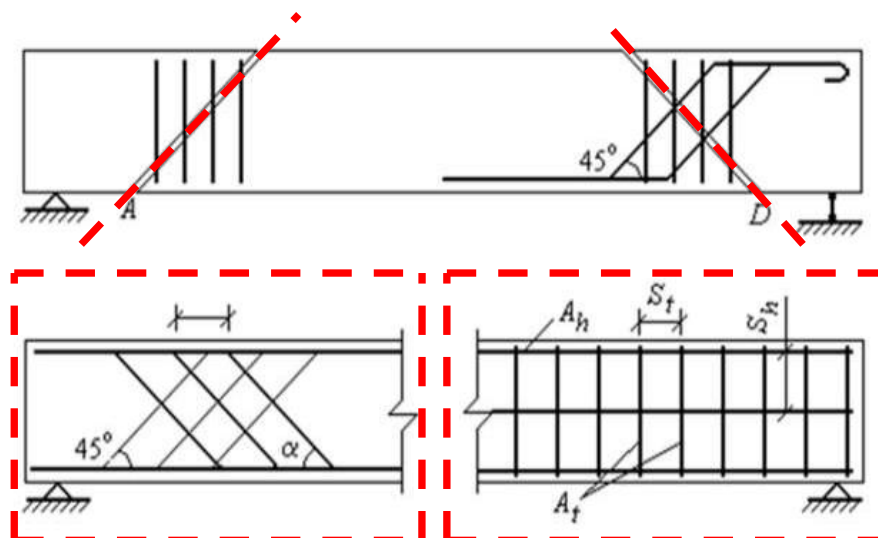


Figure 1.7 : Schémas de principe sur la disposition des armatures transversales

I.2.2. Etat fissuré

En effet, si la charge augmente suffisamment, les contraintes principales de traction atteignent la résistance à la traction « f_{ct} » et le béton se fissure, ce qui se produit généralement sous charge totale de service, Figure I.8.

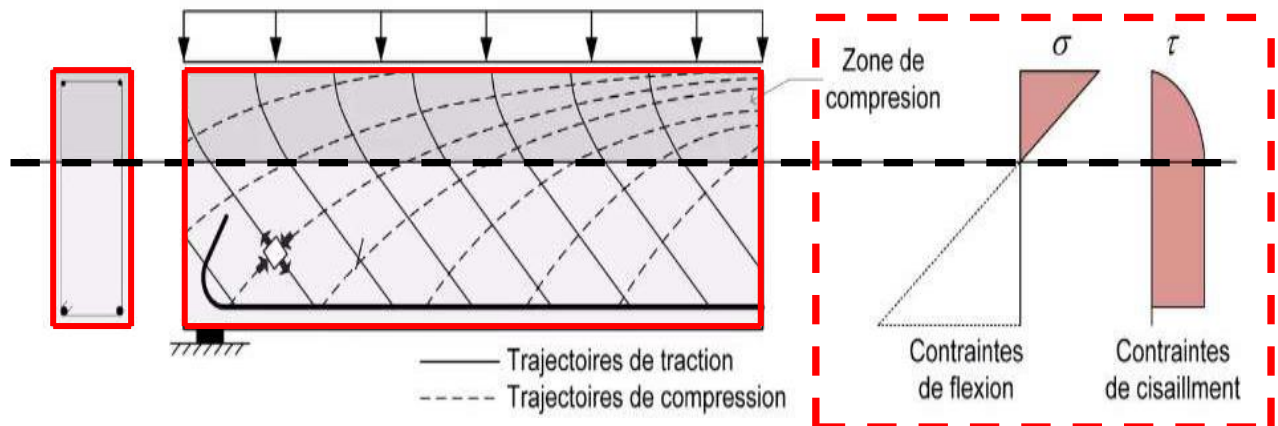


Figure 1.8 : Trajectoires des contraintes principales à l'état fissuré

Les contraintes tangentielles « τ », produit par l'effort tranchant, a une influence sur la valeur et la direction (compression et traction) des contraintes principales « σ », Figure I.9. On peut distinguer deux types de fissures :

- ✓ Un risque de fissuration (45°) lorsque la de cisaillement à la traction est élevée (Elément BD) ;
- ✓ Un risque d'écrasement de béton suivant les champs des contraintes principales de compression du béton (les bielles de compression), découpées par les fissures (Élément AC).

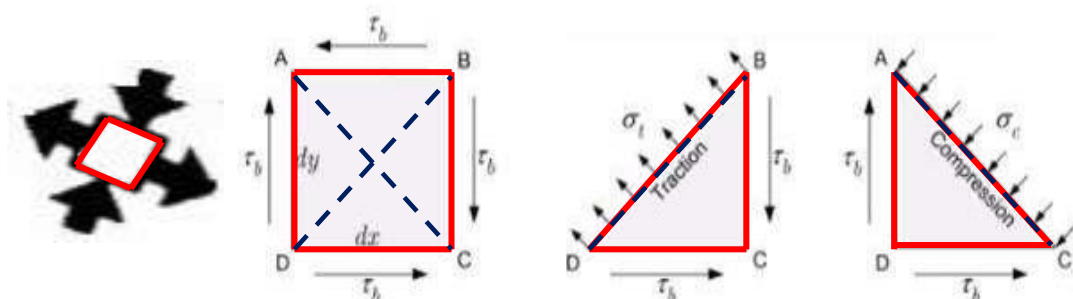


Figure 1.9 : Visualisation des effets produits par l'effort tranchant dans poutre fléchie en béton armé

S'il n'y a pas d'armature d'effort tranchant, le comportement structural de la poutre change au fur et mesure avec la progression des fissures et s'approche de celui d'un arc à tirant, ce dernier étant constitué par l'armature longitudinale, Figure I.10.

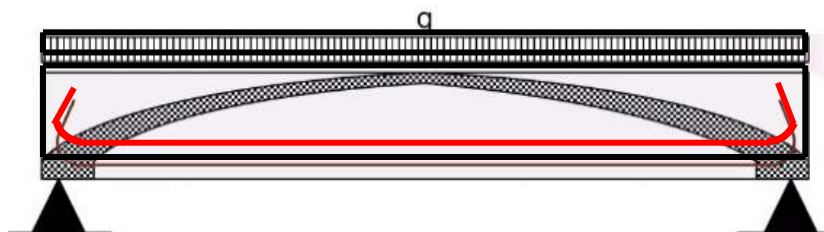


Figure I.10 : Poutre sans armatures d'effort tranchant : système porteur arc-tirant

Ce comportement se retrouve dans les éléments peu élancés, en particulier dans les dalles sans armatures d'effort tranchant autorisées par les normes pour les sollicitations relativement faibles.

On considère un morceau de poutre, situé entre deux fissures successives, Figure I.11. On peut distinguer trois catégories de forces :

- ✓ Les contraintes de cisaillement dans la zone comprimée du béton (non fissuré) ;
- ✓ Cisaillement transmis dans la fissure (aggregate interlock) ;
- ✓ Effet de goujon du à l'armature principale de flexion (dowel action) .

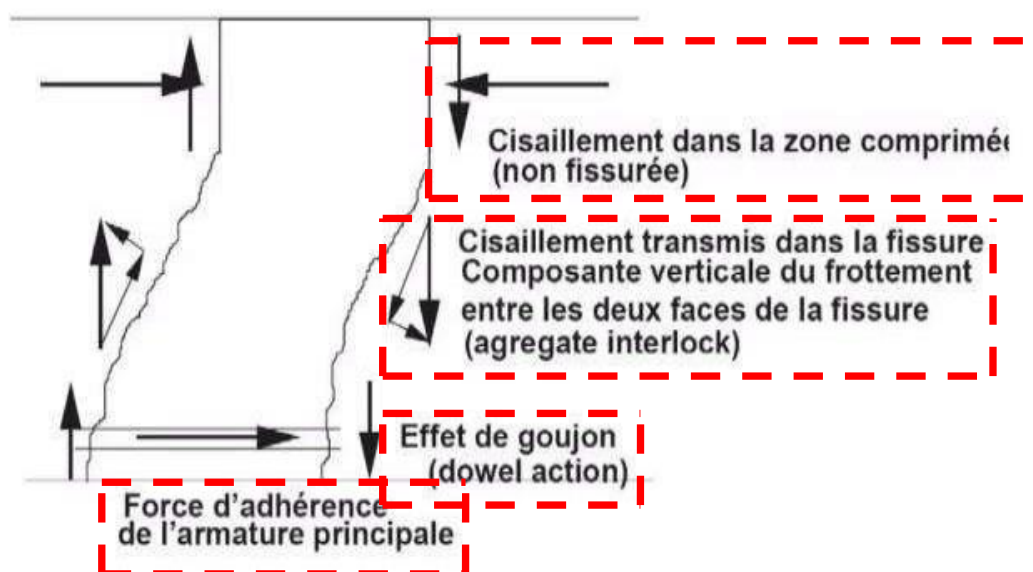


Figure I.11 : Fissuration due à l'effort tranchant

I.3. JUSTIFICATIONS ET DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES

Il s'agit des justifications à effectuer pour les poutres sous sollicitations d'effort tranchant, qui concernent :

- ✓ la contrainte tangente ultime de cisaillement du béton ;
- ✓ les armatures transversales de l'âme (ex : cadre, étriers) ;
- ✓ les zones d'appui de poutre (appui simple d'about et appui intermédiaire) ;

La sollicitation d'effort tranchant « V_u » est toujours déterminée à l'état limite ultime (E.L.U).

La combinaison de base dans les cas courants pour calculer « V_u » est :

$$1,35G + 1,5Q$$

I.3.1. Vérification à l'Etat limite ultime du béton de l'âme

La réglementation définit la contrainte conventionnelle de cisaillement à l'E.L.U:

$$\tau_u = \frac{V_u}{b \cdot d}$$

Pour les armatures transversales (cadres, étriers et épingles), la contrainte conventionnelle de cisaillement à ELU doit vérifier :

a) cas des armatures transversales droites ($\alpha = \pi/2$) :

✓ En fissuration peu préjudiciable :

$$\tau_{ELU} \leq \min \left(\frac{0,2 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} ; 5 \text{ MPa} \right)$$

✓ En fissuration préjudiciable ou très préjudiciable :

$$\tau_{ELU} \leq \min \left(\frac{0,15 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} ; 4 \text{ MPa} \right)$$

b) Cas des armatures transversales inclinées (45°) :

Quelle que soit la fissuration, la vérification à faire est :

$$\tau_{ELU} \leq \min \left(\frac{0,27 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} ; 7 \text{ MPa} \right)$$

I.3.2. Vérification des armatures d'âme

Considérons une poutre dont les armatures d'âme sont constituées de barres ayant une sur la ligne moyenne, Figure I.12.

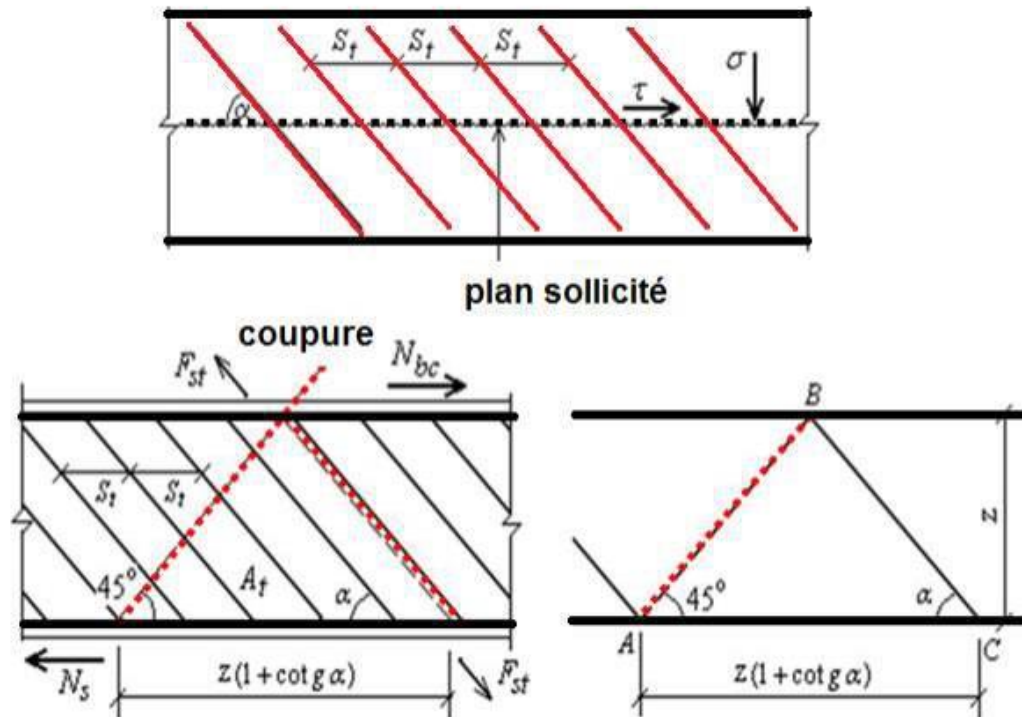


Figure 1.12 : Constitution des armatures d'âme dans une poutre

La section de la diagonale « BC » étant égale à la somme des sections des barres inclinées rencontrées dans la poutre sur la longueur :

$$Z(1 + \cot g \alpha)$$

Alors on obtient :

$$n = \frac{Z(1 + \cot g \alpha)}{S_t}$$

En projetant l'équilibre des forces sur la verticale, on a:

$$F_{st} \cdot \sin \alpha = T_u$$

$$\sigma_{st} = \frac{F_{st}}{n \cdot A_t} = \frac{T_u}{\sin \alpha \left(\frac{Z(1 + \cot g \alpha)}{S_t} \right) A_t}$$

Avec :

$$\tau_b = \frac{T_u}{b \cdot z}$$

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_0 \cdot S_t}$$

$$\sigma_{st} = \frac{\tau_b}{\rho_t (\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

Ou :

ρ_t : les pourcentage d'armatures transversales dans l'âme ;

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot S_t} \geq \frac{\tau_{ELU} - 0,3 \cdot f_{tj}^*}{0,9 \frac{f_e}{\gamma_s}}$$

$$k = \begin{cases} 0 \rightarrow \begin{cases} \text{—si la fissuration est très préjudiciable} \\ \text{—dans le cas de reprise de bétonnage} \end{cases} \\ 1 \rightarrow \text{dans le cas des surfaces de reprise} \end{cases}$$

$$f_{tj}^* = \min(f_{tj}, 3,3 \text{ MPa})$$

Il est nécessaire de placer des armatures d'effort tranchant (armatures transversales), afin d'empêcher le développement des fissures dues au phénomène de cisaillement.

La section des armatures transversales est donnée par :

$$A_t = n \cdot \frac{\pi \times \emptyset^2}{4}$$

Avec :

- ✓ **n** : nombre de brins verticaux ;
- ✓ **\emptyset** : diamètre de l'armature ;
- ✓ **St** : espacement de deux « cours » successifs (variable).

Les longueurs droites des armatures transversales (les cadres, les épingles et les étriers) sont récapitulées dans le Tableau I.1.

Tableau 1.1 : Longueurs droites des armatures transversales

diamètre	cadre	Epingle	étrier
$\phi \leq 12 \text{ mm}$	$2(a + b) + 20\phi$	$a + 20\phi$	$2a + 22\phi$
$12 < \phi \leq 12 \text{ mm}$	$2(a + b) + 22\phi$	$a + 25\phi$	$2a + 28\phi$

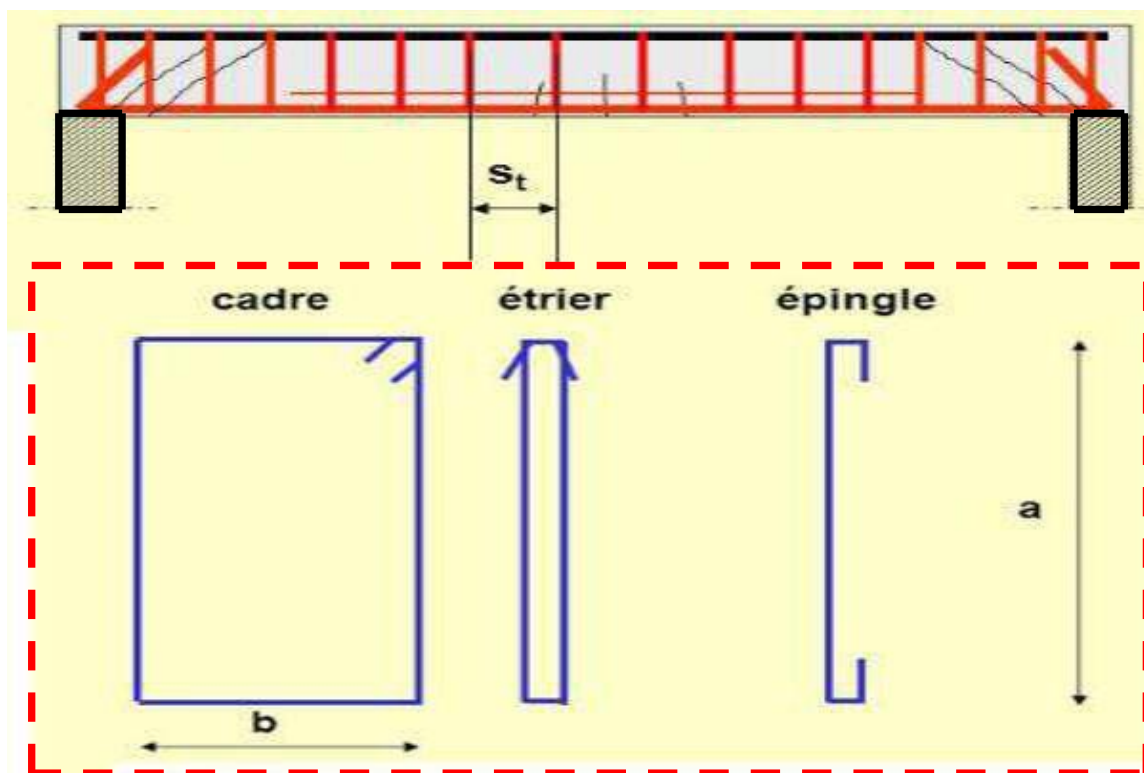


Figure 1.13 : Présentation des armatures transversales (cadre, étrier et épingle)

I.3.3. Section minimale d'armatures d'âme

On doit vérifier les conditions complémentaires suivantes:

$$S_t \leq \min[0,9.d ; 40 \text{ cm}]$$

$$\phi_t \leq \min \left[\frac{h}{35} ; \phi_l ; \frac{b}{10} \right]$$

$$\frac{A_t}{S_t} \leq 0,4 \cdot 10^6 \frac{b}{f_e}$$

$$\rho_t \geq \rho_{tmin} = \frac{1}{f_e} \max \left\{ \frac{\tau_u}{2}; 0,4 \text{ MPa} \right\}$$

Avec :

- ✓ \emptyset_t : le diamètre des armatures transversales ;
- ✓ \emptyset_l : le diamètre des armatures longitudinales ;
- ✓ b : la largeur de l'âme ;
- ✓ f_e : la nuance d'acier ;
- ✓ d : la hauteur utile ;
- ✓ h : la hauteur totale ;
- ✓ S_t : espacement entre les cadres ;
- ✓ ρ_t : les pourcentage d'armatures transversales dans l'âme ;
- ✓ τ_u : la contrainte de cisaillement.

I.4. REPARTITION DES ARMATURES TRANSVERSALES

La répartition des armatures transversales dépend principalement sur le diagramme des efforts tranchant pour l'élément étudié. On présente à titre d'exemple une poutre appuyée (Figure I.14), ou on peut distinguer trois phases de la variation de l'effort tranchant :

- ✓ L'effort tranchant est **important** → espacement des cadres est **faible** ;
- ✓ L'effort tranchant est **nul** → espacement des cadres est **important** ;
- ✓ L'effort tranchant **important** → espacement des cadres est **faible** .

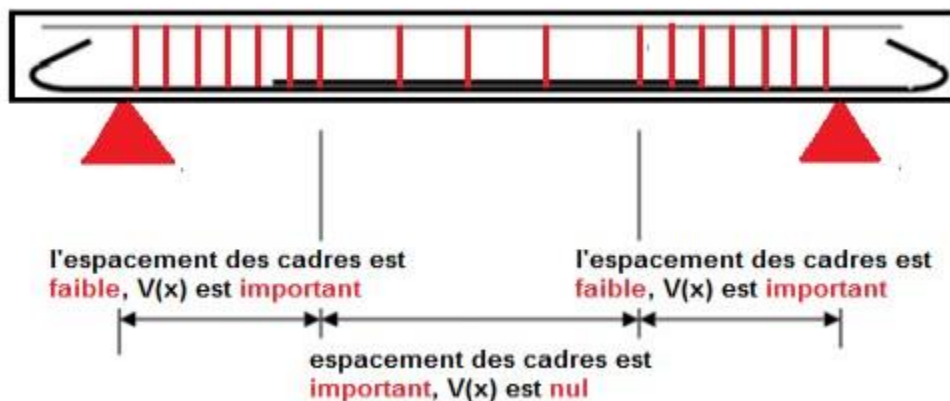


Figure 1.14 : Exemple de la détermination des espacements selon la méthode de Caquot

I.4.1. Règle de Caquot

Les conditions d'application de cette méthode forfaitaire, pour la détermination pratique des espacements, sont comme le suivant :

- ✓ Charges uniformément répartie ;
- ✓ Section constante de poutre ;
- ✓ Cas de flexion simple et $k=1$.

Démarches à suivre :

- ✓ Calcul l'écartement « S_{t0} » des armatures transversales à l'appui;
- ✓ positionner le premier cadre à « $0,5.S_{t0}$ » du nu de l'appui ;
- ✓ Espacements suivants en prenant la suite des valeurs en cm :

« 7-8-9-10-11-13-16-20-25-35-40 »

Chaque valeur d'espacement est répétée autant de fois qu'il y a de metres dans la demie-portée.

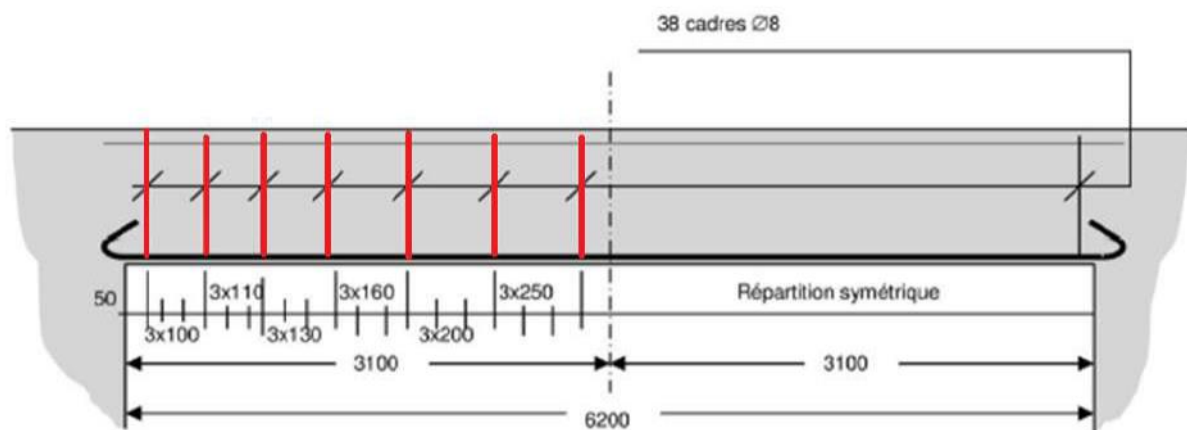


Figure 1.15 : Exemple de la détermination des espacements selon la méthode de caquot

I.4.2. Règle de Perchat

Cette méthode repose sur le même principe de la méthode de Caquot. Elle est applicable dans les mêmes conditions.

Démarches à suivre :

- ✓ Placer le premier cadre à « $0,5.S_{t0}$ » du nu de l'appui ;
- ✓ Placer espacement « $n_0.S_{t0}$ » avec : $n_0 \geq \frac{1}{2} \left(\frac{h}{S_{t0}} - 1 \right)$;
- ✓ Puis « $n_0.S_{t1}$ », « $n_0.S_{t2}$ », « $n_0.S_{tn}$ »

$$L'_o = 1 + (L_0 - \frac{h}{2}) (1 - \frac{0,5 \cdot K'}{\tau_u(h/2)})$$

Avec :

$$L_0 = \frac{L}{2} \quad \text{et} \quad K' = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{pas de reprise de bétonnage} \\ 0 \rightarrow \text{en présence de reprise de bétonnage} \end{cases}$$

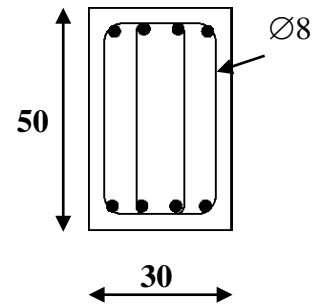
- ✓ Adopter la suite des nombres pour l'espacement : « 7-8-9-10-11-13-16-20-25-35-40 » ;

I.5. Application

Soit une poutre d'une section rectangulaire (30x50) et de portée $L = 6 \text{ m}$ soumise à un effort tranchant $T_u = 230 \text{ KN}$.

Sachant que :

- ✓ $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$;
- ✓ la fissuration est **préjudiciable** ;
- ✓ les cadres transversaux sont **droits** et de nuance **FeE235** ;
- ✓ il n'y a **pas de reprise de bétonnage**.



Solution :

- ✓ **La vérification de la contrainte de cisaillement dans le béton :**

$$\tau_u = \frac{T_u}{b \cdot d} = \frac{0,230}{0,3 \times 0,45} \Rightarrow \tau_u = 1,70 \text{ MPa}$$

On a une fissuration est préjudiciable:

$$\overline{\tau_u} \leq \min \left(\frac{0,15 \cdot f_{c28}}{\gamma} ; 4 \text{ MPa} \right) \Rightarrow \overline{\tau_u} \leq \min \left(\frac{0,15 \times 25}{1,5} ; 4 \text{ MPa} \right) \Rightarrow \overline{\tau_u} = 2,5 \text{ MPa}$$

Donc : $\tau_u < \overline{\tau_u}$

- ✓ **calcul de l'espacement entre cadres :**

$$\frac{A_t}{b \cdot St} \geq \frac{\tau_u - 0,3 \cdot k \cdot f_{ij}}{0,8 \cdot f_e (\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

- ✓ cadres droits : $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$;
- ✓ $f'_{ij} = \min (f_{ij} ; 3,3 \text{ MPa}) \Rightarrow f'_{ij} = 2,1 \text{ MPa}$;
- ✓ $k = 1$ (cas général) ;
- ✓ $A_t = 4\varnothing 8 = 2,01 \text{ cm}^2$;
- ✓ $f_e = 235 \text{ MPa}$.

$$\Rightarrow St \leq \frac{A_t \cdot 0,8 \cdot f_e}{b \cdot (\tau_u - 0,3 \cdot k \cdot f'_{ij})} \Leftrightarrow St \leq \frac{A_t \cdot 0,8 \cdot f_e}{b \cdot (\tau_u - 0,3 \cdot k \cdot f_{ij})}$$

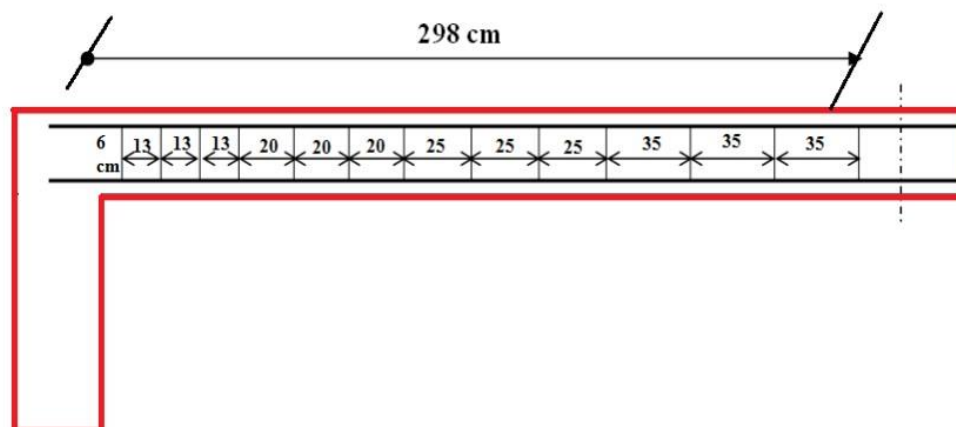
$$\Leftrightarrow St \leq \frac{2,01 \times 10^{-4} \times 0,8 \times 235}{0,3(1,48 - 0,3 \times 1 \times 2,1)} \Rightarrow St \leq 14,8 \text{ cm.}$$

Conditions complémentaires :

- ✓ $St \geq 7 \text{ cm}$ avec $St_{\min} = 7 \text{ cm}$.
- ✓ $St \leq \min (0,9 \cdot d ; 40 \text{ cm}) \Leftrightarrow St \leq \min (40,5 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}) \Leftrightarrow St = 7 \text{ cm} < 40 \text{ cm (CV)}$;
- ✓ $\frac{A_t \cdot f_e}{b \cdot St} \geq 0,4 \text{ MPa} \Rightarrow \frac{2,01 \times 10^{-4} \times 235}{0,30 \times 0,148} = 1,06 \text{ MPa} \geq 0,4 \text{ MPa (CV)}$
- ✓ $\varnothing_t \leq \min \left(\frac{h}{35} ; \frac{b}{10} ; \phi_l \right)$ choix effectué à la flexion.
- ✓ $\varnothing_t \leq 12 \text{ mm}$

à partir de la règle de Caquot on aura : $St = 13 \text{ cm}$. $n = L/2 = 6,00/2 = 3$

Alors la répartition des armatures transversales est représentée sur la Figure suivante :



CHAPITRE II : Flexion composée

II.1. BASES GENERALES DE LA FLEXION COMPOSEE.....	19
II.1.1. Définition.....	19
II.1.2. Domaine de fonctionnement.....	20
II.2. CALCUL DES SECTIONS AUX ETATS LIMITES.....	22
II.2.1. Section entièrement tendue.....	22
II.2.1.1. Définition.....	22
II.2.1.2. Etat limite ultime.....	23
II.2.1.3. Etat limite de service.....	23
II.2.2. Section entièrement comprimée.....	24
II.2.2.1. Définition.....	24
II.2.2.2. Etat limite ultime.....	24
II.2.2.3. Etat limite de service.....	25
II.2.3. Section partiellement comprimée.....	26
II.2.3.1. Définition.....	27
II.2.3.2. Etat limite ultime.....	29
II.2.3.3. Etat limite de service.....	31
II.3. APPLICATIONS.....	32
II.3.1. Application 1.....	32
II.3.2. Application 2.....	34

II.1. BASES GENERALES DE LA FLEXION COMPOSEE

II.1.1. Définition

On dit qu'une poutre est soumise à la flexion composée, si les éléments de réduction au centre de gravité des sections droites sont tels que :

$$M \neq 0$$

$$N \neq 0$$

$$T \neq 0$$

Dans ce cas, la poutre est alors soumise simultanément à « la flexion simple » et à « la traction » ou « la compression simple », Figure II.1 et II.2.

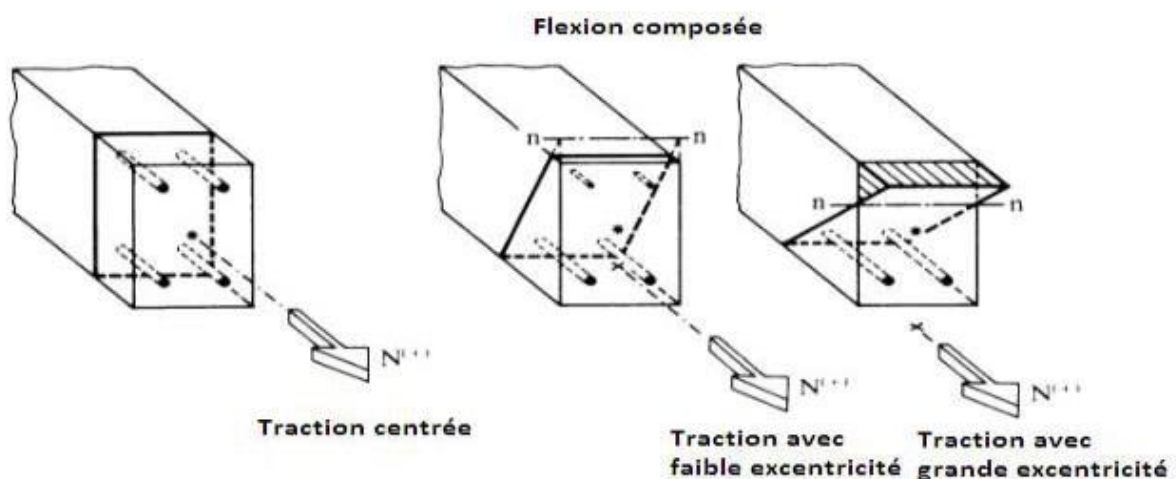


Figure II.1 : Déformations spécifiques et axes neutres pour différents modes sollicitations (Traction centrée et flexion composée)

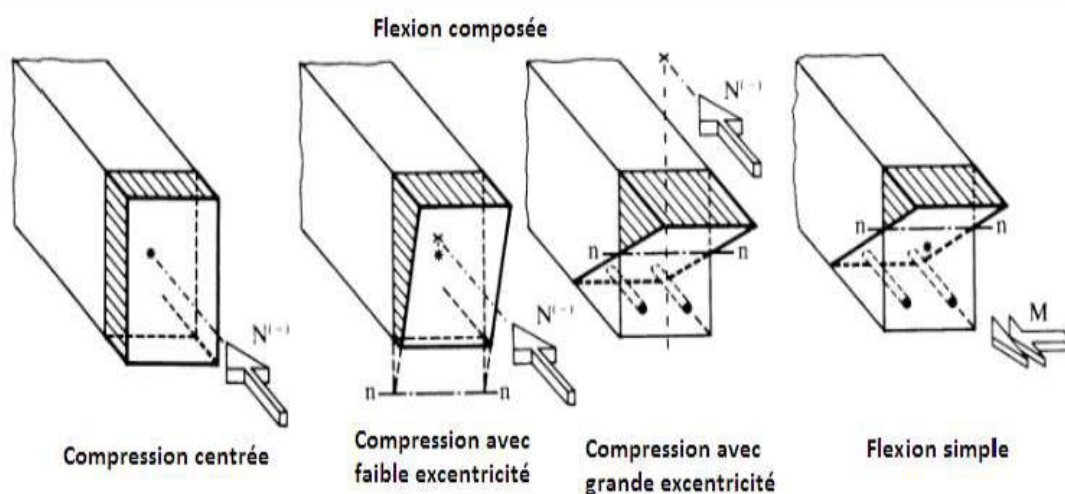


Figure II.2 : Déformations spécifiques et axes neutres pour différents modes sollicitations (Compression centrée, flexion composée et flexion simple)

II.1.2. Domaine de fonctionnement

En fonction de la distribution des contraintes dans la section étudiée, on peut distinguer trois cas principaux de la flexion composée (Figure II.3) :

- ✓ Section entièrement tendue ;
- ✓ Section entièrement comprimée ;
- ✓ Section partiellement comprimée.

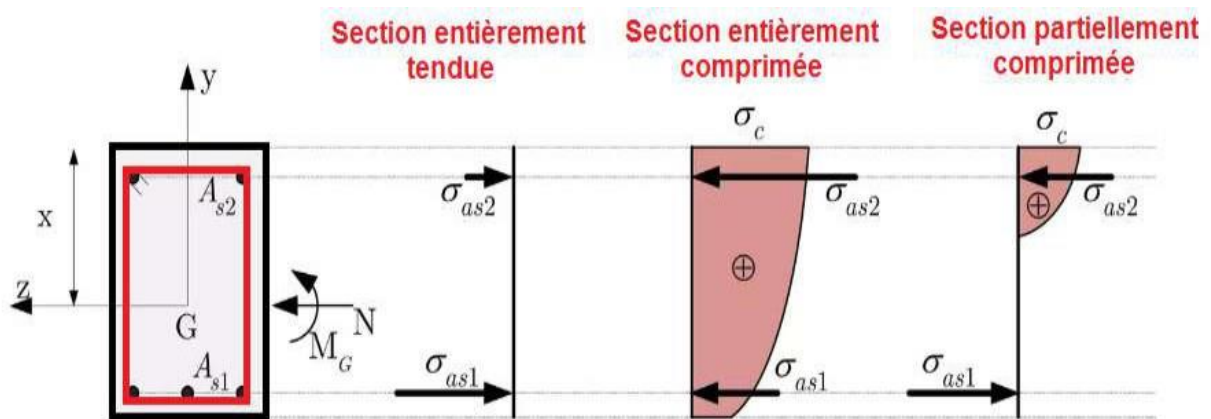


Figure II.3 : Cas possibles de *distribution des contraintes dans la section soumise à la flexion composée*

A noter que l'effort normal sera :

- ✓ « **Positif** » pour « **la compression** » ;
- ✓ « **Négatif** » pour « **la traction** ».

En fonction de la position de neutre, on peut distinguer plusieurs cas de type de section (Tableau II.1) :

Tableau II.1 : Intervalles possibles de position de l'axe neutre

$x < 0$	$0 \leq x < d'$	$d' \leq x < d$	$d \leq x < h$	$x \geq h$
Section entièrement tendue	Section avec deux nappes d'aciers tendus	Section avec deux nappes d'aciers tendus	Section avec deux nappes d'aciers comprimés	Section entièrement comprimée
	$0 \leq x \leq h \rightarrow$ section partiellement tendue			

Afin de savoir le type de la section (entièrement tendue, entièrement comprimée ou partiellement comprimée), on doit vérifier les conditions suivant sa nature, comme récapitule le tableau suivant (Tableau II.2) :

Tableau II.2 : Intervalles possibles de position de l'axe neutre

domaine	section	Vérification de la nature de section
Domaine (I)	Section non armée (Béton surabondant)	$N_u \leq 0,81 \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{bc} \text{ et } M_A < N_u \cdot d \left(1 - 0,514 \frac{N_u}{b \cdot d \cdot \sigma_{bc}}\right)$ <p style="text-align: center;">Ou :</p> $N_u > 0,81 \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{bc} \text{ et } M_A < b \cdot h^2 \cdot \sigma_{bc} \left(\frac{5}{14} - \frac{N_u}{b \cdot d \cdot \sigma_{bc}} \left(\frac{6}{7} - \frac{d}{h}\right)\right)$
Domaine (II)	Section partiellement comprimée avec armature inférieure tendue	$N_u(d - d') - M_A \leq \left(0,337 - 0,81 \frac{d'}{d}\right) b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}$
Domaine (III)	Section partiellement comprimée avec armature inférieure comprimée	$\left(0,337 - 0,81 \frac{d'}{d}\right) b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc} < N_u(d - d') - M_A$ $\leq \left(0,337 - 0,81 \frac{d'}{h}\right) b \cdot h^2 \cdot \sigma_{bc}$
Domaine (VI) et (V)	Section entièrement comprimée	$N_u(d - d') - M_A > \left(0,337 - 0,81 \frac{d'}{h}\right) b \cdot h^2 \cdot \sigma_{bc}$

II.2. CALCUL DES SECTIONS AUX ETATS LIMITES

II.2.1. Section entièrement tendue

II.2.1.1. Définition

Une section est entièrement tendue (Figure II.4), si :

- ✓ elle est soumise à un effort normal de traction « T » ;
- ✓ le centre de gravité est situé entre les nappes d'armatures.

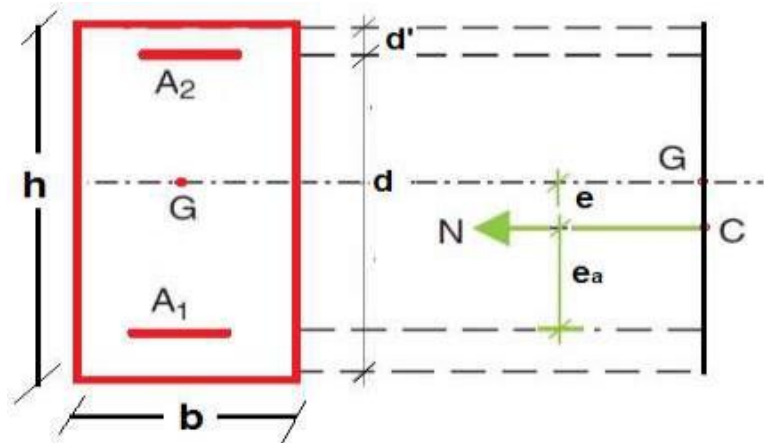


Figure II.4 : Schémas de section entièrement tendue soumise à la flexion composée

Il faut rappeler que l'excentricité initiale n'est pas augmentée dans ce cas :

$$e_1 = \frac{M_{uG}}{N_u} \quad \text{ou} \quad \frac{M_{sG}}{N_s}$$

Le diagramme de déformations ne provoque aucune compression sur la section, l'apport du béton en traction est donc négligé. Les efforts dans les armatures sont les seuls à équilibrer les efforts extérieurs, Figure II.5.

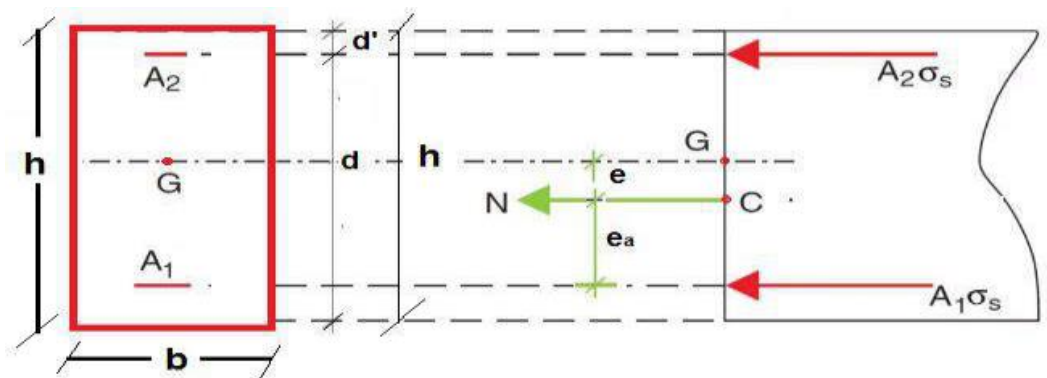


Figure II.5 : Section entièrement tendues

II.2.1.2. Etat limite ultime

L'état limite ultime (E.L.U) est atteint lorsque la déformation des aciers de la nappe la plus tendue vaut « 10 ‰ », la contrainte vaut alors :

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

Par ailleurs, le règlement impose une section minimale :

$$A_{min} = B \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$

Avec :

- ✓ **B** : la section du béton ;
- ✓ **f_{t28}** : la résistance du béton à la traction à l'âge de 28 jours ;
- ✓ **f_e** : la nuance d'acier.

Les sections d'armatures seront données par :

$$A_1 = \frac{N_u}{\sigma_{st}} \cdot \left(1 - \frac{e_a}{d - d'} \right) \quad \text{et} \quad A_2 = \frac{N_u \cdot e_a}{\sigma_{st} \cdot (d - d')}$$

II.2.1.3. Etat limite de service

Les contraintes d'aciers pour les deux nappes sont données par :

$$\sigma_{st1} = \frac{N_{ser}}{A_1} \cdot \left[1 - \frac{e_a}{d - d'} \right]$$

$$\sigma_{st2} = \frac{N_{ser} \cdot e_a}{A_2 \cdot d - d'}$$

La vérification à l'E.L.S se fait comme suit :

$$(\sigma_{st1}, \sigma_{st2}) < \overline{\sigma_{st}}$$

Avec :

- ✓ **$\overline{\sigma_{st}}$** : La contrainte d'acier limite ;
- ✓ **σ_{st1}** : La contrainte d'acier tendu ;
- ✓ **σ_{st2}** : La contrainte d'acier comprimé ;

II.2.2. SECTION ENTIÈREMENT COMPRIMÉE

II.2.2.1. Définition

Une section est entièrement comprimée si :

- ✓ l'effort est un effort de compression ;
- ✓ le point d'application est entre les armatures et près du centre de gravité ;
- ✓ Il faut vérifier les conditions des zones « 4 » et « 5 ».

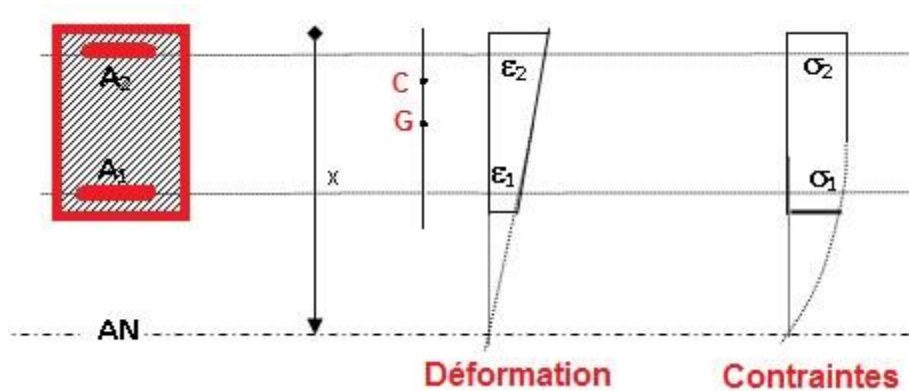
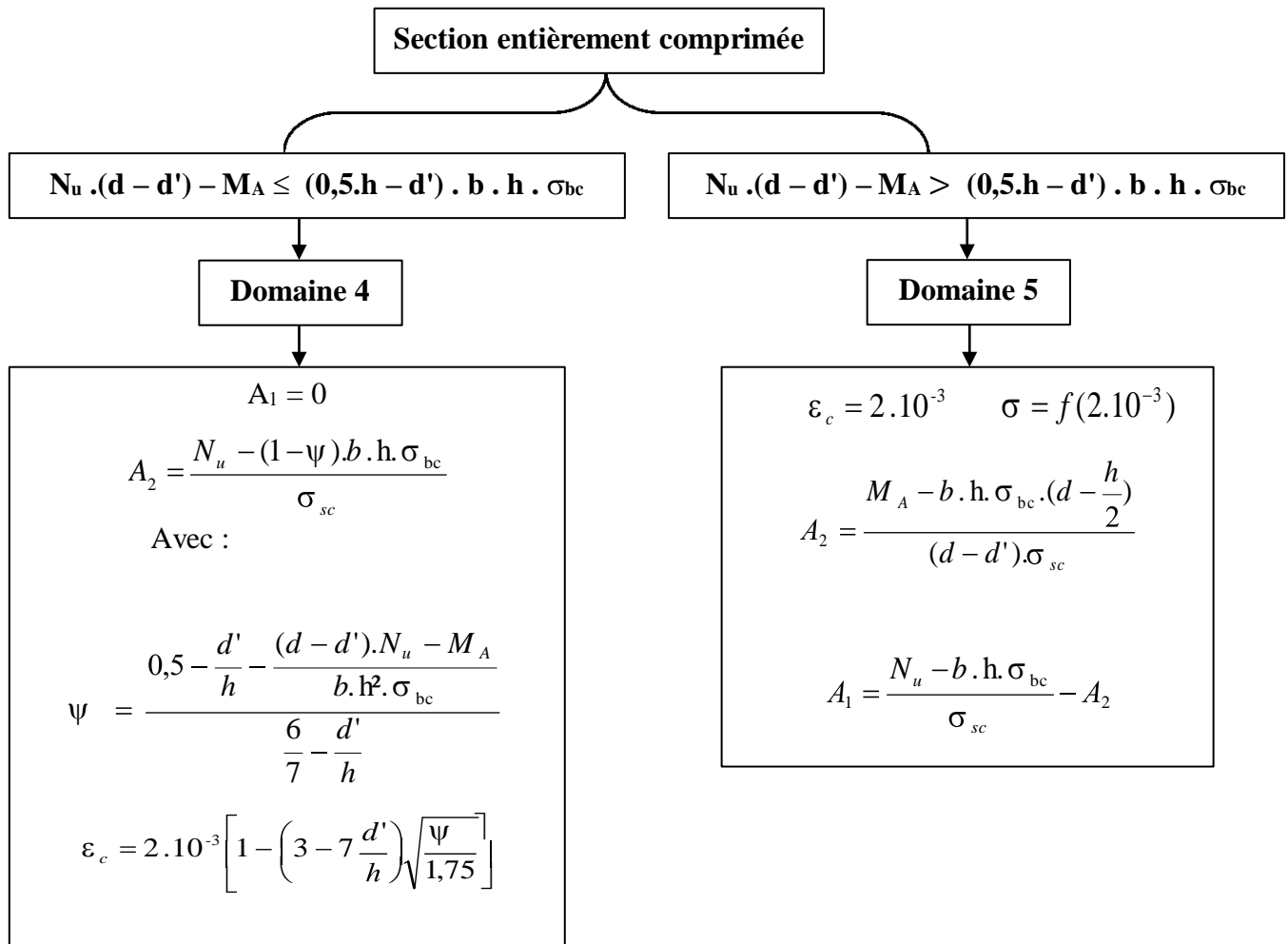


Figure II.6 : Schémas de section entièrement comprimée soumise à la flexion composée

II.2.2.2. Etat limite ultime

Le calcul à l'état limite ultime (E.L.U) est basé sur la connaissance de domaines « 4 » ou « 5 », par la vérification avec les inégalités comme montre l'organigramme suivant :

Tableau II.12 : Organigramme de calcul de section entièrement comprimée soumise à la flexion composée



II.2.2.3. Etat limite de service

Le schéma de la section entièrement comprimée indique que le point « C » est à l'intérieur du noyau central de la section totale homogène, Figure II.7.

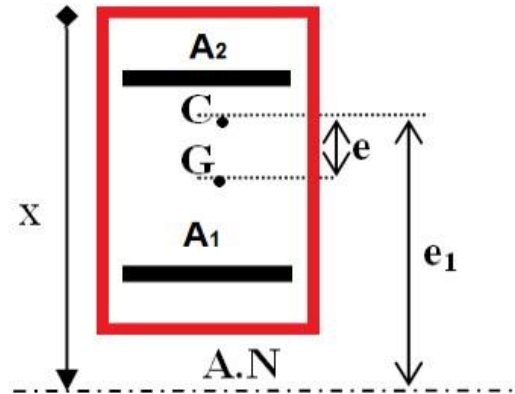


Figure II.7 : Schémas de section entièrement comprimée soumise à la flexion composée

Ceci résulte :

$$e \leq \frac{h}{6}$$

$$e_1 = \frac{I}{S}$$

Avec :

- **I** : Le moment d'inertie de la section totale.
- **S** : Le moment statique de la section totale.

$$S_{AN} = b.h.(e_1 - e) - n.A_2.\left(e_1 - e + \frac{h}{2} - d'\right) + n.A_1.\left(e_1 - e + \frac{h}{2} - d\right)$$

$$I_{AN} = \frac{b.h^3}{12} + b.h.(e_1 - e)^2 - n.A_2.\left(e_1 - e + \frac{h}{2} - d'\right)^2 + n.A_1.\left(e_1 - e + \frac{h}{2} - d\right)^2$$

$$|_{e_1} = \frac{-\left[\frac{b.h^3}{12} + b.h.e^2 + n.A_2.\left(-e + \frac{h}{2} - d'\right)^2 + n.A_1.\left(-e + \frac{h}{2} - d\right)^2\right]}{-b.h.e + n.A_2.\left(-e + \frac{h}{2} - d'\right) + n.A_1.\left(-e + \frac{h}{2} - d\right)}$$

Pour connaître la position de l'axe neutre par rapport à la section, on doit vérifier les égalités comme suit :

L'axe neutre est dans la section si :

$$|e_1| < \frac{h}{2} + e \Rightarrow \text{Section partiellement comprimée.}$$

L'axe neutre est en dehors de la section si :

$$|e_1| \geq \frac{h}{2} + e : \Rightarrow \text{Section entièrement comprimée.}$$

Alors on a :

$$B_0 = B + n.(A_1 + A_2)$$

$$\sigma_{b \min} = \frac{N_s}{B_0} - \frac{M_s.V_1}{I_{AN}}$$

$$\sigma_{b \max} = \frac{N_s}{B_0} - \frac{M_s.V_2}{I_{AN}} \leq \overline{\sigma}_{bc}$$

$$V_1 = V_2 = \frac{h}{2}$$

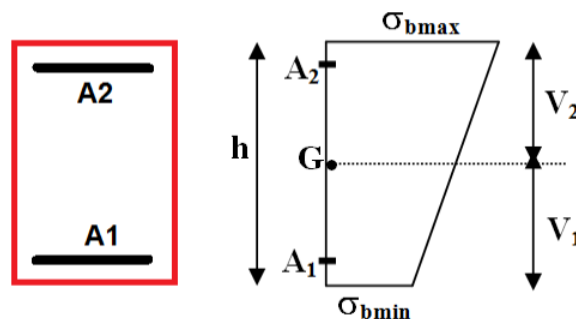


Figure II.8: Contraintes limites d'une section entièrement comprimée soumise à la flexion composée

II.2.3. SECTION PARTIELLEMENT COMPRIMÉE :

II.2.3.1. Définition

Une section sera considérée comme partiellement comprimée si :

- ✓ Elle vérifie les conditions de la zone (2) et (3) ;
- ✓ l'effort (soit compression ou traction) est en dehors du noyau central :

$$\Rightarrow e \geq \frac{h}{6}.$$

✓ Elle en plus, une section sera partiellement comprimée dans les trois cas suivant (Figure II.9) :

- **Cas (a) :** si l'effort appliqué est « **un effort de traction** » et son point d'application est situé à l'extérieur de la section.
- **Cas (b) :** si l'effort appliqué est « **un effort de compression** » et son point d'application se situ à l'extérieur de la section.
- **Cas (c) :** si l'effort appliqué est « **un effort de compression** » et son point d'application se situ entre les armatures et s'il est proche des armatures supérieures.

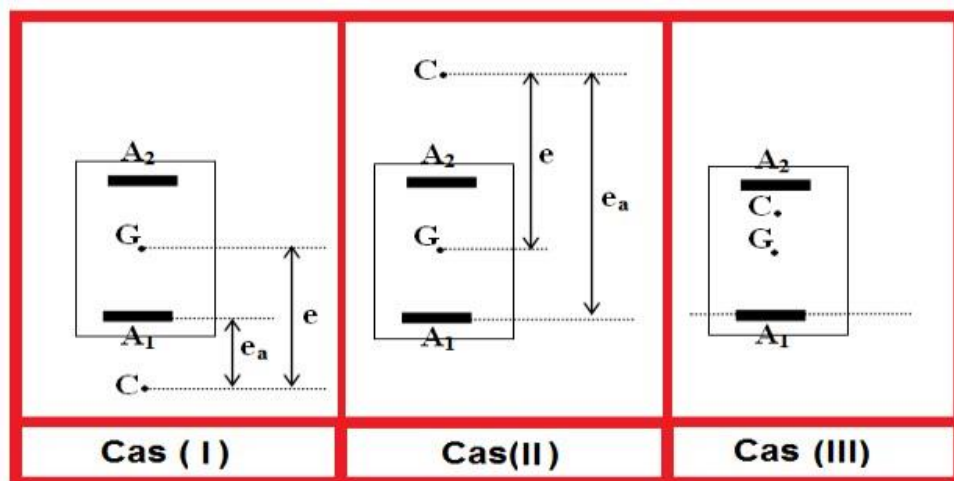


Figure II.9 : les trois cas possibles de positionnement de point d'application de l'effort appliqué (C) et le centre de gravité (G) de la section

Les diagrammes de déformation et de contrainte pour le troisième cas (III) est présenté sur la Figure II.3.

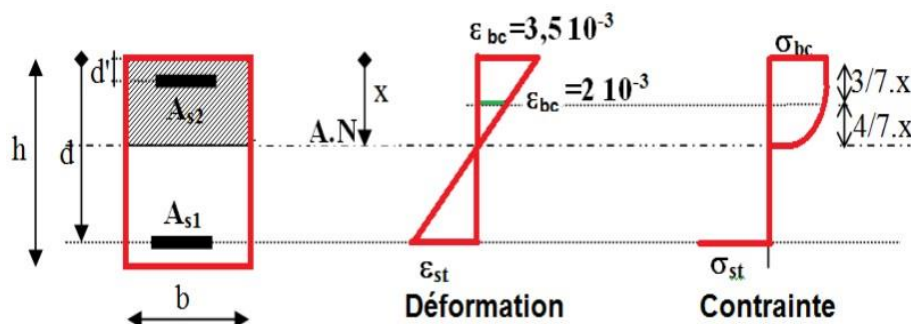


Figure II.9 : Diagrammes de déformation et contraintes pour une section partiellement comprimée soumise à la flexion composée

II.2.3.2. Etat limite ultime

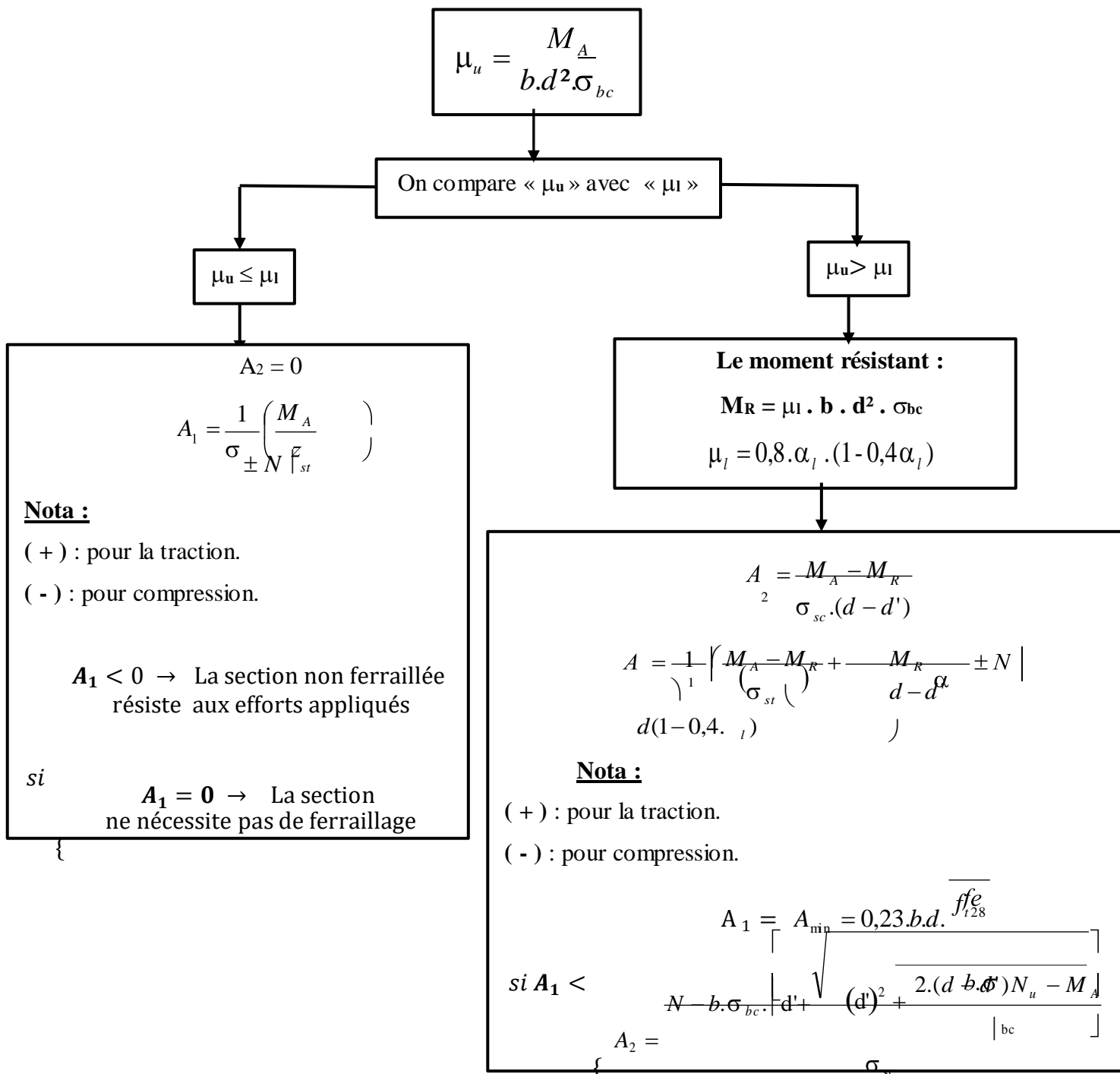
Le calcul d'une section partiellement comprimée, à l'état limite ultime (E.L.U) se fait selon les trois cas suivant :

Tableau II.3 : Organigramme de calcul de section entièrement comprimée soumise à la flexion composée

Cas	Définition	schémas
Cas (I)	<p>si l'effort appliqué est un effort de traction et son point d'application est situé à l'extérieur de la section.</p> $e_a = e - \left(d - \frac{h}{2}\right)$	
Cas (II)	<p>si l'effort appliqué est un effort de compression et son point d'application se situe à l'extérieur de la section.</p> $e_a = e + \left(d - \frac{h}{2}\right)$	
Cas (III)	<p>si l'effort appliqué est un effort de compression et son point d'application se situe entre les armatures et s'il est proche des armatures supérieures.</p> $e_a = e + \left(d - \frac{h}{2}\right)$	

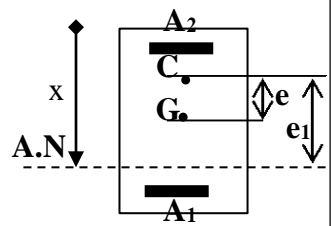
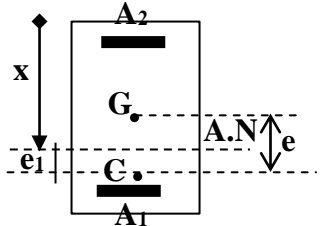
Le calcul à l'E.L.U est récapitulé sur l'organigramme de la Figure II.10.

Figure II.10 : Organigramme de calcul de section partiellement comprimée soumise à la flexion composée.



II.2.3.3. Etat limite service

La vérification à l'état limite de service s'effectue selon le type de l'effort (soit compression ou traction), comme récapitulé le tableau III.4.

Cas	Définition	schémas
La compression	<p>• <u>N est un effort de compression :</u></p> $P = -3 \cdot \left(e - \frac{h}{2}\right)^2 + \frac{6 \cdot n \cdot A_2}{b} \cdot \left(e - \frac{h}{2} + d'\right) + \frac{6 \cdot n \cdot A_1}{b} \cdot \left(e - \frac{h}{2} + d\right)$ $q = 2 \cdot \left(e - \frac{h}{2}\right)^3 - \frac{6 \cdot n \cdot A_2}{b} \cdot \left(e - \frac{h}{2} + d'\right)^2 - \frac{6 \cdot n \cdot A_1}{b} \cdot \left(e - \frac{h}{2} + d\right)^2$ $e_1^3 + p \cdot e_1 + q = 0$ <p>On tire le e_1 et avec on calcule x.</p> $S = \frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot A_2 \cdot (x - d') - n \cdot A_1 \cdot (d - x)$ $\sigma_{bc} = \frac{N_s \cdot x}{S} \leq \overline{\sigma}_{bc}$ $\sigma_{st} = \frac{n \cdot N_s \cdot (d - x)}{S} \leq \overline{\sigma}_{st}$ <p>Nota :</p> <p>« p » et « q » peuvent être négatifs:</p>	 $x = \frac{h}{2} + e_1 - e$ $e_1 = \frac{-e_1^3 - q}{p}$ $e_1 = \sqrt[3]{-p \cdot e_1 - q}$
La traction	<p>• <u>N est un effort de traction :</u></p> $e_1^3 + p \cdot e_1 + q = 0$ <p>avec :</p> $P = -3 \cdot \left(e - \frac{h}{2}\right)^2 + \frac{6 \cdot n \cdot A_2}{b} \cdot \left(e - \frac{h}{2} + d'\right) + \frac{6 \cdot n \cdot A_1}{b} \cdot \left(e - \frac{h}{2} + d\right)$ $+ d \left(q = 2 \cdot \left(e - \frac{h}{2}\right)^3 - \frac{6 \cdot n \cdot A_2}{b} \cdot \left(e - \frac{h}{2} + d'\right)^2 - \frac{6 \cdot n \cdot A_1}{b} \cdot \left(e - \frac{h}{2} + d\right)^2 \right)$ $S = \frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot A_2 \cdot (x - d') - n \cdot A_1 \cdot (d - x)$ $\sigma_{bc} = \frac{N_s \cdot x}{S} \leq \overline{\sigma}_{bc}$ $\sigma_{st} = \frac{n \cdot N_s \cdot (d - x)}{S} \leq \overline{\sigma}_{st}$	 $x = \frac{h}{2} - e_1 + e$

CHAPITRE III : Torsion

III.1. APERCU GENERAL SUR LE PHENOMENE DE TORSION.....	37
III.1.1. Définition.....	37
III.1.2. Types de torsion.....	39
III.1.3. Comportement des poutres soumises à un moment de torsion.....	40
III.2. RESISTANCE A LA TORSION PURE.....	41
III.2.1. Comportement expérimental.....	41
III.2.2. Vérification de la résistance à la torsion	42
III.2.3. Contraintes tangentes de torsion	41
III.3. JUSTIFICATION DU BETON	45
III.3.1. Justification de béton	45
III.3.2. Justification des armatures.....	45
III.3.3. Résistance en torsion et flexion	45
III.4. APPLICATION.....	46

III.1. APERCU GENERAL SUR LE PHENOMENE DE TORSION

III.1.1. Définition

Une poutre sera soumise à la sollicitation de torsion lorsque les forces appliquées sont excentrées par rapport au plan de symétrie longitudinale, Figure III.1.

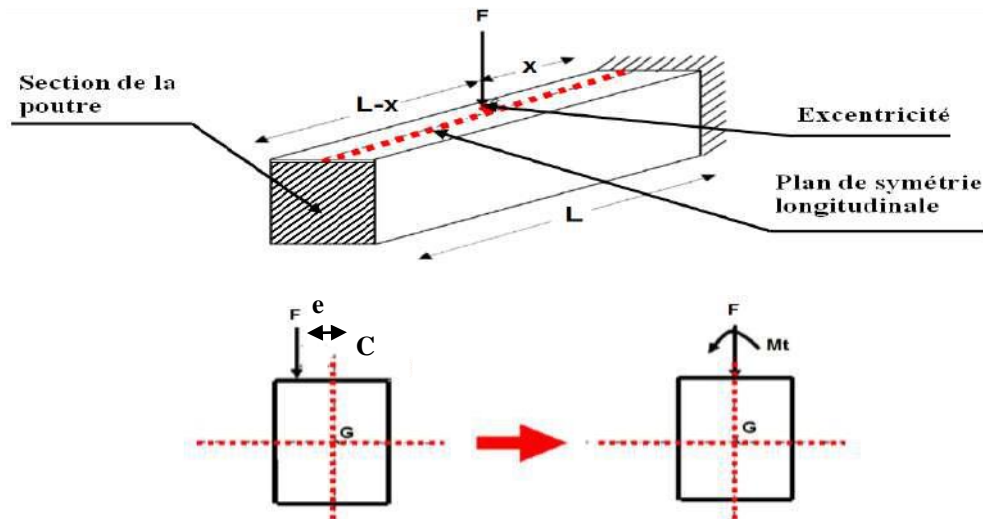


Figure III.1: Poutre en torsion

La torsion s'exprime sous la forme d'un moment de torsion agissant dans l'axe de la poutre :

$$M_t = F \cdot e$$

Avec :

- ✓ M_t : Moment de torsion ;
- ✓ F : la force appliquée ;
- ✓ G : le centre de gravité de la section ;
- ✓ C : le point d'application de force ;
- ✓ e : excentricité ;

En conséquence, la pièce soumise à l'action d'un couple de forces opposées agissant dans des plans parallèles et dont l'élément de réduction est un moment de force agissant dans l'axe de la poutre. Les sections droites tournent autour de l'axe de la poutre avec « α » qui représente l'angle de torsion, Figure III.2.

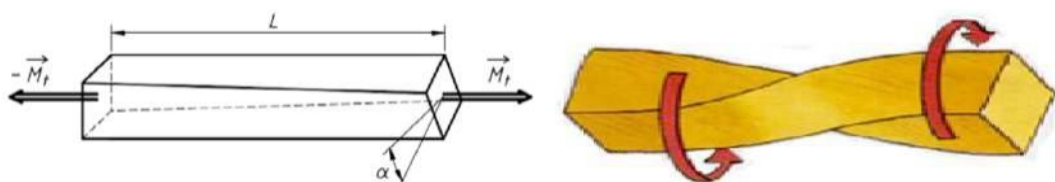


Figure III.2 : Poutre en torsion

Une poutre est sollicitée à la torsion simple si elle est soumise à deux couples de moments opposés portés par la ligne moyenne. Dans la pratique, la torsion est presque toujours accompagnée de flexion, d'effort tranchant ou d'un effort normal, Figure III.3.

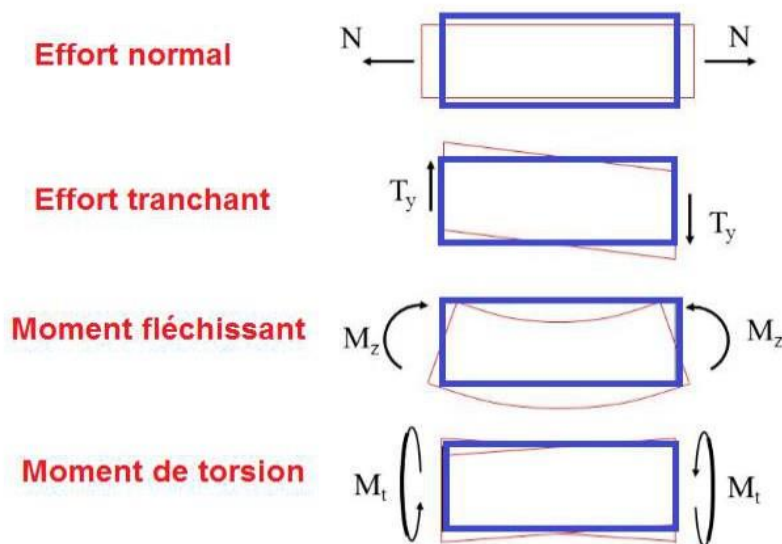


Figure III.3 : Rupture par torsion d'une pièce non armée et en béton armée

L'examen d'une pièce non armée rompue par torsion montre que la rupture produit suivant une surface inclinée à environ 45° par rapport à l'axe, comme le montre la Figure III.4.

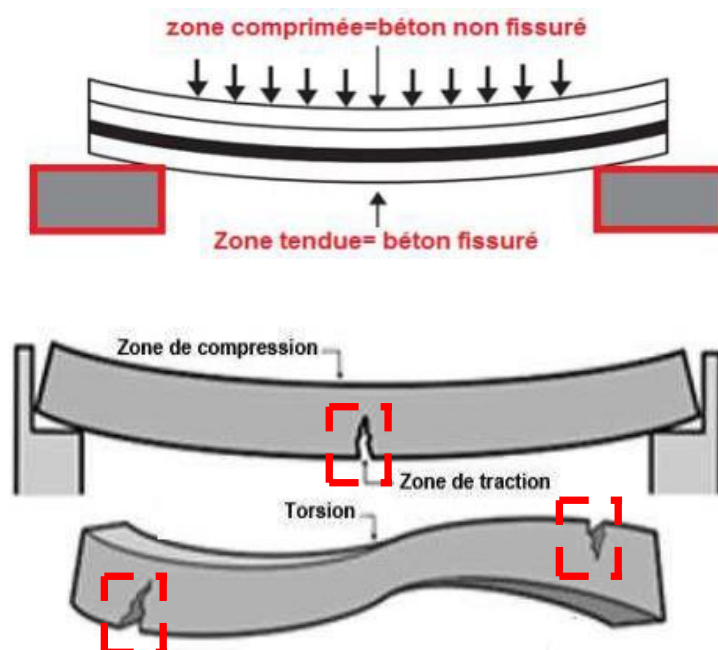


Figure III.4 : Rupture par torsion d'une pièce non armée

III.1.2. Types de torsion

Quelle que soit la géométrie de la section, il existe deux types de torsion:

- a) **La torsion uniforme** (torsion Saint-Venant) : ce type de torsion se développe dans « les sections fermées » et résulte de la transmission du moment de torsion « M_t », sous la forme d'un flux de cisaillement (constant) qui se produit de :

- ✓ la contrainte de cisaillement ;
- ✓ l'épaisseur de la paroi.

En conséquence, seules des contraintes tangentielles apparaissent et la poutre n'est soumise qu'à de « la torsion ». Dans ce cas, la torsion permet de provoquer une rotation de la section, en conservant pratiquement sa forme initiale. Seules des contraintes de cisaillement apparaissent dans les parois, Figure III.5a.

- b) **La torsion non uniforme** : La torsion non uniforme résulte de la formation des contraintes tangentielles dues à la variation des contraintes normales, Figure III.5b. Le moment de torsion « M_t » peut donc se décomposer en la somme :

- ✓ d'une part uniforme (générant de la contrainte tangentielle ;
- ✓ d'une part non uniforme (générant de la contrainte normale).

Ce type de torsion se développe dans « les sections ouverts » ou le problème de la torsion est plus complexe. Elle est toujours accompagnée de la torsion uniforme.

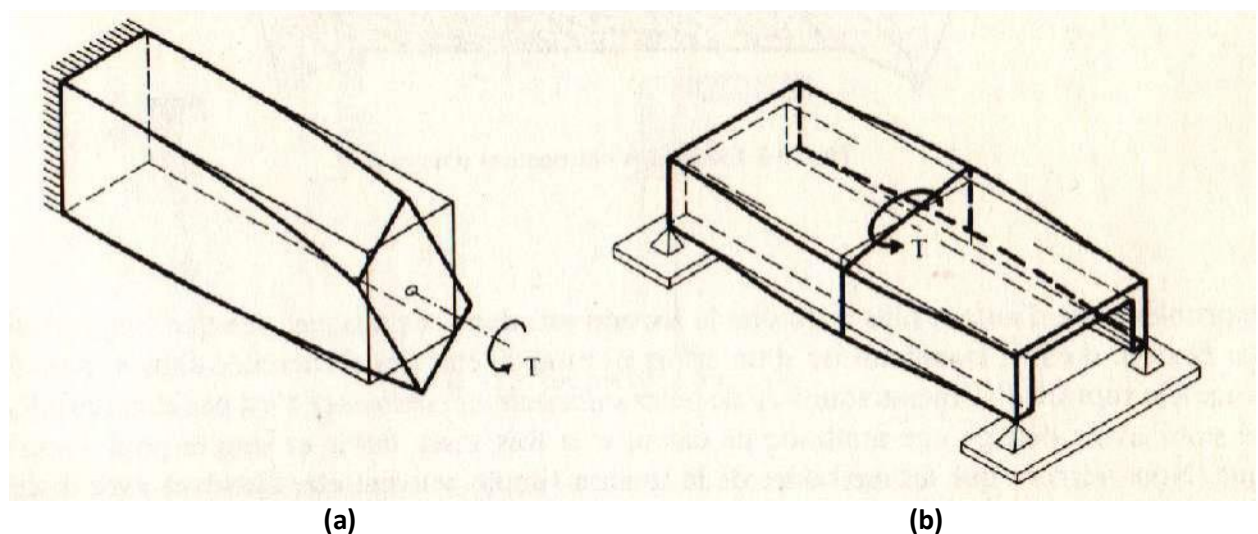


Figure III.5 : Types de torsion
(a) torsion uniforme, (b) : torsion non uniforme

Il faut mentionner que les structures en béton armé sont généralement sous formes « des massifs » et avec « des profils fermés ». Ceci permet de les considérer comme subit au torsion uniforme pour les justifications effectuées.

III.1.3. Comportement des poutres soumises à un moment de torsion

On dit qu'une poutre est soumise à « la torsion pure », si le seul élément de réduction au centre de gravité de chaque section des forces de cohésion est un moment autour de la ligne moyenne appelé moment de torsion (M_t), tels que :

$$M_{fy} = M_{fz} = 0$$

$$N = T_y = T_z = 0$$

$$M_t \neq 0$$

Considérons « une poutre AB », encastree à ses deux extrémités, soumise à « une charge P » agissant à la distance e de son plan symétrie. La poutre AB sera soumise à « la flexion » et à « la torsion », Figure III.6.

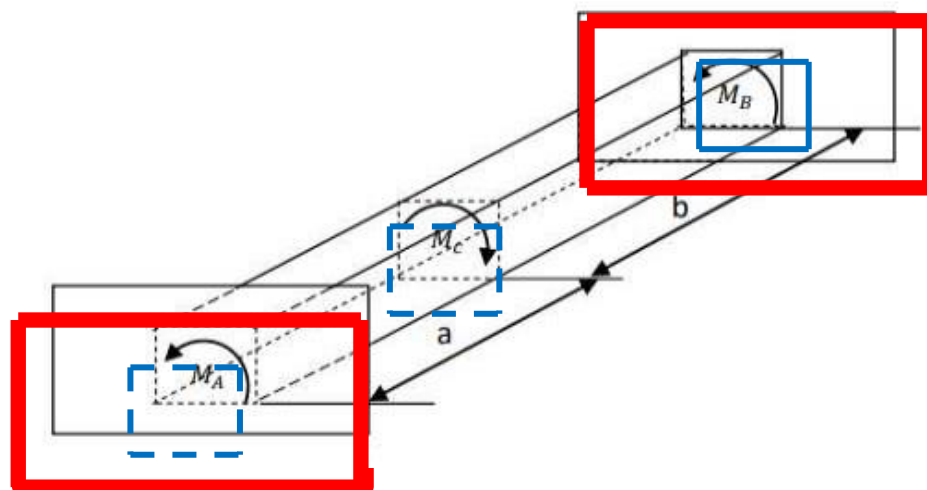


Figure III.6 : Types de torsion

La charge « P », représentée en pointillé sur la Figure, donnera un moment de torsion ainsi que ce moment donne dans les sections d'extrémités deux moments de torsion :

$$M_A = \frac{b}{L} \cdot M_t \quad \text{et} \quad M_B = \frac{a}{L} \cdot M_t$$

$$\text{Avec : } M_t = P \cdot e$$

III.2. RESISTANCE A LA TORSION PURE

III.2.1. Comportement expérimental

Des essais effectués sur des poutres armées de sections rectangulaires, montrent qu'il y'a une redistribution des efforts internes vers le bord de la section, avec l'accroissement du moment de torsion, Figure III.7. Seule une couche de béton proche des faces extérieures contribue à la résistance. On constate que deux sections de même dimensions extérieures et de même ferrailage, l'une « pleine » et l'autre « creuse » ont à peu près le même comportement après fissuration.

Figure III.7 : *Comportement expérimental d'une poutre armée*

III.2.2. Contraintes tangentes de torsion

Pour l'évaluation des contraintes dues à un couple de torsion, on va distinguer les deux types de section : creuse de faible épaisseur et pleine ou creuse de forte épaisseur.

a) Section creuse :

La formule de Raush donne la contrainte tangente :

$$\tau_T = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega \cdot e}$$

Avec

- ✓ M_T : moment de torsion ;
- ✓ e : épaisseur de la paroi considérée ;
- ✓ Ω : aire du contour à mi-épaisseur (hachurée ci contre).

Si $e > b_t$ épaisseur effective des sections pleines, on considérait la section comme si elle était « pleine ».

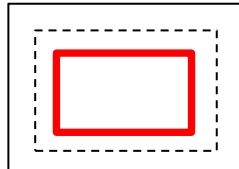


Figure III.8 : Section creuse

b) Sections pleines :

Pour un profil plein de forme convexe, on remplace « la section réelle » par « une section creuse équivalente » dont l'épaisseur de paroi « b_t » est égale au sixième du diamètre du plus grand cercle qu'il est possible d'inscrire dans le contour extérieur de la section, Figure III.9.

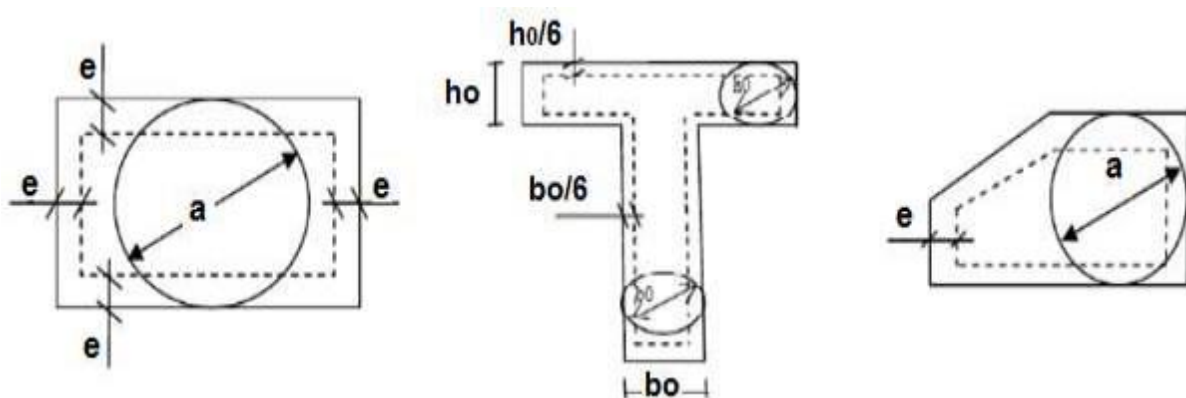


Figure III.9 : Sections pleines

I.2.3. Vérification de la résistance à la torsion

Comme nous avons signalé auparavant, le problème est d'autant plus ardu que la torsion est, dans la pratique, presque toujours accompagnée de flexion, d'effort tranchant ou d'un effort normal. La vérification de la résistance à la torsion n'est pas indispensable dans tous les cas. Les moments de torsion sont souvent des efforts hyperstatiques, provenant de rotations empêchées. Ces efforts sont en général faibles, car la fissuration diminue fortement la rigidité de torsion. On peut alors se dispenser d'un calcul et disposer l'armature selon les règles de construction.

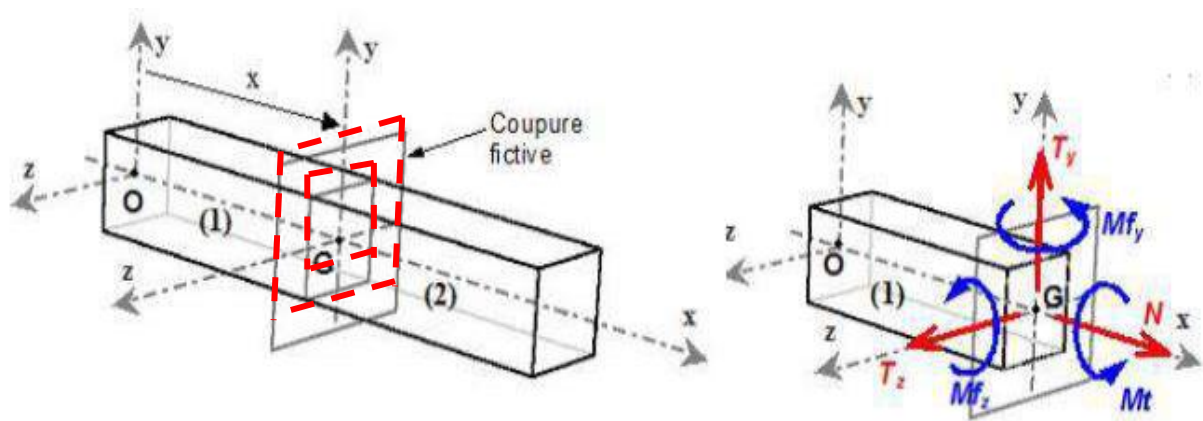


Figure III.10 : Types de torsion

En conséquence :

$$\{\tau_{cohésion}\} = \{\tau_{2 \rightarrow 1}\} = -\{\tau_{Ext \rightarrow 1}\} = \{\tau_{Ext \rightarrow 2}\}$$

$$\{\tau_{cohésion}\}_G = \begin{Bmatrix} N \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} M_t \\ M_{f_y} \\ M_{f_z} \end{Bmatrix}_G$$

Avec :

- ✓ **N** : effort normal (Traction-compression) ;
- ✓ **M_t** : Moment de torsion (Torsion) ;
- ✓ **M_{f_y}** et **M_{f_z}** : moments fléchissant (Flexion) ;
- ✓ **T_y** et **T_z** : Efforts tranchants (Cisaillement) ;
- ✓ **G** : Centre de la section étudiée.

Dans l'exemple de la Figure III.11, les moments de torsion de la poutre de rive proviennent de son encastrement dans les colonnes. A l'état de rupture, ces moments de torsion deviennent donc négligeables.

Pour la vérification des colonnes, il est cependant nécessaire de prendre en compte une certaine sollicitation transmise avant la fissuration de la poutre de rive. Ainsi, un élément peut parfois, à l'état non fissuré, provoquer dans un élément adjacent des sollicitations plus importantes qu'après la fissuration. En revanche, lorsque la résistance à la torsion est nécessaire à l'équilibre (Figure III.12), le calcul est impératif.

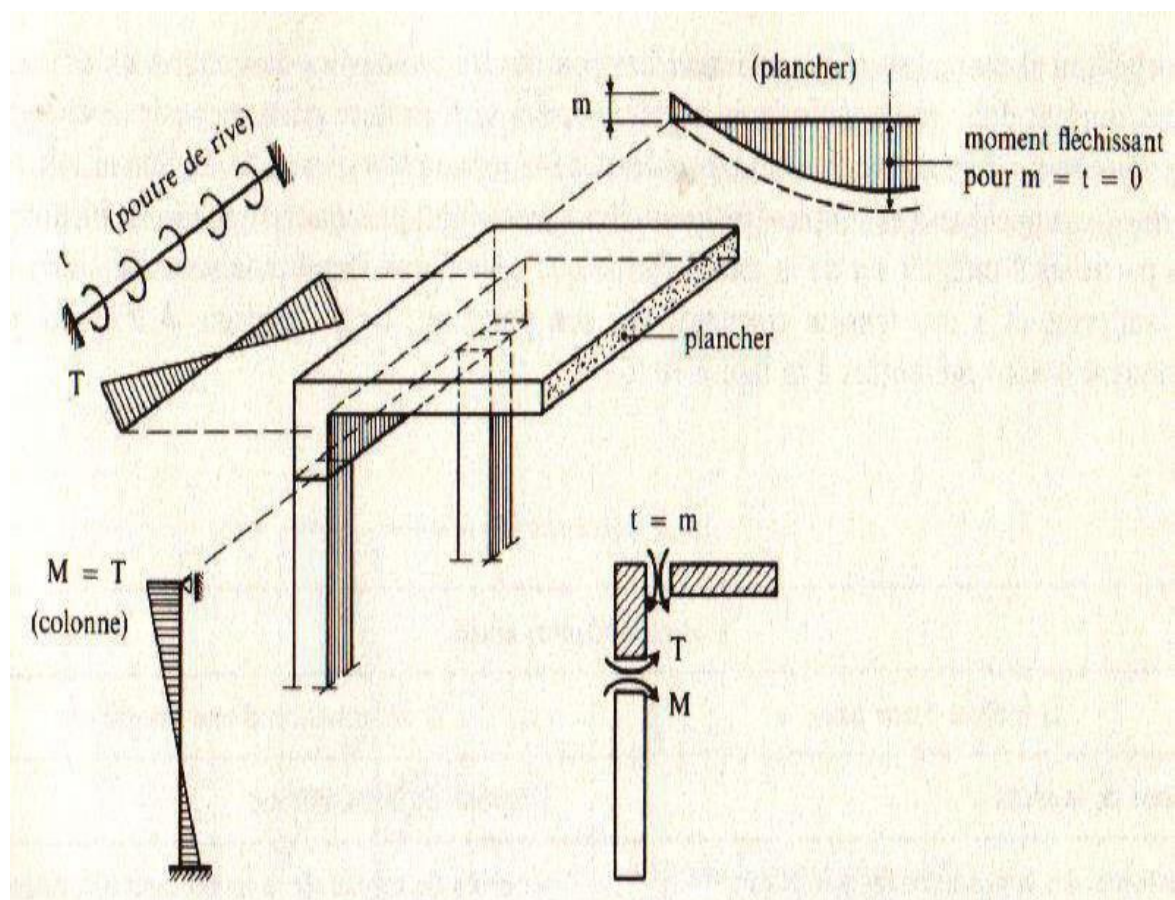


Figure III.11 : Torsion de compatibilité

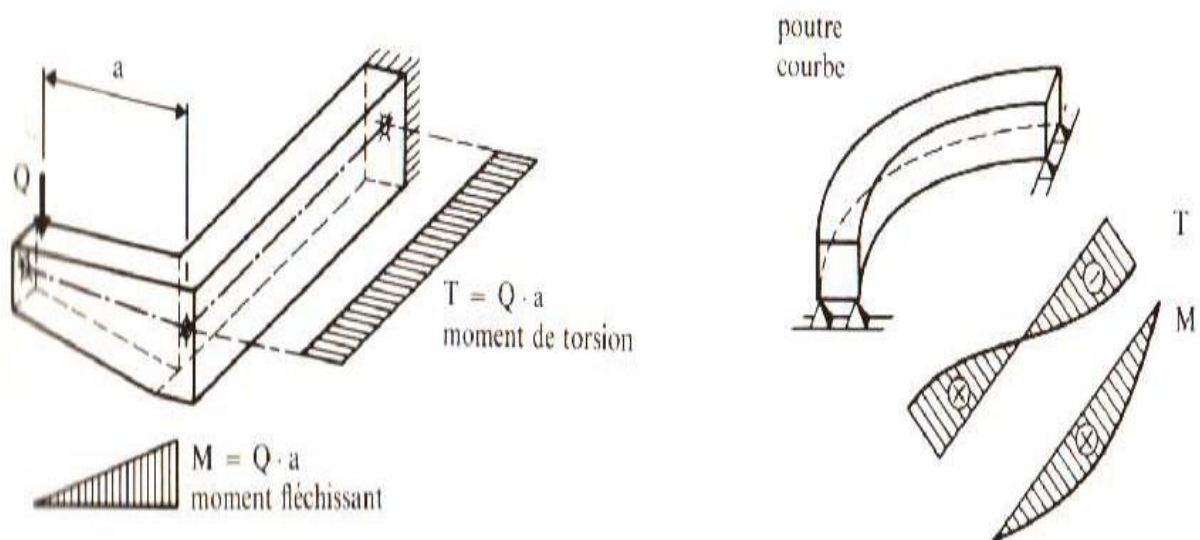


Figure III.12 : Torsion d'équilibre

III.3. JUSTIFICATIONS

III.3.1. Justification du béton

Les contraintes tangentielles seront limitées par les valeurs prescrites pour les âmes soumises à l'effort tranchant :

a) Pour des armatures droites :

✓ Pour une fissuration peu préjudiciable $\Rightarrow \tau \leq \min \left(\frac{0,2 \cdot f_{c28}}{\gamma_b}, 5 \text{ MPa} \right)$

✓ Pour une fissuration très préjudiciable ou préjudiciable $\Rightarrow \tau \leq \min \left(\frac{0,15 \cdot f_{c28}}{\gamma_b}, 4 \text{ MPa} \right)$

b) Pour des armatures inclinées (à 45° par rapport à la fibre moyenne) :

$$\tau_{uL} \leq \min \left(\frac{0,27 \cdot f_{c28}}{\gamma_b}, 7 \text{ MPa} \right)$$

III.3.2. Justification des armatures

Pour le cas de la torsion pure, les armatures longitudinales et transversales peuvent être déterminées par la règle des coutures (comme le cas de l'effort tranchant) :

$$\frac{\sum A_l}{u} = \frac{A_t}{S_t} = \frac{\tau_{u.b_0}}{\sigma_{st}}$$

Avec :

- ✓ $\sum A_l$: section totale des barres longitudinales traversant la section extérieure d'épaisseur b_t ;
- ✓ A_t : Section de l'armature constituant le cadre ;
- ✓ u : Périmètre de l'aire Ω de la section efficace ;
- ✓ S_t : L'espacement entre les armatures transversales.
- ✓ σ_{st} : Contrainte dans les armatures.

Cela conduit à prévoir deux systèmes d'armatures « A_t » et « A_l » données par les équations suivantes:

$$\frac{A_l \cdot f_e}{U \cdot \gamma_s} = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega} \quad \text{et} \quad \frac{A_t \cdot f_e}{S_t \cdot \gamma_s} = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega}$$

Avec :

- ✓ Ω : la surface délimitée par la fibre moyenne.
- ✓ M_T : le moment de torsion.
- ✓ S_t : l'espacement entre les armatures transversales.

III.2.1. Justification de résistance en torsion et flexion

Pour des justifiations particulières, les contraintes tangentes doivent être comparées aux contraintes limites :

- a) **Pour le béton** : les contraintes tangentes de « la torsion » et « l'effort tranchant » doivent être combinées et comparées aux contraintes limites :
- ✓ **Section creuse** : $\tau_{\text{tranchant}} + \tau_{\text{torsion}} \leq \tau_{\text{limite}}$
 - ✓ **Section pleine** : $(\tau_{\text{tranchant}})^2 + (\tau_{\text{torsion}})^2 \leq (\tau_{\text{limite}})^2$
- ✓ **Pour les armatures** : les sections d'armatures sont égales à la somme des sections à l'équilibre des deux sollicitations

III.4. APPLICATION

Soit une section rectangulaire pleine (20×40) cm^2 ; sollicitée par un moment de torsion : $M_T = 10 \text{ KN.m}$.

Données :

- ✓ la fissuration est **préjudiciable** ;
- ✓ et les cadres sont **droits** ;
- ✓ $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$;
- ✓ **FeE235**.

Questions :

- ✓ Vérifiez la contrainte dans le béton ?
- ✓ Calculez les sections d'armatures nécessaires ?

Solution :Vérification de la contrainte dans le béton :

- ✓ **Epaisseur de la paroi :**

$$e = \frac{a}{6} = 3,33 \text{ cm.}$$

- ✓ **Aire du contour à mi-épaisseur :**

$$\Omega = (20 - 3,33) \cdot (40 - 3,33) = 611,29 \text{ cm}^2.$$

- ✓ **Contrainte tangente :**

$$\tau_T = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega \cdot e} = \frac{0,012}{2 \times 0,061129 \times 0,0333} = 2,49 \text{ MPa}$$

- ✓ **Contrainte limite :**

$$\text{On une fissuration préjudiciable} \Rightarrow \tau \left(\frac{\leq \min}{\gamma_b} \left| \begin{array}{l} 0,15 \cdot f_{c28} \\ 4 \text{ MPa} \end{array} \right. \right)$$

$$\tau_{uL} \leq \min \left(\frac{0,15 \cdot 25}{1,5} ; 4 \text{ MPa} \right) = \min \left(\frac{0,15 \cdot 25}{1,5} ; 4 \text{ MPa} \right) = 2,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_T = 2,46 \text{ MPa} < \tau_{uL} = 2,5 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Condition vérifiée.}$$

2°- Calcul des armatures :

✓ Armatures longitudinale :

$$\frac{A_l \cdot fe}{U \cdot \gamma_s} = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega} \Rightarrow A_l = \frac{M_T \cdot U \cdot \gamma_s}{2 \cdot \Omega \cdot fe}$$

✓ Périmètre : $U = [(20 - 3,33) + (40 - 3,33)] \times 2 = 106,68 \text{ cm}$.

$$A_l = \frac{M_T \cdot U \cdot \gamma_s}{2 \cdot \Omega \cdot fe} \Rightarrow A_l = \frac{0,01 \times 1,0668 \times 1,15}{2 \times 0,061129 \times 235} = 4,27 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 4\emptyset 12 = 4,52 \text{ cm}^2.$$

$$\frac{A_l \cdot fe}{St \cdot \gamma_s} = \frac{M_T}{2 \cdot \Omega} \Rightarrow St = \frac{A_l \cdot fe \cdot 2 \Omega}{M_T \cdot \gamma_s} = \frac{0,0001 \times 235 \times 2 \times 0,061129}{0,01 \times 1,15} = 25 \text{ cm}$$

CHAPITRE IV : GENERALITES SUR LE BETON PRECONTRAINTE

VI.1. APERÇU HISTORIQUE	51
VI.2. TECHNOLOGIE DE LA PRECONTRAINTE	51
VI.2.1. Définition	51
VI.2.2. Principe	52
VI.3. METHODES DE PRECONTRAINTE.....	54
VI.3.1. Pré-tension.....	56
VI.3.2. Post-tension	57
VI.4. ACTION DE LA PRECONTRAINTE.....	58
VI.5. SYSTEMES DE PRECONTRAINTE	59
VI.5.1. Ancrages fixes	60
VI.5.2. Ancrages mobiles	60
VI.5.3. Coupleurs.....	61
VI.5.4. Ancrages intermédiaires.....	61
VI.5.5. Ancrages multiples.....	62
VI.6. DETAILS DE CONSTRUCTION DE PRECONTRAINTE.....	62
VI.7. REGLEMENTS.....	64
VI.7.1. Fondements des règles de calcul et de justification.....	65
VI.7.2. Prescription réglementaire (BPEL)	66

IV.1. APERÇU HISTORIQUE

La précontrainte est certainement l'innovation la plus importante de notre siècle dans le domaine des structures en béton. L'idée de précontrainte le béton afin de diminuer la fissuration est déjà ancienne, puisqu'en 1886, par exemple, **P. Jackson** proposait de comprimer les chaussées en béton au moyen de barres d'acier tendues. A cette époque, diverses tentatives de précontrainte échouèrent, car on **utilisait de l'acier normal** dont la déformation élastique maximale est du même ordre de grandeur que les raccourcissements du béton dus au retrait et au fluage, de sorte que la précontrainte disparaissait progressivement avec le temps.

L'éminent ingénieur français **Eugene Freyssinet** (1879-1962), souvent nommé le père de la précontrainte, fut le premier à mettre en évidence la nécessité d'utiliser un acier à très haute résistance pour créer un état d'auto contrainte permanent. Dès 1928, il développa cette nouvelle technique, tant dans le domaine théorique que dans celui des applications pratiques. Il voyait dans la précontrainte une nouvelle philosophie des structures en béton en considérant le béton précontraint comme un matériau de construction tout à fait nouveau, exempt de fissures grâce à l'absence complète de traction. Il n'envisageait donc que la précontrainte totale, alors qu'aujourd'hui cette conception a perdu beaucoup de son importance.

La précontrainte tient actuellement une large place dans le domaine des structures en béton. Parmi ses avantages, on cite en premier lieu la possibilité, considérée comme essentielle par Freyssinet, d'éviter ou tout au moins de diminuer la fissuration et, par conséquent, également les déformations dans l'état de service. Toutefois, si l'on considère les aspects de construction et d'économie, il devient évident que l'avantage décisif de la précontrainte réside en **l'utilisation des aciers à très haute résistance**.

IV.2. TECHNOLOGIE DE LA PRECONTRAINT

IV.2.1. Définition

On appelle « **précontrainte** », la technologie consistant à introduire dans une structure un état d'autocontraintes de compression, généralement par le moyen de câbles en acier à haute résistance mis en tension à l'aide de vérins.

L'utilisation de la précontrainte dans la construction des ouvrages d'art occupe depuis de nombreuses années une place très importante grâce à **des avantages techniques et économiques** incontestables :

- ✓ Structures plus élancées ;
- ✓ Portées plus grandes ;
- ✓ Déformations réduites ;
- ✓ Bon comportement vis-à-vis de la fissuration ;
- ✓ Résistance à la fatigue élevée.

le domaine d'application de la précontrainte est très vaste, incluant toutes les structures en béton, des plus petites, comme des dalles de bâtiment, aux plus grandes comme les ponts ou les plates-formes pétrolière.

IV.2.2. Principe de la précontrainte

La précontrainte permet de créer « **un état d'autocontrainte** », qui compense, **parallèlement ou complètement**, les contraintes de traction dues aux actions (Figure IV.1) ; dans les systèmes hyperstatiques.

Dans un état d'autocontrainte, par définition, toutes les intégrales des forces élémentaires dans une section sont **nulles**, c'est-à-dire que tous les efforts intérieurs totaux dans une section sont nuls.

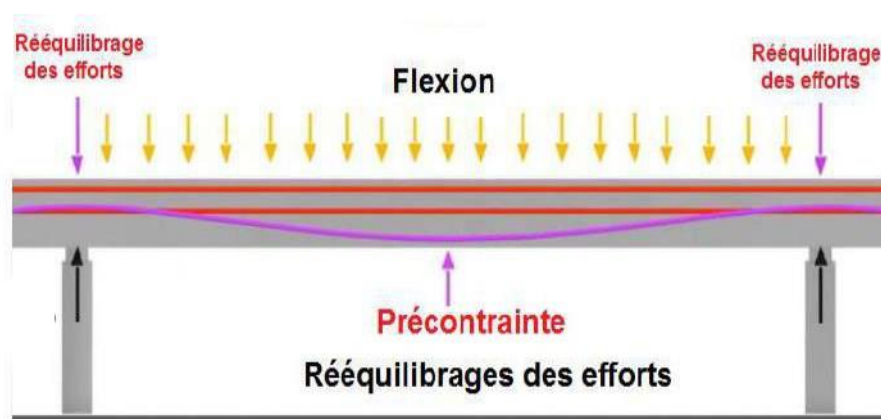


Figure VI.1 : Principe de la précontrainte

Cependant, comme l'on désire connaître les contraintes dans le béton, on fait intervenir dans les calculs les efforts dus à la précontrainte, qui sont les résultantes des forces élémentaires agissant sur la section de béton seulement.

Comme le montre la Figure IV.2., la précontrainte peut créer, à part l'effort normal, des moments de flexion, un moment de torsion, ainsi que des efforts tranchants.

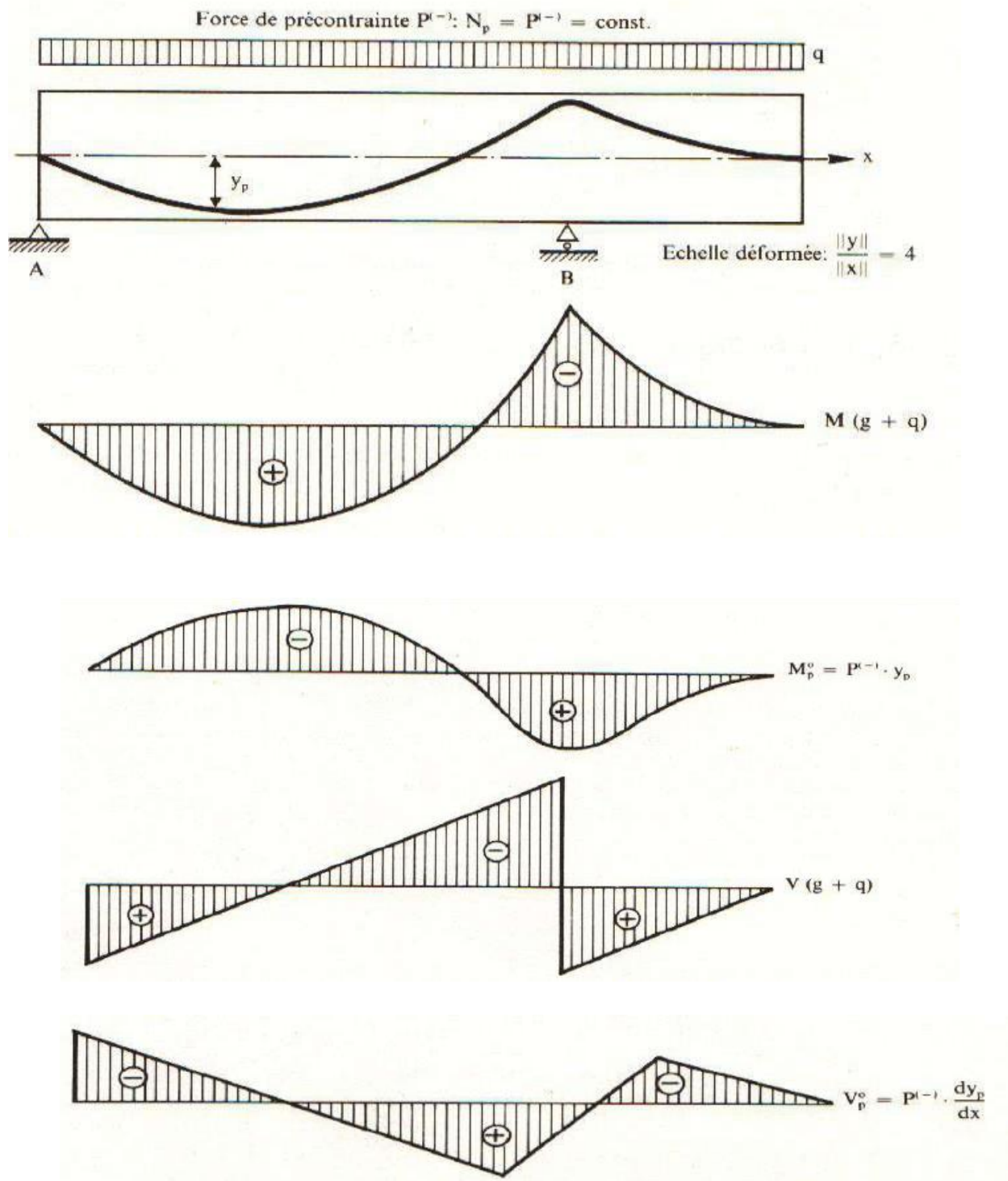


Figure IV2 : Moments et efforts tranchants, dus aux actions et à la précontrainte dans une poutre isostatique

IV.3. ACTION DE LA PRECONTRAINTE

Il existe deux façons possible pour les quelles, l'action de la précontrainte peut agir (Figure IV.3):

- a) **Action (I)** : si le câble est positionné au centre de gravité de la section, il exerce une compression uniforme, permettant de diminuer la section d'armature de béton armé ;
- b) **Action (II)** : si le câble est excentré vers le bas, il exerce une action verticale dirigée vers le haut, due à sa courbure qui compense partiellement ou totalement l'action des charges gravitaires.

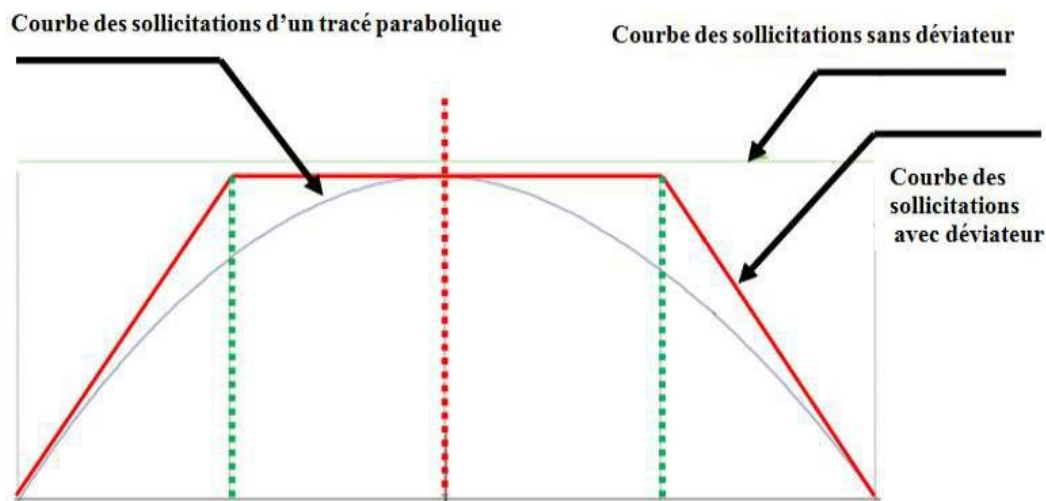


Figure VI.3 : Exemple de moments paraboliques et moments obtenus avec deux déviateurs

IV.4. METHODES DE PRECONTRAINTE

La technique de la précontrainte comprends deux méthodes d'application principales:

- ✓ La pré-tension;
- ✓ La post-tension.

Nota :

Le préfixe « **pré** » et « **post** » se réfèrent **au durcissement du béton**. Il décrit le moment d'application de la force dans l'acier par rapport à la mise en place du béton. Une autre différence concerne **la position de la précontrainte**, « par post-tension », **par rapport à la section du béton**, de sorte qu'on distingue plusieurs systèmes comme récapitule la Figure IV.4.

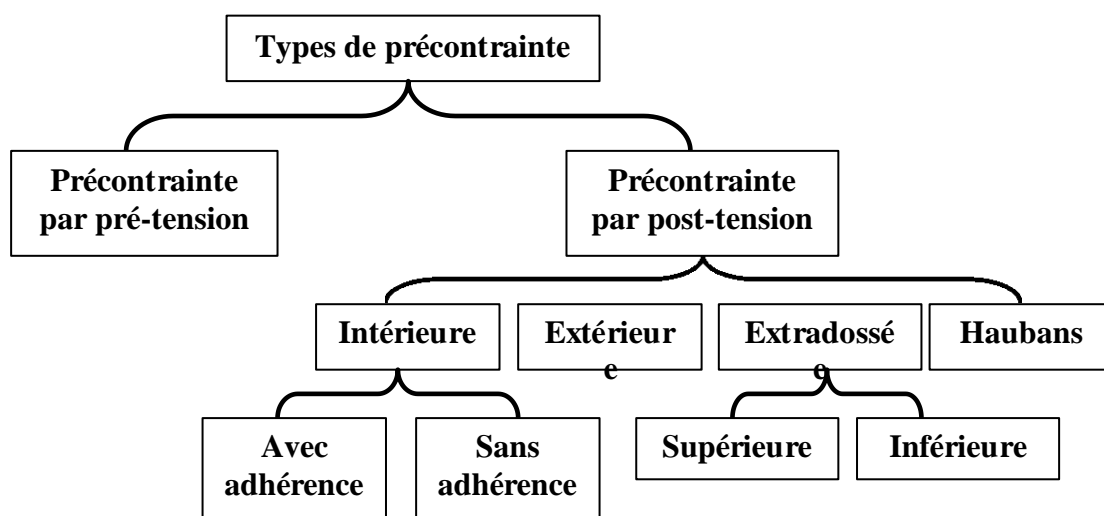


Figure VI.4 : Type de précontrainte

On peut les définir comme suit :

- ✓ **La précontrainte intérieure par post-tension** : cette technique consiste à utiliser « des déviateurs », permettant d'imposer le cheminement de la précontrainte sous forme d'une succession de segments rectilignes appropriés au fonctionnement de l'ouvrage ; cette technique consiste à utiliser « des déviateurs », permettant d'imposer le cheminement de la précontrainte sous forme d'une succession de segments .
- ✓ **La précontrainte extérieure par post-tension** : cette technique consiste à utiliser « des déviateurs », permettant d'imposer le cheminement de la précontrainte sous forme d'une succession de segments rectilignes appropriés au fonctionnement de l'ouvrage ;
- ✓ **La précontrainte intérieure par post-tension avec adhérence** : Cette technique consiste à placer un ensemble de torons à l'intérieur d'une gaine (en plastique ou en métal), encastrée dans un élément en béton. Après la mise en tension, la gaine est injectée avec un coulis cimentaire afin de faire adhérer le tendon au béton qui l'entoure. Ce type de système est souvent employé pour les ouvrages d'art et pour les poutres fortement sollicitées. Il peut également constituer un excellent choix pour des dalles de faible épaisseur.
- ✓ **La précontrainte intérieure par post-tension sans adhérence** : dans ce type, les torons sont gainés et graissés dont l'acier n'adhère pas au béton qui l'entoure, sauf aux ancrages. Ce type de système de post-tension est employé pour les dalles, des ouvrages d'art en infrastructure et des parcs de stationnement.

- ✓ **La précontrainte intérieure par post-tension extradossée** : ce dernier mode est assez peu utilisé dans la pratique, son principe repose sur le fait de sortir les câbles de précontrainte du béton pour optimiser son fonctionnement mécanique.

IV.4.1. Pré-tension

Cette méthode est également appelée « **précontrainte par fils adhérents** ». Elle se caractérise principalement par le fait que « les fils », ou « les torons », sont tendus avant la mise en œuvre du béton : d'où le terme pré-tension. La construction a lieu sur un banc de fabrication (qui peut atteindre une centaine de mètres de longueur) où les aciers sont tendus entre des appuis rigides, Figure IV.5. On bétonne la pièce ; puis, une fois le béton durci, on libère les fils, qui transmettent alors leur force au béton par adhérence.

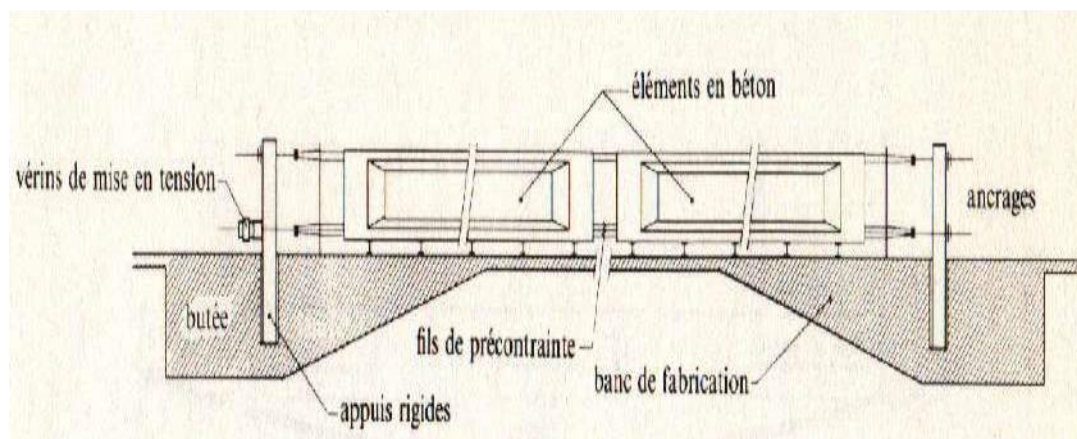


Figure VI.5 : Schéma du procédé de la pré-tension.

Les avantages du procédé de la pré-tension sont :

- ✓ Sa simplicité et son économie (grâce à l'absence d'ancrage, de gaines et d'injection) ;
- ✓ La grande qualité des éléments précontraints, assurée par une fabrication répétitive et contrôlée ;
- ✓ La réalisation dans des conditions ambiantes parfaitement maîtrisées.

En revanche, **les inconvénients** de cette technique sont :

- ✓ La méthode ne permet pas une grande concentration des armatures, les fils ou torons ;
- ✓ La nécessité d'un certain enrobage de béton pour lui transmettre la force de précontrainte par adhérence ;

- ✓ L'impossibilité de choisir les tracés de câbles curvilignes qui s'adaptent au mieux aux sollicitations extérieures.
- ✓ La perte de tension dans les fils ou torons,

IV.4.2. Post-tension

Cette technique est aussi nommée « **précontraint par câbles** ». Son principe est de tendre les armatures en prenant appui sur la pièce à précontraindre, Figure IV.6. Pendant sa mise en tension, l'armature s'allonge tandis que le béton présente un léger raccourcissement (déformation élastique instantanée).

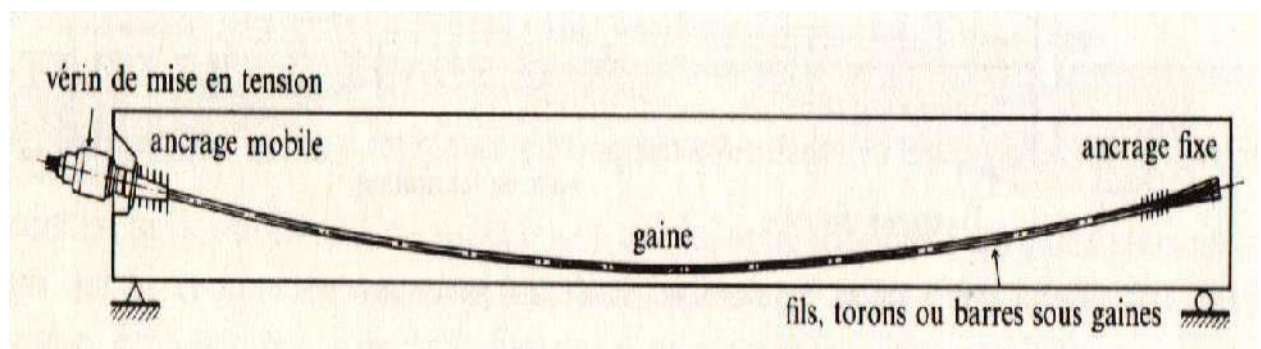


Figure VI.6 : Schéma du procédé de la post-tension.

C'est la méthode la plus utilisée aujourd'hui ; elle offre une très grande variété d'applications et se trouve parfois associée à la méthode précédente (pièces préfabriquées à fils adhérents avec câbles tendus sur chantier).

Les avantages du procédé de la post-tension sont :

- ✓ Concentration des armatures;
- ✓ La flexibilité à la conception (longueur et portée libre des éléments) ;
- ✓ Réduction du poids propre et continuité des aciers ;
- ✓ La rapidité dans la construction ;
- ✓ Possibilité de créer des états d'autocontrainte pratiquement quelconques, en fonction des nécessités..
- ✓ Réduction des coûts (des matériaux de constructions, d'entretien de l'ouvrage) ;
- ✓ Contrôle et minimisation de la fissuration du béton (durabilité) ;
- ✓ Possibilité d'accroître la charge de l'élément structural.

En revanche, les inconvénients de cette technique sont :

- ✓ La méthode ne permet pas une grande concentration des armatures, les fils ou torons ;
- ✓ La nécessité d'un certain enrobage de béton pour lui transmettre la force de précontrainte par adhérence ;
- ✓ L'impossibilité de choisir les tracés de câbles curvilignes qui s'adaptent au mieux aux sollicitations extérieures.
- ✓ La perte de tension dans les fils ou torons, provoquée par le raccourcissement du béton dû à la déformation élastique instantanée lors de l'application de la précontrainte.

IV.5. SYSTEMES DE PRECONTRAINT

L'ancrage des câbles constitue évidemment un problème essentiel, qui présente plusieurs difficultés. Les différentes solutions possibles sont les suivantes :

- ✓ Former un renflement à l'extrémité du fil (Figure VI.2a) ;
- ✓ Coïncider les fils ou les torons à l'aide de cônes ou de clavettes (Figure VI.2a) ;
- ✓ Former un pas de vis et placer un écrou (Figure VI.2a) ;
- ✓ Donner à l'extrémité du câble la forme d'une boucle (Figure VI.2a) ;
- ✓ Ancrer par adhérence dans le béton (Figure VI.2a) ;

IV.1. Ancrages fixes

Ce type d'ancrage est destiné à retenir l'armature, sans la possibilité de la tirer. Les ancrages fixes peuvent être constitués :

- ✓ de scellements rectilignes (Figure IV.2a et c) ;
- ✓ d'une plaque incurvée si les fils sont munis de bouton (Figure IV.3d) ;
- ✓ d'une ou plusieurs boucles (Figure IV.3h) ;

Nota :

On peut utiliser « les ancrages mobiles » comme « ancrages fixes » en les bloquant préalablement.

VI.5.2. Ancrages mobiles

Il existe une grande variété de systèmes d'ancrages mobiles, parmi lesquels on cite quelques exemples :

- ✓ **Ancrage VSL** : ce procédé représente un dispositif de coinçage, composé de câbles toronnés. Chaque toron est bloqué dans un trou conique, au moyen de clavettes, dans la tête d'ancrage, Figure IV.5.a.
- ✓ **Ancrage BBRV** : Ce système crée à partir d'un procédé Boussiron de 1952 et d'un procédé suisse BBR-V est utilisé sous sa forme actuelle depuis 1954. Il utilise des câbles multi fils de « 7 mm » de diamètre, composés en câbles standards de « 9, 14, 18, 22, 30, 54 » et « 84 Ø7 ». Son glissement à l'ancrage est inférieur à 1 mm (Fig. 14).
- ✓ **Ancrage Freyssinet** : Ce système utilise des câbles composés de fils « Ø5, Ø7 et Ø8 » et de torons « T13, T13S, T15 et T15S. » La force de rupture pour ce procédé varie entre 18,7 t (pour un câble T13) et 1028 t (pour un câble 55T13). Son glissement à l'ancrage est de l'ordre de 6 à 8 mm.
- ✓ **Procédés CCL** : Ce procédé utilise des câbles à torons parallèles « T13 » ou « T15 » de « 4T13 » à « 19 T15 ». Son glissement à l'ancrage est de l'ordre de 8 mm.
- ✓ **Ancrage AVT (PZ)** ;
- ✓ **Ancrage Dywidag**.

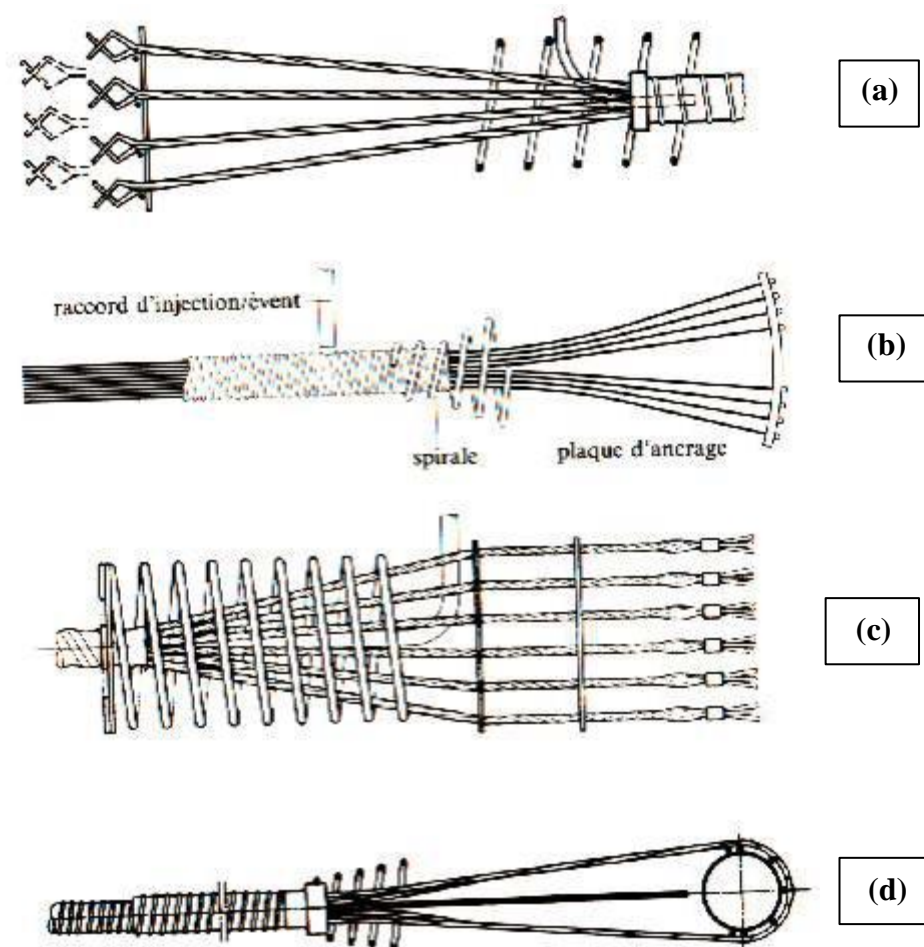


Figure VI.7 : Exemples d'illustration des ancrages fixes
 (a) Ancrage à adhérence VSL, (b) Ancrage en éventail BBRV, (c) :Ancrage à adhérence FREYSSINET, (d) :Ancrage à boucle DYWIDAG

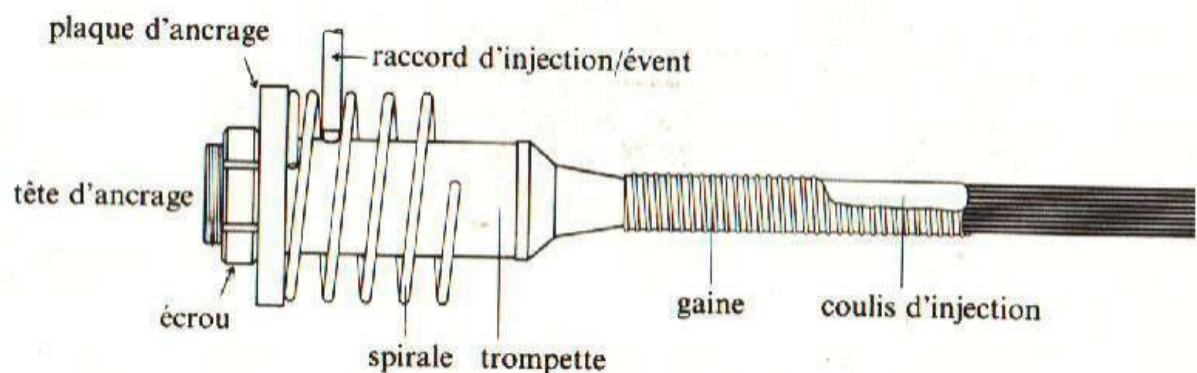


Figure VI.8 : Ancrage mobile BBRV

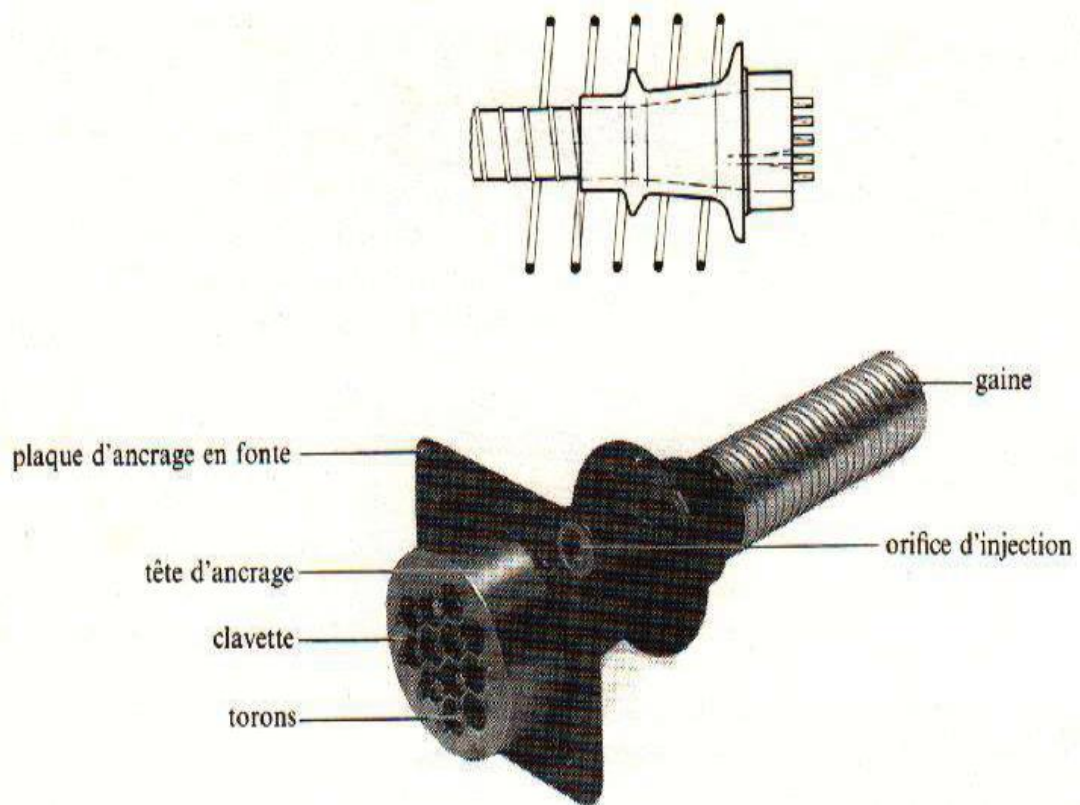


Figure VI.9 : *Ancrage mobile mobile VSL*

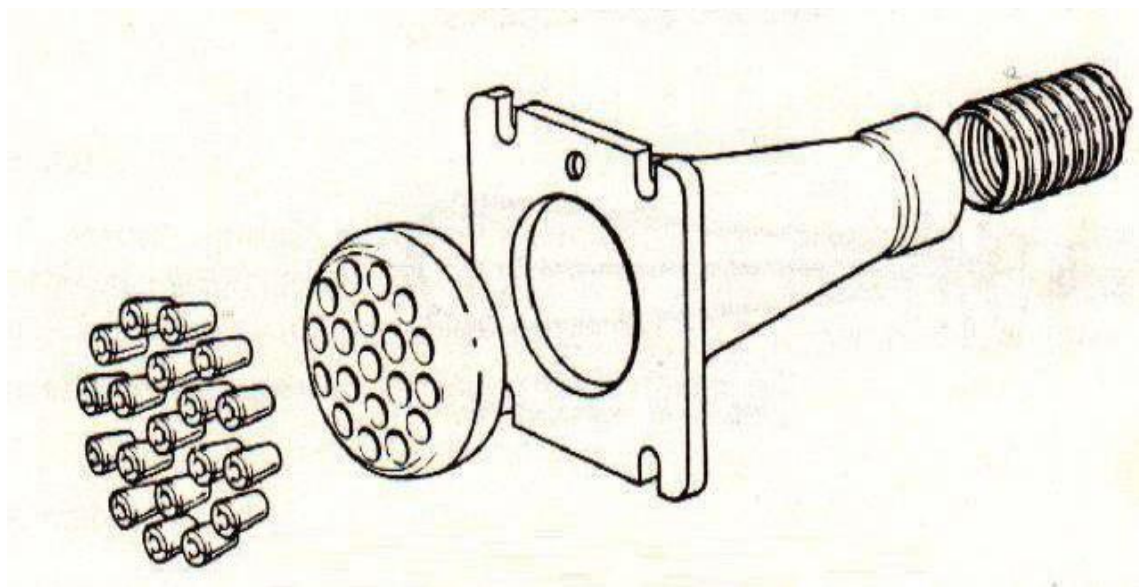


Figure VI.10 : *Ancrage mobile FREYSSINET*

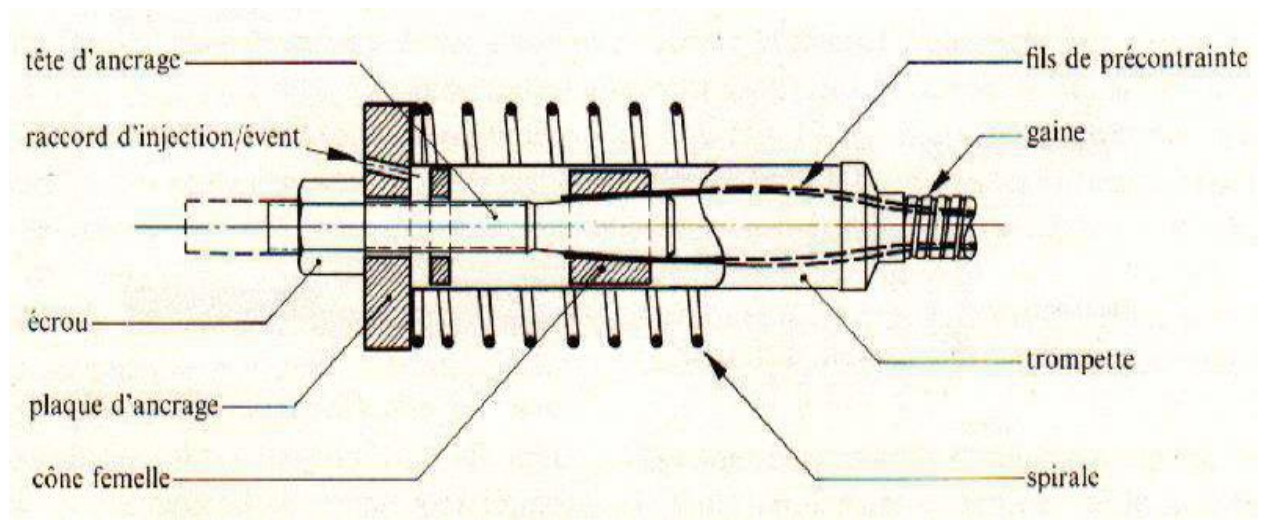


Figure VI.11 : Ancrage mobile AVT

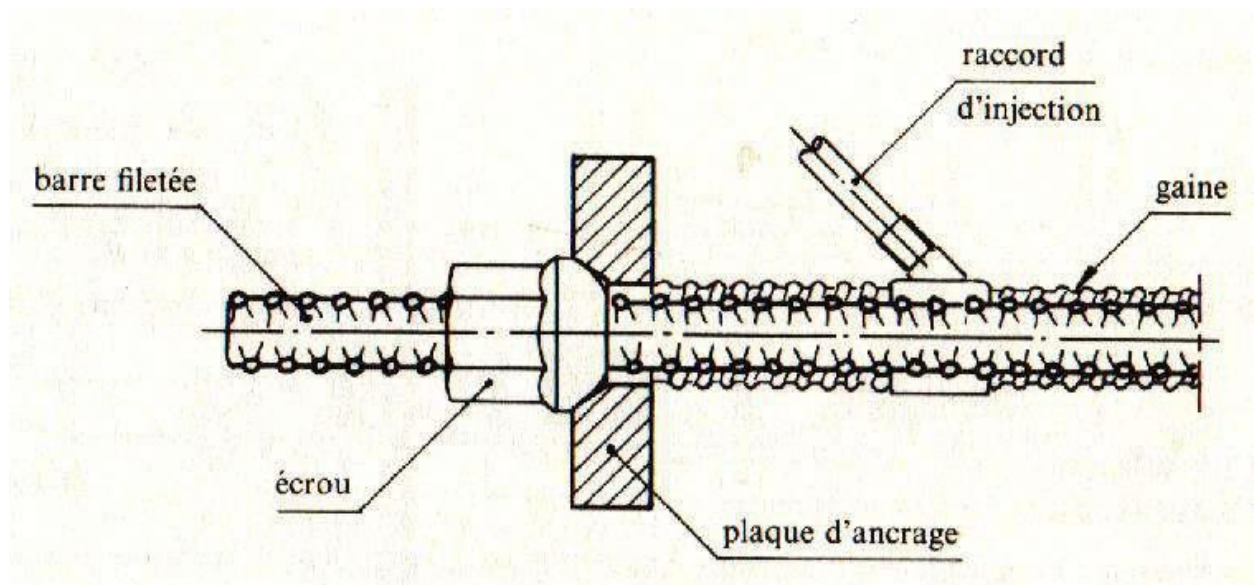


Figure VI.12 : Ancrage à barre DYWIDAG

VI.5.3. Coupleurs (ou accouplements)

Ce type de système d'ancrage permet de raccorder un tronçon de câble à un autre tronçon déjà tendu. Les coupleurs mobiles joignent deux tronçons d'un câble mis en place successivement, mais tendus en une seule fois. Ces possibilités sont mise à profit dans la construction des ponts à l'avancement par travées. L'accouplement de barres Dywidag est facile, puisqu'il suffit de placer un manchon fileté à la jonction des barres (Figure IV.2).

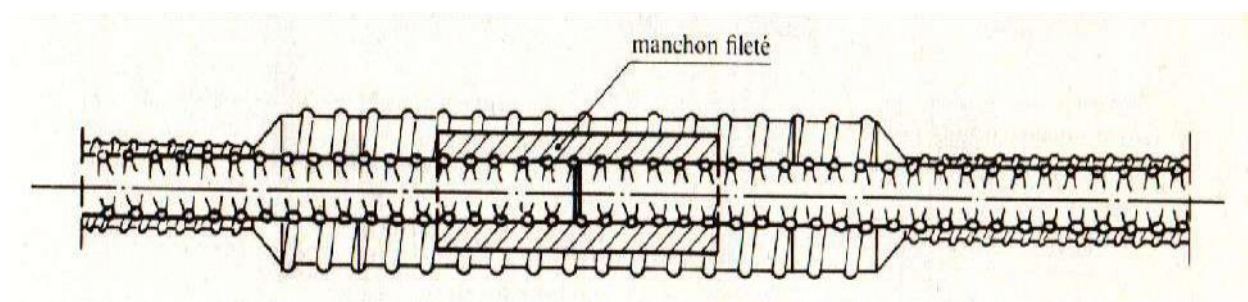
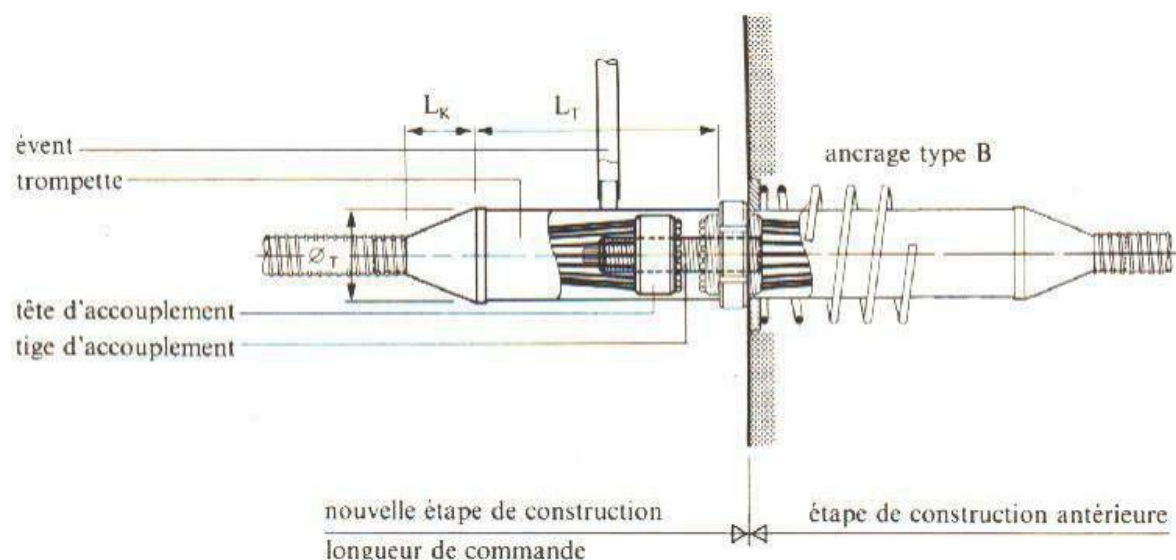


Figure VI.13 : Jonction de barres DWIDAG

VI.5.4. Ancrages intermédiaires

Ces ancrages sont utilisés pour mettre en tension les câbles à partir d'un point intermédiaire, lorsqu'il est impossible de le faire par les extrémités, soit pour des raisons constructives, soit à cause de la méthode d'exécution, soit encore pour des questions d'esthétique (ancrages d'extrémités noyés).



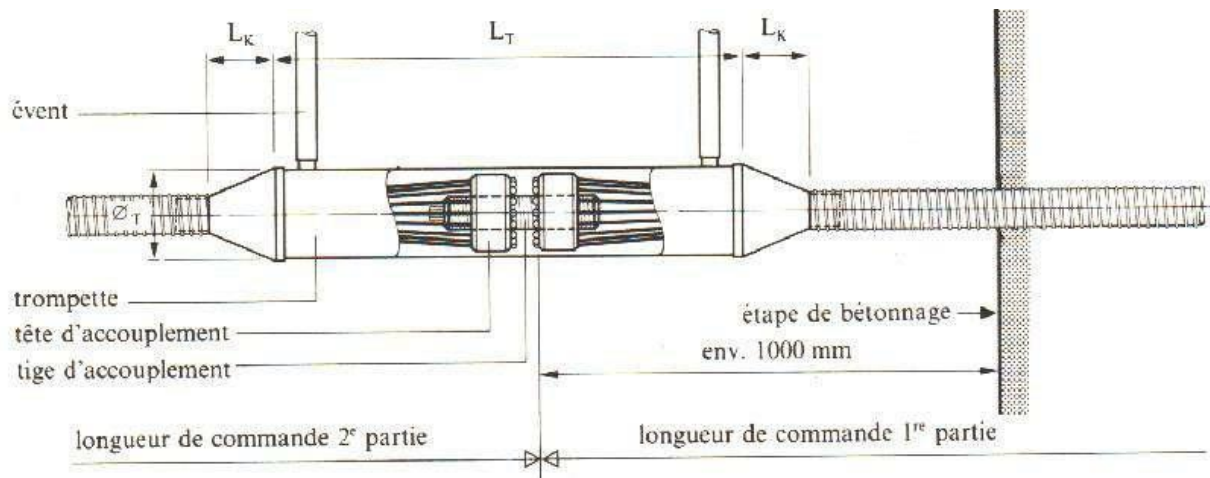


Figure VI.14 : Accouplement BBRV
 (a) : Accouplement fixe, (b) : Accouplement mobile (rare)

VI.5.5. Ancrages multiples

Ces ancrages permettent, pour les très gros câbles, de répartir la force d'ancrage totale sur plusieurs têtes.

IV.6. DETAILS DE CONSTRUCTION DE PRECONTRAINT

Les travaux de précontrainte comprennent différentes opérations :

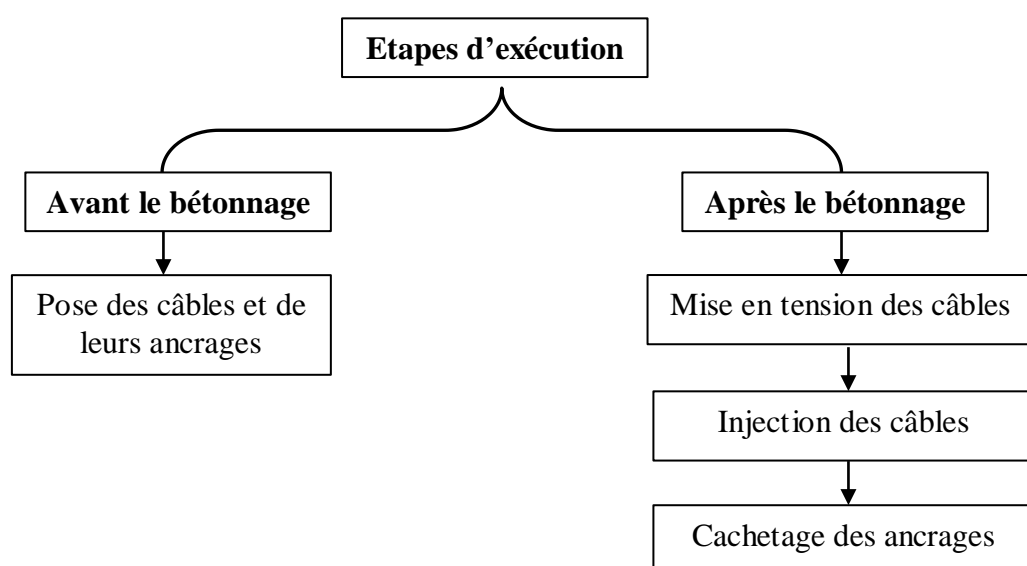


Figure VI.15 : Récapitulation des travaux de précontrainte

Lors de l'étude d'un projet en béton précontraint, on doit prendre les dispositions à permettre une exécution correcte de ces opérations. Il faut que :

- ✓ Les câbles doivent être posés avec une grande exactitude ;
- ✓ La fixation des câbles doit être telle qu'ils ne puissent pas bouger pendant les opérations de bétonnage ;
- ✓ Les câbles ne doivent pas être proches de la surface de béton ;
- ✓ Le bétonnage d'un ouvrage en béton précontraint doit être particulièrement soigné, notamment dans les zones d'ancrage.
- ✓ Il faut veiller à ne pas endommager les gaines lors de la vibration.
- ✓ Il faut prévoir un espace suffisant entre les gaines pour permettre une mise en place et une vibration correctes du béton.
- ✓ La mise en tension des câbles requiert une exactitude particulière ;

VI.7. REGLEMENTS

VI.7.1. Fondements des règles de calcul et de justification

Les codes de calcul du béton précontraint ont évolué depuis les années 1950.

- ✓ **IP1** : Instruction Provisoire n°1 du 12 Août 1965
- ✓ **IP2** : Instruction Provisoire n°2 du 13 Août 1973
- ✓ **BPEL 91** : Béton précontraint aux états limites
- ✓ **Euro code 2** : Béton Armé et Béton précontraint.

VI.7.2. Prescription réglementaire (BPEL)

- ✓ Fascicule n° 62 - Titre I - Section II
- ✓ Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites - BPEL 91 révisé 99

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

D.T.R-B.C.2-41, "Règles de conception et de calcul des structures en béton armé".

Jean- Pierre Mouguin, "Cours de béton armé B.A.E.L. 91", BERTI Edition.

Jean Perchat et Jean Roux, "Maitrise du B.A.E.L. 91 et des D.T.U associés", EYROLLES.

Jean Perchat et Jean Roux, "Pratique du B.A.E.L. 91 (Cours avec exercices corrigés)", EYROLLES

Pierre Charon, "Exercice de béton armé selon les règles B.A.E.L. 83", EYROLLES 2ème édition.

A.Fuentès. « Cours de béton précontraint ». Tomes 1 et 2, OPU, Algérie, 2006.

G. Dreux, J. Mazars, M. Rimboeuf. « Cours pratique du béton précontraint : Règles BPEL ». Eyrolles, 1984.