

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة طاهري محمد بشار

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

مطبوع بيداغوجي

رياضيات مالية

دروس و تمارين

موجه لطلبة السنة الثانية ليسانس علوم اقتصادية، التسيير و

العلوم التجارية

من اعداد الدكتورة: بلعابد نجاة

السنة الدراسية : 2024-2025.

المقدمة:

تعتبر الرياضيات المالية من اهم الادوات الرياضية التي تساعد الافراد والمؤسسات في اتخاذ قرارات الاستثمار بصورة سليمة، وذلك لتحقيق افضل نتيجة مالية ممكنة، حيث تعتمد معظم المعاملات المالية و التجارية على عنصر الفائدة من العملية الاستثمارية.

حيث تقدم الرياضيات المالية الأساليب الرياضية لعمليات التمويل و الاستثمار من خلال نظريتي الفائدة البسيطة و المركبة، حيث تستخدم في كافة نواحي الحياة المختلفة من إيداع و اقتراض، و شراء و بيع بالآجال او بالتقسيط.

و في هذا المقياس نتطرق الى مجمل المحاور المتعلقة ببرنامج مقياس الرياضيات المالية للتعرف على الرياضيات الاستثمارية و آلية حساب الفائدة .

المحاور:

المحور الأول: الفائدة البسيطة

المحور الثاني: الفائدة المركبة

المحور الثالث: إهلاك القروض

المحور الرابع: اختيار الاستثمارات

المحور الاول: الفائدة البسيطة

- حساب الفائدة البسيطة
- حساب القيمة المكتسبة
- المدفوعات والفوائد الدورية
- الخصم والقيمة الحالية
- تكافؤ العمليات المالية قصيرة الأجل
- تمارين اعمال موجهة

المحور الثاني: الفائدة المركبة

- حساب قيمة الفائدة المركبة
- الخصم والقيمة الحالية
- الجملة في الفائدة المركبة
- المدفوعات
- تكافؤ الديون العمليات المالية طويلة الاجل
- تمارين اعمال موجهة

محور الثالث: معايير اختيار الاستثمارات

- قرار اختيار الاستثمار
- الطرق المالية لاختيار الاستثمارات
- تمارين اعمال موجهة

محور الرابع: القروض واهتلاكها

- استهلاك قروض قصيرة الاجل
- استهلاك قروض طويلة الاجل

المحور الأول: الفائدة البسيطة:

-تعريف الفائدة البسيطة: ترتبط بالعمليات المالية قصيرة الأجل وهي مقدار الزيادة أو العائد المادي في رأس المال المستثمر أو القرض خلال مدة زمنية معينة .

✓ هناك عدة تعاريف للفائدة البسيطة منها:

- تعرف الفائدة على أنها الزيادة في رأس المال الناتجة عن استثماره لمدة معينة و بمعدل فائدة معين، كما تعرف على أنها العائد أو التعويض المادي الناتج عن استثمار الأموال أو اقتراض الأموال من الغير

- تعرف الفائدة البسيطة على أنها العائد الذي ينتج من استثمار الأموال خلال مدة زمنية معينة، بمعدل متفق عليه، فإذا اقترض شخص ما مبلغ من المال لمدة محددة وبمعدل متفق عليه، فإنه يدفع للمقرض عند التسديد المبلغ الذي اقترضه ،الأصلي بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض المبلغ، كذلك اذا وضع أحد الأشخاص مبلغ معين في البنك وتعهد البنك باحتساب فائدة ثابتة لصالحه على أساس المبلغ خلال فترة زمنية معينة، يقال هنا أن الفائدة هي بسيطة لأنه متفق عليها مسبقا ومقدارها ثابت بغض النظر عن كون الفائدة تدفع بصفة دورية ، وبالتالي فإن الفائدة هي الثمن الذي يدفعه المقرض من أجل استعمال رأس المال لمدة معينة أو كراء للمبلغ مقرض

و منه فإن:

$$\text{المبلغ المسترد} = \text{المبلغ الأصل} + \text{المبلغ الفائدة}$$

$$ATN + A = \text{المبلغ المسترد}$$

$$A(1+TN) = \text{المبلغ المسترد}$$

$$I = ATN$$

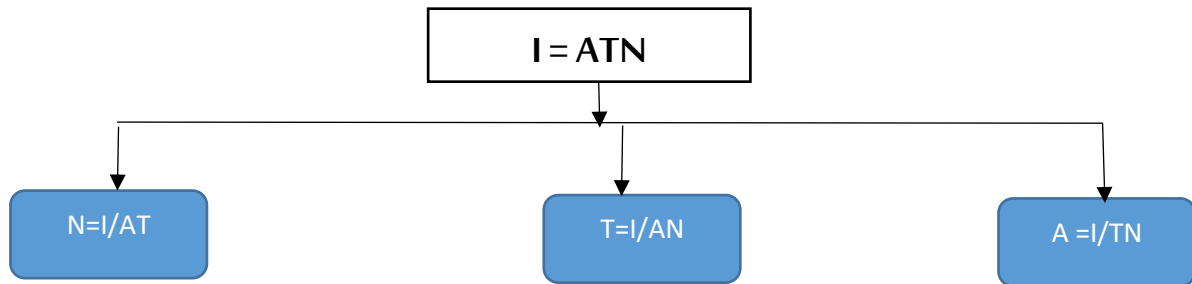
حيث:

I = مبلغ الفائدة

A = المبلغ المقترض الاصيلي

T = معدل الفائدة ، نسبة مئوية ، سنوية

N = فترة الاقتراض او المدة الزمنية للاقتراض



✓ . الفائدة البسيطة مبلغ الفائدة لا يطبق عليه معدل الفائدة على عكس في الفائدة المركبة

يطبق على مبلغ الفائدة.

360: سنة تجارية

366: سنة صحيحة

365: سنة كبيسة

-أنواع الفوائد:● الفائدة البسيطة:

يتقاضى عليها المقرض او المودع فائدة على المبلغ الموظف خلال مدة توظيف هذا المبلغ، ومن خصائصها أنها متساوية خلال فترة التوظيف ، وتطبق عادة عندما تكون المدة الزمنية لتوظيف المبلغ أقل من سنة.

● الفائدة المركبة:

هي الفائدة التي يحققها المبلغ الموظف في نهاية المدة ويصبح المبلغ الأصلي في السنة اللاحقة هو المبلغ الأصلي الأول مضاف إليه مبلغ الفائدة الذي حقق سابقا.

- هناك نوع اخر من الفوائد: الفائدة القبلية و الفائدة البعدية ، توجد صيغتين لتحصيل الفائدة

● الفائدة البعدية: هي الفوائد التي تحتسب في اخر المدة الزمنية ، اذ يتم حسابها و تحصيلها مع القيمة المكتسبة .

● الفائدة القبلية: هي الفائدة المدفوعة مسبقا مثل عملات الخصم، اذ يتم حسابها و

تحصيلها عند تسليم الاصل.

-العناصر المحددة لمبلغ الفائدة:

مبلغ الفائدة يتحدد باشتراك ثلاث عناصر وهي: معدل الفائدة ، المدة الزمنية، المبلغ المالي او الاصيل

$$I=ATN$$

- المبلغ المستثمر او الاصيلي: و يرمز له بـ A ، وهو مقدار المبلغ الذي يقوم المودع بإيداعه لدى البنك او مقدار المبلغ الذي يقوم البنك بإقراضه او مقدار المال المستثمر.
- سعر الفائدة او معدل الفائدة: يرمز له بـ T ، وهو الثمن الذي يتحصل عليه صاحب المال، و متفق عليه مسبقا، و معبر عنه بنسبة مئوية مقرونة بالزمن، مثل 8٪ سنويا، شهريا.....
- مدة الحيازة او مدة الاستثمار: و يرمز لها بـ N ، و هي طول الفترة الزمنية التي استثمر المال خلالها و كلما طالت الفترة الزمنية للإيداع كلما زادت قيمة مبلغ الفائدة و بالتالي المال المسترجع..

لما تكون الفترة الزمنية بالسنوات تصبح العلاقة: مبلغ الفائدة البسيطة $I = ATN$

لما تكون الفترة الزمنية بالأشهر تصبح العلاقة: $I = ATN \div 12$

- و عندما تكون N بالأيام: $I = ATN \div 360$

-السنة الصحيحة والسنة الكبيسة:

في بعض الحالات حساب مبلغ الفائدة البسيطة عندما تكون الفترة الزمنية N بالايام نضطر الى

حساب الفائدة البسيطة باعتبار ان سنة صحيحة او كبيسة .

عند استعمال السنة الصحيحة 365 يوم، نأخذ بعين الاعتبار ان عدد ايام شهر فيفري 28 يوم

، اما اذا كانت السنة كبيسة بعدد ايام 366 يوم (شهر فيفري 29 يوم) ،

و تفرق السنة الكبيسة عن السنة الصحيحة: هو ان السنوات الكبيسة تكون قابلة للقسمة على

4 مثل: 1984.2004.... الخ .

اما اذا لم تكن قابلة للقسمة على 4 فيتم اعتبارها صحيحة بـ 365 يوم .

• السنة الصحيحة: $I = ATN \div 356$

• السنة الكبيسة $I = ATN \div 366$

• السنة التجارية تستخدمها البنوك التجارية ، بحيث يعتبر ان كل شهر بـ 30 يوم و بالتالي

فإن السنة فيها 360 يوم و مبلغ الفائدة يحسب: $I = ATN \div 360$

• معدلات الفائدة النسبية: يعتبر معدلين انهما متناسبة اذا أنتجا نفس القيمة المكتسبة من

نفس رأس المال في نهاية فترة الاستثمار بفائدة بسيطة.

-مثال:

الاصل المالي يقدر بـ 6000 و.ن، يوظف لدى البنك بمعدل فائدة 8% سنويا، لمدة:

1- 3 سنوات

2- 4 اشهر

3- سنتين و 3 أشهر.

المطلوب: حساب مبلغ الفائدة.

-الحل:

-حساب مبلغ الفائدة:

$$T = 8\%$$

$$A = 6000$$

$$1- \text{سنوات } N = 3$$

$$ATN=6000 \times 0,08 \times 3$$

$$ATN=1440$$

$$I=1440 \text{ ون}$$

$$N=4 \text{ اشهر}$$

$$I=6000 \times 0,08 \times 4/12=160 \text{ ون}$$

$$N=3 \text{ سنتين و 3 اشهر}$$

$$I=6000 \times 0,08 \times 2,25=1080 \text{ ون}$$

- مثال 2:

اصل بقيمة 3500 دج يودع لدى البنك من تاريخ اول مارس من سنة 1990 الى 31 ماي من نفس السنة ، بمعدل 7٪ سنويا.

- احسب معدل الفائدة.

-الحل:

- في حالة اعتبار ان السنة تجارية:

N:

$$N=90 \text{ يوم} = 3 \times 30 \left\{ \begin{array}{l} \text{مارس: 30 يوم} \\ \text{افريل: 30 يوم} \\ \text{ماي: 30 يوم} \end{array} \right.$$

$$I = ATN = 3500 \times 0,07 \times 90 \div 360$$

$$I = 61,25 \text{ ون}$$

- في حالة اعتبار ان السنة صحيحة : سنة 1990 لا تقبل القيمة على 4 ، اذ هي سنة صحيحة

المدة N :

$$N = 91 \text{ يوم} = 92 - 1 \text{ يوم}$$

- مارس: 31 يوم
 - افريل: 30
 - ماي: 31

$$I = 3500 \times 0,07 \times 91 \div 365 = 61,08 \text{ ون}$$

ملاحظة:

- عند حساب المدة الزمنية بالأيام يجب ان يأخذ بعين الاعتبار اليوم الاول او الاخير للفترة الزمنية

فقط، و لذلك فإن المدة الزمنية تساوي 91 و ليس 92 يوم.

- مثال 03:

يودع مبلغ مالي قدره 4000 ون في البنك من 5 جانفي 1992 الى 28 مارس من نفس السنة، بمعدل

فائدة سنوي 6٪، احسب مبلغ الفائدة .

- الحل:

- حساب مبلغ الفائدة:

$$498 = 4/1992 \text{ و بالتالي فإن السنة 1992 سنة كبيسة}$$

- حساب N:

- من 5 جانفي : 31-5 ايام = 26 يوم من جانفي
 - فيفري: 29 يوم بما ان سنة كبيسة
 - مارس: 28 يوم
 83 يوم لكن نأخذ 82 يوم $N =$

$$I = ATN = 4000 \times 0,06 \times 82 \div 366 = 55,33 \text{ ون}$$

- مثال 04:

تم اقتراض مبلغ 5400 ون من البنك من 6 افريل الى 9 سبتمبر من نفس السنة، بمعدل فائدة سنوي 10٪، ماهو مبلغ الفائدة المتحصل عليه في ثلاث حالات : سنة تجارية، صحيحة، كبيسة؟

$$A=5400$$

$$T=10\%$$

- حالة : السنة تجارية

افريل: يوم 24
 ماي: 30
 جوان: 30
 جويلية: 30
 اوت: 30

سبتمبر: 9

$$N = 153 \text{ يوم}$$

$$I = ATN = 5400 \times 0,1 \times 153 \div 360 = 229,5 \text{ ون}$$

-حالة: السنة صحيحة

-افريل: 24 يوم

-ماي: 31 يوم

-جوان: 30

-جويلية : 31

اوت: 31

سبتمبر: 9

$$N = 156 \text{ يوم}$$

$$I = ATN = 5400 \times 0,1 \times 156 \div 365 = 230,79 \text{ ون}$$

-حالة: السنة كبيسة

-افريل: 24 يوم

-ماي: 31 يوم

-جوان: 30

-جويلية : 31

اوت: 31

سبتمبر: 9

$N = 156$ يوم

$$I = ATN = 5400 \times 0,1 \times 156 \backslash 365 = 230,79 \text{ ون}$$

-الجملة او القيمة المكتسبة:

اذا كانت قيمة راس المال هي A مستثمرة لفترة زمنية معينة N ، فان جملة هذا المبلغ او القيمة المكتسبة هي C .

$$C = A + I$$

$$C = A + ATN$$

$$C = A \times (1 + TN)$$

-مثال :

اودع شخص مبلغ 40.000 دج في احد البنوك لمدة 6 سنوات ، بمعدل فائدة 10% سنويا .ماهو المبلغ المتجمع لهذا الشخص في نهاية الفترة .

-الحل:

$$C=A(1+TN)=40.000(1+0,1\times6)=64.000$$

$$I=ATN=40000\times6\times0,1=24000$$

$$C=A+I=40000+24000=64000$$

- طريقة النمر والقاسم لحساب مقدار الفائدة البسيطة:

إذا كان هناك عدد من الديون أو الأقساط أو الكمبيالات لها تواريخ استحقاق مختلفة وخصم بنفس معدل الخصم أو الفائدة، فإنه يمكننا استخدام طريقة النمر، و القواسم، لتسهيل العمليات الحسابية.

بافتراض أن شخصا قد اودع مجموعة من المبالغ $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ ولمدة مختلفة

$$N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$$

و بمعدل فائدة سنوي T فإن الفوائد التي سيحصل عليها ستكون كما يلي:

$$I=I_1+I_2+I_3+\dots+I_n$$

$$I=t(A_1N_1+A_2N_2+A_3N_3+\dots+A_nN_n)$$

$$I=t \times \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{النمر}}$$

$$I=t \times \frac{\text{النمر}}{360}$$

مع العلم أن القاسم $=t/360$

و بالتالي:

النمر \times مقلوب القاسم $= I$

$$I = \frac{\text{القاسم}}{\text{النمر}}$$

-مثال :

وضع شخص في البنك المبالغ التالية: 6000 دج في 1 مارس.

900 دج في 2 ماي.

3500 دج في 1 جوان .

و معدل الفائدة السنوي 9% . احسب جملة هذه المبالغ في اخر شهر جوان من نفس السنة .

-الحل :

-حساب I:

$$\text{القاسم} \div \text{مج} = \text{AnNn} = \text{النمر} \div \text{القاسم} = I$$

-حساب المدة الزمنية:

$$N1 : 1\text{Mars} \rightarrow 30\text{Juin} \rightarrow 120 - 1 = 119$$

$$N2 : 2\text{Mai} \rightarrow 30\text{Juin} \rightarrow 59 - 1 = 58$$

$$N3 : 1\text{Juin} \rightarrow 30\text{Juin} \rightarrow 29$$

$$I = \sum (6000 \times 119) + (9000 \times 58) + (3500 \times 29) \div 360/t = 334,375$$

-حساب جملة المبلغ c:

$$C = \sum A + \sum I = 6000 + 9000 + 35000 + 334,375$$

$$C = 18834,375 \text{ ون}$$

تمارين اعمال موجهة:-التمرين 01:

اذا كان معدل الفائدة السنوي 6%، اوجد قيمة الفائدة الناتجة عن توظيف المبالغ التالية:

- 6000 و،ن لمدة 65 يوم ،

- 4000 و،ن لمدة 3 اشهر ،

- 5000 و،ن لمدة سنتين و نصف .

-كم عدد الأيام التي يجب ان يستثمر فيها مبلغ 38000 دج، حتى نحصل على جملة قدرها 38950

ون، بمعدل فائدة سنوي 5%.

كم عدد الأيام التي يجب ان يستثمر فيها مبلغ 38000 و،ن، حتى نحصل على فائدة قدرها 190 و،ن،

بمعدل فائدة سنوي 3%.

-تمرين 2: في سنة 2018 اودع شخص المبالغ الموضحة في الجدول في احد البنوك :

المبلغ	2000	3000	4000	5000
تاريخ إيداع	1 جانفي	11 جانفي	21 جانفي	10 فيفري

المطلوب:

- حساب الفوائد و جملة هذه المبالغ في 31 مارس من نفس السنة بمعدل فائدة سنوي 21%.

-تمرين 3:

-احسب الفائدة البسيطة التي تستحق على المبلغ 3000ون، لمدة سنتين و شهر واحد على أساس:

- اذ كان معدل الفائدة سنوي 6%.
- معدل الفائدة نصف سنوي 4%.
- معدل الفائدة ربع سنوي 1%.
- معدل الفائدة ربع شهري 0.5%.
- و ماهو احسن معدل فائدة ؟
- ما مقدار الفائدة اذا كانت مدة التوظيف 3 سنوات و 8 اشهر و 24 يوم؟

-التمرين 4:

بتاريخ 15 جانفي 2018 وظف احد الأشخاص مبلغ 14500ون، لدى احد البنوك بمعدل 3,5%

وبعد مدة معينة وصله اشعار من البنك يفيد بأن قيمة الفوائد قد بلغت 93,04ون.

- ماهو تاريخ تحرير الإشعار؟

-التمرين 5:

يحقق مبلغ موظف بمعدل 4% لمدة معينة جملة محصلة قدرها 14400ون، اما اذا وظف نفس

المبلغ خلال مدة زمنية أقل من المدة السابقة بسنة واحدة و بمعدل فائدة 5%, اعطى فائدة قدرها

2400ون.

-احسب قيمة هذا المبلغ و مدة توظيفه؟

-الحل:

حل التمرين الأول:

(1) حساب مبلغ الفائدة ا:

$$I_1 = (6000 \times 65 \times 0,06) \div 360 = 65 \text{ ون}$$

$$I_2 = 4000 \times 3 \times 0,06 \div 12 = 60 \text{ ون}$$

$$I_3 = (5000 \times 2,5 \times 0,06) = 750 \text{ ون}$$

(2) حساب المدة الزمنية n :

$$T=0,05 \quad C=38950 \quad A=38000$$

$$C=A+I \longrightarrow 38950=38000+I$$

$$I=950$$

$$I=ATN=38000 \times 0,05 \times N \div 360$$

$$950=1900 \times N \div 360 \longrightarrow N=950 \times 360 \div 1900 \longrightarrow N=180 \text{ يوم}$$

(3) حساب المدة الزمنية n :

$$T=0,03 \quad I=190 \quad A=38000$$

$$I=ATN \div 360 \longrightarrow N \div 360 = I \div AT \longrightarrow N = (190 \times 360) \div (38000 \times 0,03)$$

$$N=60 \text{ يوم}$$

- حل التمرين الثاني :

- حساب المدة الزمنية :

- من 1 جانفي الى 31 مارس: $3 \times 30 = 90 - 1 = 89$ يوم $n_1 = 89$

- من 11 جانفي الى 31 مارس: $11 - 90 = 79$ يوم $n_2 = 79$

- من 21 جانفي الى 31 مارس: $21 - 90 = 69$ يوم $n_3 = 69$

- من 10 فيفري الى 31 مارس: $10 - 2 \times 30 = 50$ يوم $n_4 = 50$

$I =$ القاسم/النمر

$$I = \sum A_n N_n \div 360 / 0,02 = (2000 \times 89) + (3000 \times 78) + (4000 \times 68) + (800 \times 49) / 8000$$

$$I = 52,28 \text{ ون}$$

$$C = \sum A_n + \sum I = 6000 + 3000 + 4000 + 5000 + 52,28$$

$$C = 14052,28$$

- حل التمرين 3:

- حساب مبلغ الفائدة البسيطة اذا المعدل سنوي: سنوي $t = 6\%$

$$n = 2 + 1/12$$

$$A = 3000$$

المدة الزمنية $n = 24$ شهر + $1 = 25$ شهر

$$I_1 = A t N = 3000 \times 0,06 \times 25 / 12 = 375 \text{ ون}$$

- حساب مبلغ الفائدة البسيطة اذا المعدل نصف سنوي: نصف سنوي $t=4\%$ $n=4+1/6$
 $A=3000$

ون $I_2=3000 \times 0,04 \times 25/6 = 500$

- حساب مبلغ الفائدة البسيطة اذا المعدل ربع سنوي: ربع سنوي $t=1\%$ $n=8+1/3$
 $A=3000$

ون $I_3=3000 \times 0,01 \times 25/3 = 250$

- حساب مبلغ الفائدة البسيطة اذا المعدل شهري: شهري $t=0.5\%$ $A=3000$ $n=25$

ون $I_4=3000 \times 0,005 \times 25/1 = 375$

2- احسن معدل فائدة هو 4% نصف سنوي

3- حساب مقدار الفائدة اذا كانت مدة التوظيف 3 سنوات و 8 اشهر و 24 يوم:

- معدل الفائدة سنوي: سنوي $t=6\%$ $A=3000$ $n=3+8/12+24/360$

ون $I=3000 \times 0,06 (3+8/12+24/360) = 672$

- معدل الفائدة نصف سنوي: نصف سنوي $t=4\%$ $A=3000$ $n=6+8/6+24/180$

ون $I=3000 \times 0,04 (6+8/6+24/180) = 896$

- معدل الفائدة ربع سنوي: نصف سنوي $t=1\%$ $A=3000$ $n=12+8/3+24/90$

ون $I=3000 \times 0,01 (12+8/3+24/90) = 448$

$$n=36+8+24/360 \quad A=3000 \quad t=0.05\% \text{ شهري} \quad \text{معدل الفائدة شهري: شهري}$$

$$I=3000 \times 0,05 (36+8+24/360) = 661 \text{ ون}$$

- حل التمرين 4:

$$I=93.04 \quad A=14500 \quad t=3.5\% \text{ سنوي} \quad \text{تحديد تاريخ تحرير الاشعار: سنوي}$$

$$I=ATN/360 \rightarrow 93,04=14500 \times 0,035 \times N/360$$

$$\rightarrow 93,04=507,5 \times N/360$$

$$N=93,04 \times 360/507,5$$

$$N=66 \text{ ون}$$

- بمعنى انه بعد 66 يوم يتم تحرير الاشعار ، بتاريخ: 22 مارس 2018

- حل التمرين 5:

$$\left\{ \begin{array}{l} T2=5 \% \\ N2=N1-1 \\ I=2400 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C1=14400 \\ T1=4 \\ N1=? \end{array} \right.$$

(1) جملة معادلتين:

$$\begin{cases} C1=A(1+T1N1) \\ I2=AT2N2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 14400=A(1+0,04N1) \\ 2400=A0,05(N1-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A=14400/\{1+0.04N1\} \\ A=2400/\{0.05(N1-1)\} \end{cases}$$

$$14400\{0.05(N1-1)\}=2400(1+0.04N1)$$

$$N1=3120/624$$

$$N1=5 \text{ سنوات} \dots\dots\dots N2=4 \text{ سنوات}$$

$$A=14400/\{1+0.04 \times 5\}$$

$$A=12000 \text{ ون}$$

-الدفعات المتساوية :

هي عبارة عن دفعات او أقساط متساوية تدفع في بداية او نهاية كل من الفترات الزمنية المتساوية:

سنة , نصف سنة , ربع سنة , كل شهرالخ ، و يمكن تقسيم هذه الدفعات المتساوية الى :

- **الدفعة غير العادية الفورية :** تكون بغرض استثمار كل دفعة استثمارية، حيث تدفع في

بداية كل فترة زمنية، مثل : إيداع مبالغ مالية متساوية في البنك من اجل الادخار .

- **الدفعة العادية "دفعة السداد او الاستهلاك":** حيث ان هذه الدفعات المتساوية تدفع في نهاية كل فترة زمنية معينة مثل تسديد القروض.

-ملاحظة: في حالة عدم نهاية ذكر حالة الدفعة يمكن اعتبارها دفعة عادية تتسدد في نهاية الفترة او الشهر ، و المبلغ الدوري الذي يدفع يسمى مبلغ الدفعة او قسط الدفعة، و الفترة الزمنية ما بين الفترة الزمنية مابين تاريخ الدفع و تاريخ السداد تسمى المدة الزمنية للدفعة .

-حساب فوائد الدفعات المتساوية:

-فائدة الدفعة I_1 = مقدار الدفعة ضرب معدل الفائدة في الفترة زمنية 1

$$I_1 = A_1 N_1 T_1$$

$$I_2 = A_1 N_2 T_2 \quad \text{-فائدة الدفعة } I_2:$$

$$I_n = A_n N_n T_n \quad \text{➤ الدفعة الأخيرة } n:$$

و بالتالي فإن مجموع الفوائد تساوي مجموع I_1 الى I_n

$$I = \sum I = \sum I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$I = (A_1 T_1 N_1) + (A_2 T_2 N_2) + \dots + (A_n T_n N_n)$$

$$I = AT(n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_n)$$

$$I = AT(n_1 + n_2 + \dots + N_n)$$

$$n \frac{(n_1 + n_2)}{2} = \text{متتالية عددية مجموعها}$$

معناه :

$$\sum I = (Atn) \frac{(n1+nn)}{2} = \text{مجموع الفوائد}$$

حيث : n يمثل مجموع حدود المتتالية الحسابية .

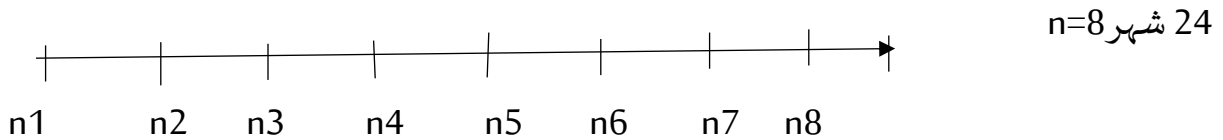
-مثال:

إذا كان لدينا دفعة تدفع في بداية كل 3 اشهر، و مقدرا الدفعة هو 50 ون، مدة سدادها سنتين،
فإذا كان معدل الفائدة البسيطة 6٪ سنويا: اوجد مجموعة فوائد الدفعات.

$$A=150$$

$$N= 2$$

$$t= 6\%$$

-الحل:-حالة 1: دفعات غير عادية ، في بداية كل 3 شهر:

$$\sum I = (Atn) \frac{(n1+n8)}{2}$$

$$\sum I = (150 \times 0.06 / 12 \times 8) \frac{(24+3)}{2}$$

$$\sum I = 81$$

-حالة 2: دفعة عادية في نهاية كل 3 اشهر:

$$\sum I = (Atn) \frac{(n1+n8)}{2}$$

$$\sum I = (150 \times 0.06 / 12 \times 8) \frac{(21+0)}{2}$$

$$\sum I = 63$$

- مثال 2:

دفعة تدفع في نهاية كل 4 اشهر، و مقدار الدفعة 250 ون، و مدة سدادها بعد 3 سنوات .

- فإذا كان معدل الفائدة البسيطة 6٪ سنويا، اوجد مجموع فوائد الدفعات:

- الحل:

- في نهاية كل 3 اشهر:

$$\sum I = (Atn) \frac{(n1+n12)}{2}$$

$$\sum I = (250 \times 0.06 / 12 \times 9) \frac{(32+0)}{2}$$

$$\sum I = 180$$

- في بداية كل 4 اشهر:

$$\sum I = (Atn) \frac{(n1+n12)}{2}$$

$$\sum I = (250 \times 0.06 / 12 \times 9) \frac{(36+4)}{2}$$

$$\sum I = 225$$

- جملة الدفعات المتساوية (المبلغ المكتسب):

هي عبارة عن مجموعة الدفعات بالإضافة الى فوائد هذه الدفعات و بالتالي :

$$C = \sum A + \sum I$$

$$C = An + (Atn) \frac{(n1 + nn)}{2}$$

-مثال:

إذا كان لدينا دفعة شهرية مقدارها 100 ون، احسب جملة هذه الدفعات لمدة سنة كاملة، علماً بأن مقدار الفائدة البسيطة 4% سنوياً.

- في أول كل شهر

- في آخر كل شهر

-الحل:

-في بداية كل شهر:

سنة N=1

A=100

t=4%

$$\sum I = (Atn) \frac{(n1+n12)}{2}$$

$$\sum I = (100 \times 0.04 / 12 \times 12) \frac{(12+1)}{2}$$

$$\sum I = 26$$

$$C = (100 \times 12) + 26$$

$$C = 1226$$

- في نهاية كل شهر:

$$\sum I = (Atn) \frac{(n1+n12)}{2}$$

$$\sum I = (100 \times 0.04 / 12 \times 12) \frac{(11+0)}{2}$$

$$\sum I = 22$$

$$C = (100 \times 12) + 22$$

$$C = 1222$$

- مثال 2:

اوجد جملة دفعة عادية، تدفع كل 4 اشهر مبلغها الدوري 2000ون، و مدتها سنتان ،علما بأن معدل الفائدة 5٪ سنويا.

-الحل:

- دفعة عادية: في نهاية المدة

$$C = A \times n + (Atn) \frac{(n1+n12)}{2}$$

$$C = 2000 \times 6 + (2000 \times \frac{0.05}{12} \times 6) \frac{(20+0)}{2}$$

$$C = 12500$$

-مثال 3:

إذا كان لدينا دفعة مقدارها 100 ون، تدفع للبنك في أول كل شهر و منتصف كل شهر، ثم يسحب من المبلغ مقدار 10 ون في كل 20 يوم من كل شهر

- احسب الرصيد الباقي لدفعات الايداع و دفعات السحب في نهاية السنة، علما بأن معدل الفائدة البسيطة للايداع و السحب 5٪ سنوياً.

-الحل:

$$N=1 \text{ سنة} \quad A=100 \quad t=4\%$$

-عدد الدفعات $n=24$ دفعة (في بداية و منتصف كل شهر

$$C = 100 \times 24 + (100 \times \frac{0.04}{12} \times 24) \frac{(12+1 \times 12)}{2}$$

$$C = 2462.5$$

-السحب في كل 20 من الشهر:

$$C' = A' \times n' + (A' \times t \times n') \frac{(n' + 1 + n' \times 12)}{2}$$

$$C' = 10 \times 12 + (10 \times 0.05 / 12 \times 12) \frac{(11 + 1/3 + 1/3)}{2}$$

$$C' = 350$$

- الرصيد = الدفعات - السحبات

- الرصيد $= 350 - 2462,5 = 2112,5$ ون.

- الفوائد الدورية:

هي الفوائد التي تدفع على دفعات حسب كل وحدة زمنية، و الوحدة الزمنية يمكن ان تكون سنة،

6 اشهر، شهريا... الخ، و تحسب كما يلي:

الفائدة الدورية الواحدة = فائدة القرض كله خلال المدة المحدد / عدد الدفعات الدورية .

بحيث ان هذه الفوائد تدفع بصفة منتظمة خلال مدة القرض و بصفة دورية في نهاية كل فترة،

والاصل يدفع في نهاية الفترة الكلية، و لكن في بعض الاحيان قد يطلب المدين تأجيل الفوائد الدورية

الى نهاية الفترة ليدفعها مع الاصل و بذلك سيتحمل فوائد التأخير.

-مثال:

اقترض شخص مبلغ 10000 ون، على ان يتم تسديده بعد 3 سنوات مع تحمله دفع فوائد دورية في

نهاية كل 3 اشهر، و بمعدل فائدة بسيط 6٪ سنوي.

- احسب مقدار الفائدة الدورية الواحدة .

-الحل:

- عدد الفوائد الدورية $= 3 \times 4 = 12$ فائدة

- قيمة الفائدة الدورية $= 12 / (0,06 \times 3 \times 10000) = 150$ ون

-خصم الاوراق التجارية:

-السند التجاري او الورقة التجارية : هو وثيقة تجارية تأخذ عدة اشكال (السند لامر، سفتجة، شيك...) يتعهد بموجبه المدين بتسديد مبلغ مالي لدائنه في اجل معين يسمى تاريخ الاستحقاق. اذا افترضنا ان شخص ما اراد التخلص من دينه قبل فترة الاستحقاق، في هذه الحالة هو الذي يدفع القيمة المالية للدين ، اي يسدد مبلغ مالي اقل من ماهو مستحق، و الفرق بين القيمة الاسمية للدين و القيمة الحالية يدعى الخصم .

او انه قد نجد كثيرا ما يتم تسديد الديون في وقت اجل ، فإذا أراد الدائن استلام أمواله قبل موعد الاستحقاق بصرف الورقة التجارية الى سيولة نقدية فيقوم بعملية تسمى خصم الورقة التجارية كذلك يمكن ان تباع الورقة التجارية الى احد البنوك حيث يحصل الدائن على مبلغ اقل من المبلغ المتفق عليه عند موعد الاستحقاق ، أي الدائن يحصل على مبلغ القيمة الحالية و هو اقل من القيمة المستقبلية و هو ما يسمى بالخصم.

تتمثل عناصر خصم الورقة التجارية فيما يلي:

- القيمة الاسمية: هي المبلغ المكتوب على الورقة التجارية، و هو اصل الدين A .
- مصاريف الخصم: هي مجموع ما يتقاضاه المصرف لقاء خصم الورقة التجارية .
- عمولة الخصم: هي عمولة يستفيد منها المصرف و تحسب بنسبة معينة من القيمة الاسمية .

$$\text{عمولة الخصم} = \text{نسبة العمولة} \times \text{القيمة الاسمية}$$

• مصاريف التحصيل: هي مبلغ مقطوع يتقاضاه المصرف بغض النظر عن القيمة الاسمية للورقة التجارية.

• صافي قيمة الورقة التجارية: المبلغ الناتج بعد طرح مجموع مصاريف الخصم من القيمة الاسمية للورقة .

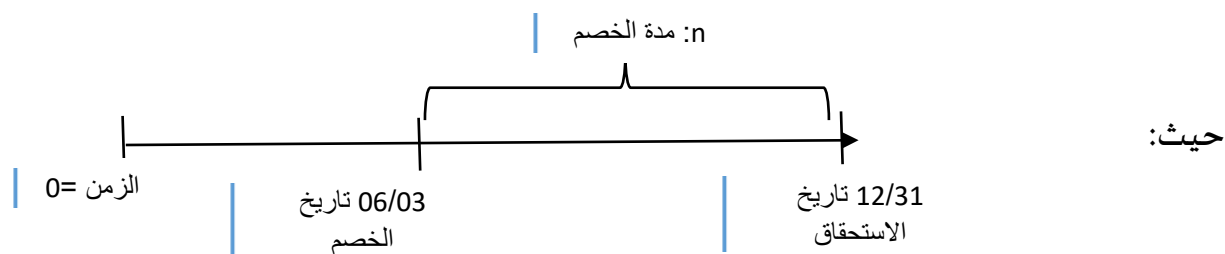
• معدل الخصم: هو نسبة مئوية يتم بموجبها خصم الورقة T.

• مدة الخصم: هي المدة المحصورة بين تاريخ الخصم و تاريخ الاستحقاق.

و يمكن حساب الخصم البسيط حسب مايلي :

$$E = ATN$$

$$A = a + E$$



A: القيمة الاسمية

a: القيمة الحالية

E': الخصم الحقيقي

E: الخصم التجاري

T: معدل الخصم

N:الفترة الزمنية.

-هناك نوعان من الخصم: خصم تجاري و خصم حقيقي .

-الخصم التجاري: يحسب من القيمة الاسمية و هو المطبق في البنوك التجارية.

$$E=ATn$$

-الخصم الحقيقي: يحسب بالقيمة الحالية .

$$E'=atn$$

-العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي:

$$E=ATn$$

$$E'=aTn$$

$$E-E'=ATn-aTn$$

$$E-E' =Tn(A-a)$$

$$E-E'=Tn(E')$$

-العلاقة الأولى:

$$\frac{E}{E'} = \frac{ATn}{aTn}$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{A}{a}$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{a + E}{a}$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{a + aTn}{a}$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{a(1 + Tn)}{a}$$

$$\frac{E}{E'} = 1 + Tn \quad \text{-العلاقة الثانية:}$$

-مثال:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 15000 ون، تاريخ استحقاقها 20 جوان من السنة ن، وقدمت للخصم في 5 جوان من النفس السنة، و بمعدل خصم بسيط 8٪ سنوي.

-المطلوب:

- حساب مدة الخصم .
- حساب مبلغ الخصم .

-الحل:

1-حساب مدة الخصم:

$$A=15000 \quad T=8\%$$

-تاريخ الاستحقاق: 20 جوان.

-تاريخ الخصم: 5 جوان

اذن مدة الخصم = 15 يوم = n

2-حساب مبلغ الخصم:

الخصم التجاري:

$$E = ATn$$

$$E = 1500 \times 0.08 / 360 \times 15$$

$$E = 50$$

$$\frac{E}{E'} = 1 + Tn \quad \text{- الخصم الحقيقي:}$$

$$E' = \frac{E}{1 + Tn}$$

$$E' = \frac{50}{1 + 0.08 \times 15 / 360}$$

$$E' = 49.83$$

- حساب القيمة الحالية:

$$A = a + E$$

$$a = A - E$$

$$a = 15000 - 50 = 14950$$

- تمرين:

تقدم احد الاشخاص لدى البنك من اجل خصم الاوراق التجارية التالية:

1 _ كمبيالة تستحق في نهاية 6 اشهر قيمتها الاسمية 2000 ون،

2 _ كمبيالة تستحق في نهاية 9 اشهر و قيمتها الاسمية 3000 ون.

3 _ سند يستحق في نهاية 10 اشهر قيمة الاسمية 6000 ون.

- اذ كان البنك يخصم بمعدل 10٪ سنويا ، احسب:

- قيمة الخصم و الصافي المستحق.

-الحل :

$$A1=2000$$

$$N1=6 \text{ اشهر}$$

$$A2=3000$$

$$N2=9 \text{ اشهر}$$

$$A3=6000$$

$$N3=10 \text{ اشهر}$$

1. حساب قيمة الخصم :

$$E=ATN$$

$$E1=2000 \times 0,10 \times 6 \div 12 = 100$$

$$E2=3000 \times 0,10 \times 9 \div 12 = 225$$

$$E3=6000 \times 0,10 \times 10 \div 12 = 500$$

$$\sum E = E1 + E2 + E3$$

$$\sum E = 100 + 225 + 500$$

$$\sum E = 825$$

2. حساب قيمة الصافي المستحق :

$$A=a-E$$

$$a1 = 2000 - 100 = 1900$$

$$a_2=300-225=2775$$

$$a_3=6000-500=5500$$

$$\sum a = \sum A - \sum E$$

$$\sum a = (2000+3000+6000)-825$$

$$\sum a = 10175 \text{ ون}$$

-الاجيو AGIO:

هو مجموعة المصاريف التي يأخذها البنك عند خصم الورقة التجارية و تتمثل فيما يلي :

-الخصم التجاري E:

-عمولة البنك : هو حق البنك نتيجة خصم الأوراق التجارية ، و تحسب بنسبة مئوية من القيمة الاسمية .

-عمولة التطهير : وهي عمولة يأخذها البنك عند الخصم و تحسب بالنسبة المئوية من القيمة الاسمية.

عمولة التطهير=معدل العمولة× القيمة الاسمية× مدة الخصم

-عمولة اللائحة: هي عمولة يأخذها البنك عند الخصم و تحسب بالنسبة المئوية من القيمة الاسمية.

-عمولة التوظيف : هي عمولة يأخذها البنك عند الخصم و هي مقدار ثابت و محدد لكل ورقة تجارية.

مصاريف التحصيل + عمولة البنك + الخصم التجاري = الاجيو AGIO

$$AGIO (TTC) = AGIO(HT) + TVA$$

-المثال 1:

في 1 جانفي 2007 ، تقدم تاجر الى احد البنوك لخصم كمبيالة قيمتها الاسمية 5000 ون، تستحق الدفع يوم 12 جوان من نفس السنة، و كان البنك يحسب الخصم بمعدل 9% سنويا، و العمولة بمعدل 0,2% ، كما قام بخصم مصاريف التحصيل بمقدار 2 ون لكل عملية خصم .

-المطلوب :

-احسب صافي ما يستلمه التاجر من البنك (القيمة الحالية) ؟

-احسب معدل الخصم الإجمالي ؟

-الحل :

معدل العمولة = 0,2% T=9% ون A=5000 مصاريف التحصيل = 2 ون

-أولا : نحسب مدة الخصم n : يوم n=161

1 جانفي ← 30 يوم
 فيفري ← 30
 مارس ← 30
 افريل ← 30
 ماي ← 30

161 = 1 - 162 يوم

12 جوان ← 12 يوم

- حساب مبلغ الخصم:

$$E = ATN = 5000 \times 0,09 \times 161 \div 360$$

$$E = 201,25 \text{ ون}$$

- عمولة البنك: معدل العمولة \times القيمة الاسمية

$$\text{عمولة البنك} : 10 = 5000 \times 0,002 \text{ ون}$$

- حساب الاجيو:

$$\text{AGIO} = E \text{ مصاريف التحصيل} + \text{عمولة البنك} + \text{الخصم التجاري}$$

$$\text{AGIO} = 201,25 + 10 + 2 = 213,25 \text{ ون}$$

- الصافي المستحق (القيمة الحالية a) = القيمة الاسمية - AGIO

$$a = A - E(\text{AGIO})$$

$$\text{القيمة الحالية} : 5000 - 213,25 = 4786,75 \text{ ون}$$

- المعدل الإجمالي للخصم: (T)

$$E = ATN$$

$$\text{AGIO} = A(T)N$$

$$(T) = \text{Agio} / A_n$$

$$(T)=213.25/5000 \times 161/360$$

$$(T)= 0,095 = 9.5\%$$

-تمرين :

في 15 جويلية قدم البنك ورقة تجارية قيمتها الاسمية 2500 ون، تستحق السداد في 10 اوت، وكانت

شروط الخصم كما يلي :

- معدل الخصم 10 % سنويا
- عمولة التظهير 0,5%
- عمولة اللائحة $\frac{1}{8}\%$
- عمولة التوظيف 0,5 ون لكل ورقة تجارية .
- TVA : 17 % (عمولة التوظيف و اللائحة تخضع لـ TVA)

-المطلوب :

-احسب Agio الإجمالي و القيمة الحالية للورقة التجارية .

عمولة التظهير = القيمة الاسمية × معدل العمولة × n

عمولة اللائحة = القيمة الاسمية × معدل العمولة

-الحل :

$$T=10\%$$

$$A=2500$$

$$n = 25 \text{ يوم} \quad \left\{ \begin{array}{l} 15 \text{ جويلية} \leftarrow 15 \text{ يوم} \\ 10 \text{ اوت} \leftarrow 10 \text{ يوم} \end{array} \right.$$

$$E = ATN = 2500 \times 0,1 \times 25 \div 360 = 17,30$$

$$0,86 = 360 \div 25 \times 0,005 \times 2500 : \text{عمولة التظهير}$$

$$3,125 = \% \frac{1}{8} \times 2500 : \text{عمولة اللائحة}$$

$$\text{Agio} = E + (\text{ع.التوظيف} + \text{ع.التظهير} + \text{ع. اللائحة})$$

$$\text{Agio} = 17,36 + 3,125 + 0,86 + 0,5$$

$$\text{Agio} = 21,845 \text{ ون}$$

-الاجيو Agio الإجمالي:

$$\text{AGIO(TTC)} = \text{AGIO(HT)} + \text{TVA}$$

$$\text{AGIO(TTC)} = 21,845 + (0,5 + 3,125) \times 0,17$$

$$\text{AGIO(TTC)} = 22,461 \text{ ون}$$

-القيمة الحالية:

$$A = a + \text{AGIO(TTC)}$$

$$a = A - \text{AGIO(TTC)}$$

$$a = 2500 - 22,461$$

$$a = 2477,539 \text{ ون}$$

- تكافؤ وتسوية الديون قصيرة الاجل للأوراق التجارية :

التكافؤ هو عملية مالية يتمكن من خلالها اطراف الأوراق التجارية من استبدالها بصفة عادلة و تسمى كذلك بعملية استبدال الديون.

1. تكافؤ الأوراق التجارية :

يقصد بتكافؤ ورقتين تجاريتين، تساوي قيمتها الحالية في تاريخ محدد، يسمى بالتاريخ التكافؤ، و باستعمال معدلات خصم متساوية , و يمكن القيام بتكافؤ ورقة او اكثر مع ورقة أخرى او مبلغ مالي , شرط ان تتم العملية باحترام النقاط التالية:

- حساب القيمة الحالية للأوراق التجارية في نفس التاريخ وتكون متساوية .

- استعمال نفس معدل الخصم .

ويعبر عن تكافؤ ورقتين تجاريتين كما يلي :

القيمة الحالية للورقة 1= القيمة الحالية للورقة 2

$$a_1 = a_2$$

$$A_1 - E_1 = A_2 - E_2$$

$$A_1 - A_1 \cdot TN_1 = A_2 - A_2 \cdot TN_2$$

$$A_1(1 - TN_1) = A_2(1 - TN_2) = A_n(1 - TN_n)$$

مثال: نفس معطيات المثال السابق :

15 جويلية ← 31 ديسمبر

$$A1(1-tn1)=A2(1-tn2)$$

$$A2=A1(1-tn1) \div 1-tn2$$

$$A2=2500(1-t \times 25 \div 360) \div 1-t \times 165 \div 360$$

-مثال:

الشخص "ب" مدين للشخص "أ" بملغ 5000ون ، تستحق السداد في 31 ماي، الدين في شكل ورقة تجارية.

في 16 ماي طلب شخص "ب" من الشخص "أ" ان يعوض الورقة السابقة بأخرى تستحق السداد في 30 جوان .

المطلوب:

-احسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة مع العلم ان معدل الخصم السنوي $T=10\%$

-الحل:

تاريخ الاستحقاق : 31 ماي $A1=5000$

تاريخ التكافؤ: 16 ماي

تاريخ الاستحقاق الجديد: 30 جوان $A2 = ?$

معدل الخصم: 10 %

عند 16 ماي : $a_1 = a_2 \leftarrow$

$$A_1 - E_1 = A_2 - E_2$$

$$A_1 - A_1 t_{n1} = A_2 - A_2 t_{n2}$$

$$A_1(1 - t_{n1}) = A_2(1 - t_{n2})$$

$$N_1 = 16 \text{ ماي} - 30 \text{ ماي} = 16 - 30 = 14 \text{ يوم}$$

$$N_2 = 16 \text{ ماي} - 30 \text{ جوان} = 14 \text{ يوم} + 30 \text{ يوم} = 44 \text{ يوم}$$

$$A_2 = \frac{A_1(1 - t_{n1})}{(1 - t_{n2})}$$

$$A_2 = \frac{5000(1 - 0.1 \times 14/360)}{(1 - 0.1 \times 44/360)}$$

$$A_2 = 5042.18 \text{ ون}$$

2. تسوية الديون :

يقصد بتسوية الديون هو استبدالها بما يتناسب مع حالة المدين المالية، من دون التأثير على حقوق الدائن، فقد يقوم المدين باستبدال دينه الى دين جديد يستحق السداد بتاريخ مختلف عن تاريخ سداد الدين القديم ، وقد يكون قبله او بعده .

- حالة تسوية الديون بتاريخ لاحق (أجل):

إذا كان الدين الجديد يستحق الدفع بعد تاريخ الاستحقاق الدين الأصلي، فإن قيمة الدين الجديد عبارة عن جملة مبلغ الدين الأصلي في تاريخ الاستحقاق الجديد .

القيمة الاسمية للدين الجديد= القيمة الاسمية للدين القديم +فائدة التأخير.

-مثال:

بتاريخ 1 فيفري 2010 ، كان احد الأشخاص مدين لشخص اخر بمبلغ 10000 ون، يستحق السداد في 25 ماي 2010 ، في تاريخ 25 افريل اتفق المدين مع الدائن على تأجيل الدين حتى 31 أكتوبر، بحيث تحتسب فوائد التأخير بمعدل 9% سنويا .

-المطلوب:

ماهي القيمة الاسمية للدين الواجب سداذه في 31 اكتوبر علما ان الفوائد هي فوائد تجارية ؟

-الحل:

تاريخ الاستحقاق القديم : 25 ماي $A=10000$

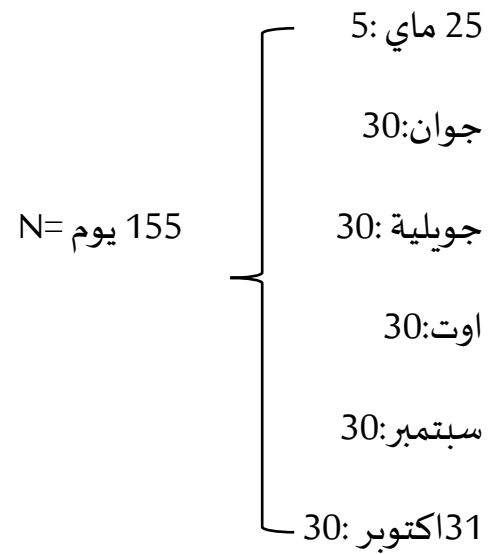
تاريخ الاستحقاق الجديد : 31 اكتوبر

$A_2=A_1+I$ (فوائد التأخير)

$$A_2=10000+ATN$$

$$A_2=10000+10000 \times 0,09 \times 155 \div 360$$

$$A_2=10387,5 \text{ ون}$$

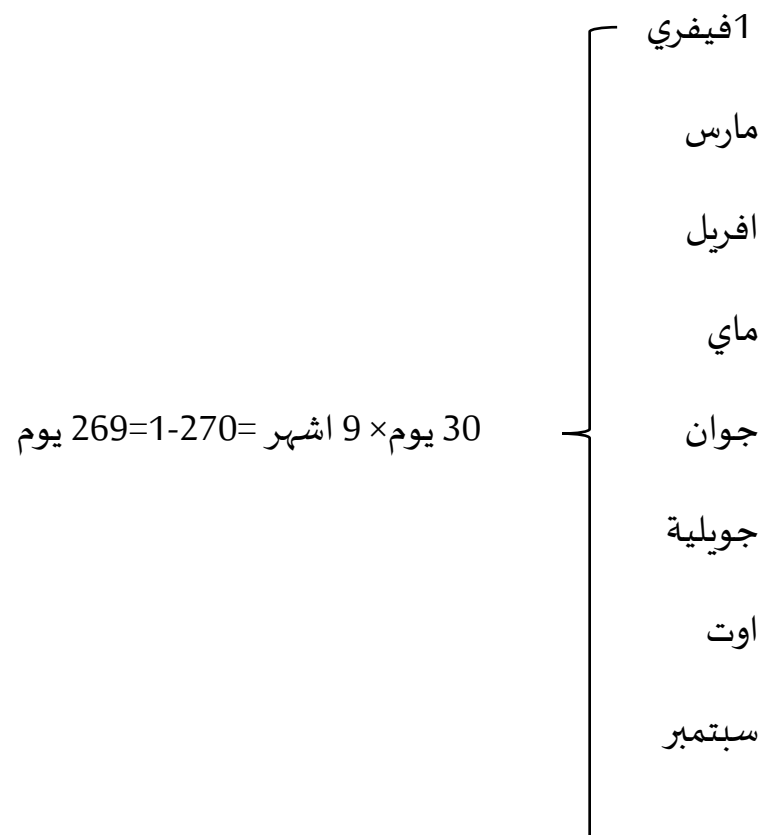


$$C2=A2+I2:$$

-المبلغ الإجمالي المستحق

$$C2=10387,5+10000 \times 0,09 \times 269 \div 360$$

$$C2=11060$$



31 اكتوبر

-حالة تسوية الديون بتاريخ سابق :

اذا كان الدين الجديد استحق الدفع قبل تاريخ استحقاق الدين الأصلي، فإن قيمة الدين الجديد عبارة عن القيمة الحالية للدين الأصلي .

القيمة الاسمية للدين الجديد A_2 = القيمة الحالية للدين الأصلي a

-مثال : شخص مدين بما يلي :

- 2000 ون تستحق في 1 جويلية

- 4000 ون تستحق في 15 اوت

- 6000 ون تستحق في 15 سبتمبر

وقد اتفق هذا شخص مع دائن على سداد الديون يوم 15 ماي دفعة واحدة، و بمعدل 6% سنويا على أساس خصم تجاري و فوائد تجارية .

-المطلوب :

-إيجاد القيمة الاسمية للدين الجديد بتاريخ السداد 15 ماي .

-الحل :لدينا $a_1 = A_2$ 1 جويلية $\rightarrow A_1 = 2000$ 15 اوت $\rightarrow A_2 = 4000$

$$A_3 = 6000 \rightarrow 15 \text{ سبتمبر}$$

تاريخ الاستحقاق جديد: 15 ماي

$$a = A - E$$

$$a = A - ATN$$

$$a = A(1 - TN)$$

$$n_1: \text{من 1 جويلية الى 15 ماي} = 15 + 30 + 45 \text{ يوم}$$

$$n_2: \text{من 15 اوت الى 15 ماي} = 15 + 30 + 30 + 15 = 90 \text{ يوم}$$

$$n_3: \text{من 15 سبتمبر الى 15 ماي} = 15 + 30 + 30 + 30 + 15 = 120 \text{ يوم}$$

$$a_1 = 2000(1 - 0,06 \times 45 \div 360) = 1985$$

$$a_2 = 4000(1 - 0,06 \times 90 \div 360) = 3940$$

$$a_3 = 6000(1 - 0,06 \times 120 \div 360) = 5880$$

$$\sum a = a_1 + a_2 + a_3 = 11805 \text{ ون}$$

-تمارين اعمال موجهة:-التمرين 1:

دين قدره 1800 ون يستحق الدفع بعد سنة ونصف، اذا تم تسوية هذا دين بمعدل 8% فائدة بسيطة سنوية.

المطلوب:

- احسب الخصم التجاري و القيمة الحالية التجارية .
- احسب الخصم الصحيح و القيمة الحالية الصحيحة .

-التمرين 2:

اشترى موظف ثلاجة وقام بدفع مبلغ 30000 ون نقدا، و اتفق مع البائع على دفع 10000 ون بعد شهر، و دفع مبلغ 15000 ون بعد شهرين .

المطلوب:

-ماهو ثمن الثلاجة النقدي؟

- بطريقة الخصم التجاري

- بطريقة الخصم الصحيح

-التمرين 3:

القيمة الحالية للورقة التجارية 11846 ون ، خصمت بتاريخ 25 اوت بمعدل 7% ، اذا خصمت هذه الورقة قبل 80 يوما من تاريخ استحقاقها كانت قيمة الخصم اقل بـ 87 ون من الخصم الأول.

المطلوب :

احسب القيمة الاسمية للورقة التجارية و تاريخ استحقاقها.

-التمرين 4:

بتاريخ 17 افريل تم خصم الورقة التجارية بمعدل 3% ، فكان خصمها التجاري يساوي 24 ون.

- اذا علمت ان القيمة الاسمية لها 2400 ون

المطلوب :

✓ احسب تاريخ استحقاقها.

✓ احسب المبلغ الإجمالي الاجيو , اذا كانت عمولة البنك 0,2% و مصاريف التحصيل 0,1% ، وتحسب

فيها 5 ون كحد ادنى .

✓ احسب صافي ما يتحصل عليه صاحب الورقة .

✓ احسب معدل الخصم الإجمالي للبنك .

-التمرين 5:

احد التجار مدين لمورده بالأوراق التجارية التالية :

- 3200 ون تستحق في 1 نوفمبر .

- 4800 ون تستحق في 15 ديسمبر .

- 17000 ون تستحق في 30 ديسمبر .

وفي تاريخ 15 نوفمبر قرر هذا التاجر تسوية تلك الأوراق بتسديد قيمتها نقدا .

المطلوب :

ماهي قيمة المبلغ المسدد اذا كان معدل الخصم 6% ؟

-التمرين 6:

شخص مدين لآخر بالمبالغ التالية :

- 15000 ون تستحق بعد 30 يوم .

- 20000 ون تستحق بعد 40 يوم .

- 15000 ون تستحق بعد 60 يوم .

اذا علمت انه اتفق مع الدائن على ان يسدد مبلغ 49402,78 ون في الحال .

المطلوب :

- احسب معدل الخصم الذي استخدم لتسوية هذه الديون.

الحلول:

- حل التمرين 1:

$$A = 1800 \quad n = 1,5 \quad T = 8\%$$

- حساب الخصم تجاري و القيمة الحالية التجارية :

$$E = ATN = 18000 \times 0,08 \times 1,5 = 216 \text{ ون}$$

$$E = A - a \rightarrow a = A - E = 1800 - 216 = 1584 \text{ ون}$$

- حساب الخصم الصحيح و القيمة الحالية الصحيحة :

$$E' = atn$$

$$A = a + E' \rightarrow A = a + atn = a(1 + tn)$$

$$a = A / (1 + TN) = 1800 / (1 + 0,08) \times 1,5 = 1607,14 \text{ ون}$$

$$E' = atn = 1607,14 \times 0,08 \times 1,5$$

$$E' = 192,54 \text{ ون}$$

- حل التمرين 2:

$$a_1 = 30000 \text{ ون}$$

$$A_2 = 10000 \rightarrow n_2 = \text{شهر}$$

$$A_3 = 15000 \rightarrow n_3 = \text{شهرين}$$

$$a = a_1 + a_2 + a_3 \quad - \quad \text{ثمن الثلاثة} = \text{القيمة الحالية للثلاثة}.$$

- A القيمة الاسمية المكتوبة في الشيك وهي الدين المكتوب .
- a القيمة الحالية التي تدفع في الحين و هي الأقرب لتاريخ تحرير الشيك .

$$a = 30000 + a_2 + a_3$$

$$E = A - a \rightarrow a = A - E = A - A \cdot TN = A(1 - TN)$$

$$a_2 = A_2(1 - TN) = 10000(1 - 0,18 \times 1/12) = 9550 \text{ ون}$$

$$a_3 = A_3(1 - TN) = 15000(1 - 0,18 \times 2/12)$$

$$a_3 = 14550 \text{ ون}$$

$$a = 30000 + 9550 + 14550 = 54000 \text{ ون القيمة الحالية للثلاثة}$$

- حل التمرين 3:

$$a_1 = 11846 \rightarrow \text{تاريخ 25 اوت}$$

$$n_3 = 30 \text{ قبل استحقاق يوم} \quad T = 17\%$$

$$E_1 - E_2 = 87$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 - E_2 = 87 \rightarrow \\ E_1 = A - a_1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 = 87 + E_2 \\ a_1 = A - E_1 \end{array} \right.$$

$$a_1 = A - 87 - E_2$$

$$a_1 = A - 87 - A T_{n2}$$

$$11846 + 87 = A(1 - T_{n2})$$

$$A = \frac{11933}{[1 - 0.07 \left(\frac{30}{360} \right)]}$$

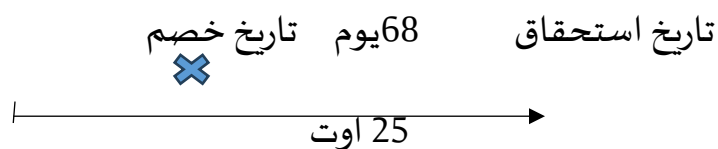
$$A = 12003 \text{ ون}$$

- حساب تاريخ الاستحقاق : n_1

$$A_1 = A(1 - T_{n1})$$

$$11846 = 12005(1 - 0.07 \times n_1 / 360)$$

$$n_1 = 68 \text{ يوم}$$



$$25 \text{ اوت} + 03 + 30 + 3 \text{ أيام}$$

$$5 \text{ أيام من اوت} + \text{سبتمبر} + \text{أكتوبر} + 3 \text{ نوفمبر}$$

اذن تاريخ الاستحقاق 3 نوفمبر

- حل التمرين 4 :

في 17 ابريل خصم ورقة تجارية $T=3\%$ $E=24$ $A=2400$

- حساب مدة الخصم n :

$$E=ATN \rightarrow n=E/AT$$

$$n = E \times 360 / (2400 \times 0.03)$$

$$n=120 \text{ يوم}$$

17 افريل + ماي + جوان + جويلية + 17 اوت

13 يوم + 30 + 30 + 17 اوت = 120 يوم

اذن تاريخ الاستحقاق هو 17 اوت .

- حساب الأجيو Agio :

مصاريف التحصيل + عمولات البنك $Agio=E$

$$Agio=24(2400 \times 0,2/100)+2.4$$

م تحصيل $= 2400 \times 0,001 = 2,4$ دج وهي اقل من 5 دج (الحد الأقصى)

$$Agio=33,8 \text{ ون}$$

$$a=A- Agio=2400-33,8=2366,2 \text{ ون}$$

- القيمة الحالية: a

$$E=ATn$$

$$Agio =ATN \rightarrow T= Agio /AN= 33,8 / (2400 \times 120/360)$$

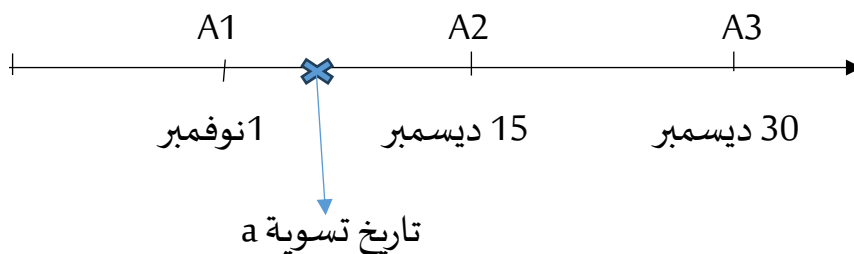
T = 4,225%

-حل التمرين 5:

$A1=3200 \rightarrow 1$ نوفمبر $T=6\%$

A2=4800 → 15 نوفمبر

A3=17000 → 30 نوفمبر



تاريخ التكافؤ: $a=a_1+a_2+a_3$

$$a = a_1 + a_2 + a_3$$

$$a=A(1+TN1)+A2(1-TN2)+A3(1-TN3)$$

$$a = 3200(1 + 0,06 \times 15/360) + 4800(1 - 0,06 \times 30/360) + 17000 \times (1 - 0,06 \times 45/360)$$

$a = 24826 \text{ دج}$

$$E = A - a \rightarrow a = A - E$$

$$a = A - ATN = A(1 - TN)$$

$$I = ATN \quad 15 \text{ JR} \quad C1 = A + ATN = A(1 + TN)$$

- حل التمرين 6: $a = 49402,78$

$$A_1 = 15000 \rightarrow n_1 = 30 \text{ يوم}$$

$$A_2 = 20000 \rightarrow n_2 = 40 \text{ JRs}$$

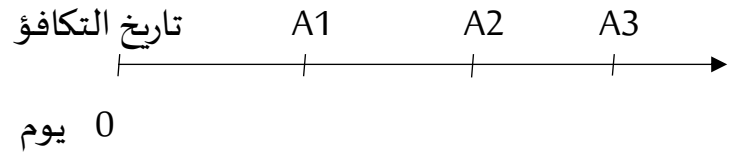
$$A_3 = 15000 \rightarrow n_3 = 60 \text{ JRs}$$

$$a = a_1 + a_2 + a_3$$

$$a = A(1 - Tn_1) + A_2(1 - Tn_2) + A_3(1 - Tn_3)$$

$$49402,78 = 15000(1 - T \times 30/360) + 20000(1 - T \times 40/360) + 15000(1 - 60/360)$$

$$T = 0,1 = 10\%$$

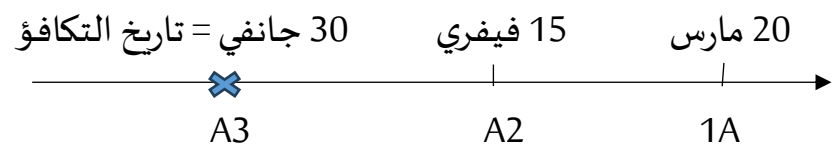


- حل التمرين 7:

$$A_1 = 4500 \rightarrow 20 \text{ مارس}$$

$$A_2 = 2400 \rightarrow 15 \text{ فيفري}$$

$$A_3 = 1200 \rightarrow 30 \text{ جانفي}$$



$$E = A - a \rightarrow a = A - E$$

$$a = A - ATN$$

$$a = A(1 - TN) \rightarrow A = a / 1 - tn$$

$$a = a_1 + a_2 + a_3$$

$$A(1 - TN) = A_1(1 - Tn_1) + A_2(1 - Tn_2) + A_3(1 - Tn_3)$$

$$A = [A_1(1 - TN_1) + A_2(1 - TN_2) + A_3(1 - TN_3)] / 1 - TN$$

$$n_1 = 30 \text{ جانفي} \leftarrow 20 \text{ مارس} = 50 \text{ يوم}$$

$$n_2 = 15 \text{ فيفري} \leftarrow 30 \text{ جانفي} = 15 \text{ يوم}$$

$$n_3 = 30 \text{ جانفي} \leftarrow 30 \text{ جانفي}$$

$$n = 30 \text{ جانفي} \leftarrow 20 \text{ مارس (تاريخ استحقاق الورقة جديدة)}$$

$$A = [4500(1 - 0.12 \times 50 / 360) + 2600(1 - 0.12 \times 15 / 360) + 1200(1 - 0.12 \times 0)] / 1 -$$

$$0.12 \times 50 / 360$$

- حل التمرين 8:

$$A + A_2 = 48800$$

$$E_1 + E_2 = 305$$

$$\text{مدة } n = 45 \text{ يوم (متوسط مدة الاستحقاق)}$$

تستحق بعد شهر $\rightarrow A1=36600$

$$E=ATN$$

حيث N متوسط $N1$ و $N2$: $(E1+E2)=(A1+A2)TN(N1;N2)$

$$305=48800 \times T \times 45/360$$

$$T = (305 \times 360) / (48800 \times 45)$$

$$T = 5\%$$

$$A1+A2=48800$$

$$A2=48800-36600 \rightarrow A2=12200$$

$$E2=A2Tn2$$

$$E1+E2=305$$

$$A1Tn1+A2Tn2=305$$

$$36600 \times 0,05 \times 30/360 + 12200 \times 0,05 \times n2/360 = 305$$

$$n2=90 \text{ يوم}$$

المحور الثاني: الفائدة المركبة :

-الفائدة المركبة: هي الفائدة الناتجة عن إضافة الفائدة البسيطة للمبلغ الأصل في الفترة الموالية و الذي تنتج بدورها في الفترة التي تليها .

راينا سابقا ان الفائدة البسيطة تطبق على اقتراض او إيداع قصير الاجل، بينما تحسب الفائدة المركبة على الاقتراض او الإيداع طويل الاجل و الذي يكون في الغالب اكثر من السنة .

بعد انتهاء السنة الأولى:

$$C_1 = A + I$$

$$C_1 = A + ATN = A(1 + TN)$$

$$C_2 = C_1(1 + TN)$$

$$C_2 = A(1 + TN)(1 + TN) = A(1 + TN)^2 = A(1 + T)^2 \quad \text{السنة 2}$$

$$C_3 = C_2(1 + TN) = A(1 + TN)(1 + TN)(1 + TN) = A(1 + T)^3 \quad \text{السنة 3}$$

$$C_n = A(1 + TN)^n = A(1 + T)^n \quad \text{مع سنة } N=1 \quad n = \text{عدد السنوات}$$

-مثال :

اودع شخص مبلغ لدى البنك قدره 15000 ون، لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة قدرها 11% (الفائدة مركبة سنوية).

-المطلوب :

-احسب جملة المبلغ في نهاية الفترة ؟

-الحل:

$$A=15000 \quad n=3 \text{ سنوات} \quad T=11\%$$

$$C=A(1+T)^n=15000(1+0,11)^3=20514,465 \text{ ون}$$

$$C_1=15000(1+0,11 \times 1) \dots\dots\dots C_1=16650 \text{ ون السنة 1:}$$

$$C_2=15000(1+0,11)(1+0,11)=16650(1+0,11) \text{ ون السنة 2:}$$

$$C_3=[16650(1+0,11)] \times (1+0,11) = 15000 \times (1+0,11)^3 \text{ ون السنة 3:}$$

-مثال 2:

-ماهي جملة اصل قدره 12000ون، يودع لدى البنك مدة 5 سنوات، بمعدل فائدة مركبة 4 % للسداسي .

-الحل:

$$A=12000 \quad n=5 \text{ سنوات} \quad T=4\% \text{ سنويا}$$

الفائدة المركبة لا يمكن حساب الفائدة (I) قبل حساب الجملة C ، ولذلك سنحسب C ثم نطرح منها المبلغ الأصلي A:

$$C=A+I \rightarrow I=C-A$$

$$C=A(1+T)^n \quad \text{"لايجاد c من A"}$$

$$A=C/(1+T)^n=C(1+T)^{-n} \quad \text{"لايجاد A من C"}$$

الحل:

$$C = A(1 + T)^n$$

$$C = 12000(1 + 0.04)^{5 \times 2}$$

$$C = A(1.04)^{10}$$

$$C = 17762.39 \text{ ون}$$

- مثال 3:

- ماهي جملة المال المقترض الذي يقدر بـ 24000 ون، مدة سنتين و 4 اشهر، بمعدل فائدة مركبة سنوي 4 % .

$$A = 24000 \quad T = 4\% \quad N = \text{سنتين} + 4 \text{ اشهر}$$

ط 1:

$$C = 24000(1 + t)^n$$

$$C = 24000(1 + 0.04)^{2 + \frac{4}{12}}$$

$$C = 26295.85 \text{ ون}$$

ط 2:

$$C = A(1 + t)^n$$

$$C1 = 24000(1 + 0.04)^2$$

$$C = 25958.4$$

-فائدة البسيطة $C2 = C1 \times t \times n \rightarrow$

$$C2 = 25958.4 \times 0.04 \times \frac{4}{12}$$

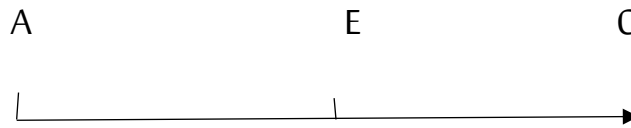
C1 للسنتين هو اصل الفائدة البسيطة .

-الخصم في الفائدة المركبة :

يطبق الخصم في الفائدة المركبة على الأصول ذات استحقاق التي تزيد عن السنة الواحدة ، في

حالة الفائدة البسيطة يتم الحصول على الخصم بمقدار الفارق بين القيم الاسمية و القيمة

الحالية ، و بنفس هذه الطريقة يتم حساب الخصم في الفائدة المركبة أي: $E = A - a$



$$C = A(1 + t)^{+n}$$

$$A = C(1 + t)^{-n}$$

$$a = C(1 + t)^{-n}$$

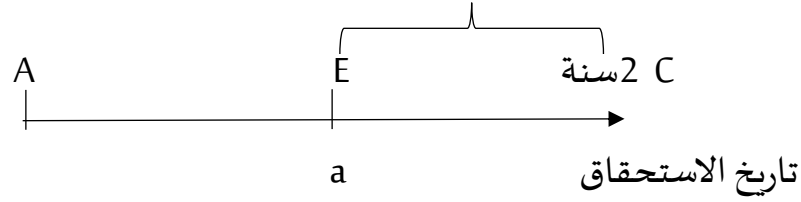
$$E = A - a$$

$$E = A - A(1 + t)^{-n}$$

$$E = A[1 - (1 + t)^{-n}]$$

-مثال :

احسب مبلغ الخصم لورقة تجارية بقيمة اسمية 4000 ون، تستحق بعد سنتين بمعدل فائدة 6% سنويا.



$$E = A[1 - (1 + t)^{-n}]$$

$$E = 4000[1 - (1 + 0,06)^{-2}]$$

$$E = 440.01 \text{ ون}$$

-مثال:

مبلغ قدره 20000 ون، واجب تسديده بعد 6 سنوات، بمعدل 8% فائدة مركبة سنوية.

- احسب المبالغ المالية الواجب تسديدها في التواريخ التالية:

- التسديد عند تاريخ اصدار الورقة التجارية .
- التسديد قبل 3 سنوات من تاريخ الاستحقاق .
- التسديد بعد سنة من تاريخ استحقاق .
- اجد القيمة الحالية قبل الزمن 0 بسنة واحدة .

-الحل:

$$t = 8\% \quad C = 20000 \rightarrow n = 6 \text{ سنوات}$$

تاريخ الاستحقاق بعد 6 سنة

- تاريخ اصدار الورقة التجارية في الزمن $t=0$

$$A = C(1 + t)^{-n}$$

$$A = 20000(1 + 0.08)^{-6}$$

$$A = 12603.4$$

- قبل 3 سنوات من تاريخ الاستحقاق ، الزمن $t=3$

$$a = C(1 + t)^{-n}$$

$$a = 20000(1 + 0.08)^{-3}$$

$$a = 15876.64$$

- بعد سنة من تاريخ الاستحقاق: الزمن $t=1$

$$C' = A(1 + t)^{+n}$$

$$C' = 20000(1 + 0.08)^{+1}$$

$$C' = 21600$$

او

$$C' = 12603,4(1 + 0.04)^{+7}$$

- قبل الزمن 0 بسنة 1 واحدة:

$$A' = C(1 + t)^{-n}$$

$$A' = 20000(1 + 0.08)^{-7}$$

$$A = 11669.80 \text{ ون}$$

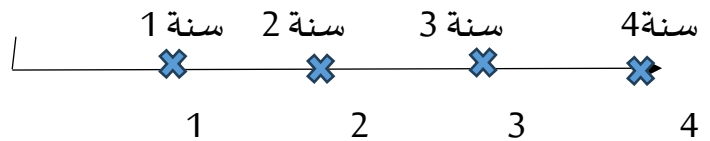
-الدفعات المتساوية :

-هي مبالغ مالية متساوية تدفع دوريا في فترات متساوية، تسمى فترة الدفع او السداد، و قد تكون سنة، سنتين الخ، وهناك دفعات نهاية السنة (دفعة عادية) ودفعات في بداية السنة (دفعة غير عادية).

-الدفعات المتساوية في نهاية المدة:

-مثال :

نريد حساب 4 دفعات متساوية، مبلغ الدفعة 10000 ون، تدفع نهاية كل سنة، بمعدل فائدة مركبة 6 % سنويا.



$$C = A(1+T)^n$$

$$C1 = 10000(1+0,06)^3$$

$$C2 = 10000(1+0,06)^2$$

$$C3 = 10000(1+0,06)^1$$

$$C4 = 10000(1+0,06)^0$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 10000(1+0,06)^3 + 10000(1+0,06)^2 + 10000(1+0,06)^1 + 10000(1+0,06)^0$$

متتالية هندسية أساسها $1+T$:

$$C = 10000[(1+T)^0 + (1+T)^1 + (1+T)^2 + (1+T)^3]$$

مجموعها = $\frac{1 - (1+T)^n}{1 - (1+T)}$

(الأساس) - 1

$$C = A \left[\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1} \right]$$

N: تمثل عدد الدفعات A: مبلغ الدفعة

جملة الدفعات: C

$$C = 10000 \left[\frac{(1 + 0.06)^4 - 1}{(1 + 0.06) - 1} \right]$$

-مثال:

احد الأشخاص مدين بمبلغ 69315,42 ون، بعدد 6 دفعات متساوية تدفع في اخر كل سنة، بمعدل فائدة 5,751% سنويا .

- احسب مبلغ الدفعة ؟

-الحل:

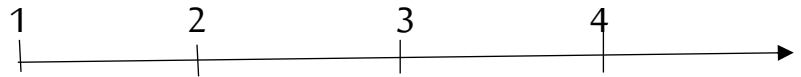
$$C = A \left[\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1} \right]$$

$$A = C \left[\frac{(1+t) - 1}{(1+t)^n - 1} \right]$$

$$A = C \left[\frac{t}{(1+t)^n - 1} \right]$$

$$A = 69315.42 \left[\frac{0.0575}{(1+0.0575)^6 - 1} \right]$$

$$A = 10014.16$$

-الدفعات المتساوية في بداية المدة:

$$C_1 = 10000(1+0.06)^4$$

$$C_3 = 10000(1+0.06)^2$$

$$C_2 = 10000(1+0.06)^3$$

$$C_4 = 10000(1+0.06)^1$$

$$C = 10000(1+0.06)^1 + 10000(1+0.06)^2 + 10000(1+0.06)^3 + 10000(1+0.06)^4$$

$$C = 10000(1+0.06) [(1+0.06)^0 + (1+0.06)^1 + (1+0.06)^2 + (1+0.06)^3]$$

$$\frac{(1+0.06)^n - 1}{0.06} \quad \text{متالية هندسية مجموعها :}$$

$$C = 10000(1 + 0.06) \frac{(1 + 0.06)^n - 1}{0.06}$$

$$C = A(1 + t) \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

مثال : نفس معطيات المثال السابق ولكن تدفع في بداية المدة .

$$C = A(1 + t) \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

$$A = C \frac{t}{(1 + t)[(1 + t)^n - 1]}$$

$$A = 69315.42 \frac{0.0575}{(1 + 0.0575)[(1 + 0.0575)^6 - 1]}$$

$$A = 9456.26$$

تمارين اعمال موجهة:-التمرين 1:

-سلسلة دفعات في اخر السنة عددها 12 دفعة تم ايدعها كما يلي :

1. 4 دفعات في 4 سنوات الأولى بمبلغ 1500 ون للدفعه، و 4 دفعات الثانية لـ 4 سنوات الثانية

بمبلغ 2000 ون، و 4 دفعات الأخيرة لـ 4 سنوات الأخيرة بمبلغ 2500 ون للدفعه .

-المطلوب :

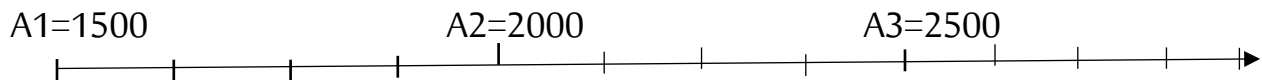
-حساب الجمله المكتسبة و القيمة الحالية لهذه السلسلة، اذا كان معدل الفائدة المركبة 11%

سنويا .

2. اذا كان معدل الفائدة لـ 4 دفعات الأولى 9% ، و معدل الفائدة للدفعات الثانية 10.5%،

ومعدل الفائدة لـ 4 دفعات الأخيرة 12% .

-احسب الجمله المكتسبة لهذه الدفعات و القيمة الحالية لها .

-حل التمرين 1 :

$$C1 = A1 \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

$$C1 = A1 \frac{(1+t)^n - 1}{t} x(1+t)^n$$

$$C1 = 1500 \frac{(1+0.11)^4 - 1}{0.11} x(1+0.11)^8$$

$$C1 = 16280.62$$

$$C2 = A2 \frac{(1+t)^n - 1}{t} x(1+t)^n$$

$$C2 = 2000 \frac{(1+0.11)^4 - 1}{0.11} x(1+0.11)^4$$

$$C2 = 14299.406$$

$$C3 = 2500 \frac{(1+0.11)^4 - 1}{0.11} x(1+0.11)^0$$

$$C3 = 11774.3275$$

- جملة الدفعات:

$$C = c1 + c2 + c3$$

$$C = 42354.36 \text{ ون}$$

- القيمة الحالية لسلسلة الدفعات:

$$c = a(1+t)^n$$

$$a = c(1+t)^{-n}$$

$$a = 42354.36(1+0.11)^{-12}$$

$$a = 12106.6 \text{ ون}$$

2. حساب جملة الدفعات :

$$C1 = A1 \frac{(1+t)^n - 1}{t} x(1+t)^n$$

$$C1 = 1500 \frac{(1+0.09)^4 - 1}{0.09} x(1+0.105)^4(1+0.12)^4$$

$$C2 = 2000 \frac{(1+0.105)^4 - 1}{0.105} x(1+0.12)^4$$

$$C3 = 2500 \frac{(1+0.12)^4 - 1}{0.12} x(1+0.12)^0$$

$$C = c1 + c2 + c3$$

$$C = 42754.11 \text{ ون}$$

-القيمة الحالية لسلسلة الدفعات:

$$c = a(1+t)^n$$

$$a = c(1+t)^{-n}$$

$$a = 42754.11(1+0.09)^{-4} x(1+0.105)^{-4} x(1+0.12)^{-4}$$

-التمرين 2:

عند توظيف دفعات سنوية متساوية 4000 ون في بداية كل سنة، فإنها تنتج جملة مكتسبة قدرها 24976,08 ون ، اما اذا اعتبرنا الدفعات السابقة تدفع في اخر السنة فإنها تنتج جملة مكتسبة قدرها 23233,56 ون .

-احسب معدل الفائدة و عدد الدفعات .

-حل التمرين 2:

$C1=24976,08$ دفعات في بداية كل سنة $A=4000$ لمدة 8 سنوات

$C2 = 23233,56$ دفعات في اخر كل سنة $A=4000$ لمدة 8 سنوات

-حساب معدل الدفعات t و n :

$$\left\{ \begin{array}{l} C1 = A(1 + t) \frac{(1+t)^n - 1}{t} \\ C2 = A \left[\frac{(1+t)^n - 1}{(t)} \right] \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{-بداية السنة} \\ \text{-نهاية السنة} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 24976.08 = 4000(1 + t) \frac{(1+t)^n - 1}{t} \\ 23233.56 = 4000 \left[\frac{(1 + t)^n - 1}{(t)} \right] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6.24402 = (1 + t) \frac{(1+t)^n - 1}{t} \\ 5.80839 = \left[\frac{(1 + t)^n - 1}{(t)} \right] \end{array} \right.$$

و منه

$$6.24402 = 5.80839(1 + t)$$

$$t = 0.075$$

$$t = \%7.5$$

-حساب عدد الدفعات n:

$$5.80839 = \left[\frac{(1 + t)^n - 1}{(t)} \right]$$

$$5.80839 = \left[\frac{(1 + 0.075)^n - 1}{(0.075)} \right]$$

$$(1.075)^n = 1.435629$$

$$n \text{Log}(1.075) = \text{Log } 1.435629$$

$$n = \frac{\text{Log} 1.435629}{\text{Log} 1.075}$$

$$n = 5 \text{ دفعات}$$

-تمرين 3:

يودع شخص في احد البنوك 500 ون اول كل سنة ، لمدة 12 سنة.

إذا علمت ان البنك احتسب فوائد مركبة بمعدل 8% خلال 10 سنوات الأولى، و 9% سنويا خلال السنتين الاخيريين.

-احسب الجملة المكتسبة في هذه المدة .

الحل :

ون $A=500$ $T_1=8\%$ $T_2=9\%$ دفعة اول المدة

-دفعات اول السنة :

$$C1 = A(1 + t) \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

$$C1 = 500(1 + 0,08) \frac{(1 + 0,08)^{10} - 1}{0,08} (1 + 0,09)^2$$

$$C2 = 500(1 + 0,09) \frac{(1 + 0,09)^2 - 1}{0,09}$$

$$C = c1 + c2$$

$$C = 8288,28 \text{ ون}$$

-التمرين 4:

شخص يقوم بإيداع دفعات ثابتة في بداية كل السنة ونصف ، قيمة الدفعة الواحدة 10000ون،
و معدل الفائدة المركبة المطبق 10% سنويا، وكان تاريخ اول دفعة في 31.12.2003 .
-احسب الجملة المكتسبة بتاريخ 2017.12.31 .

-الحل:

$$T=10\% \quad A=10000 \text{ ون}$$

$$2003.12.31 \leftarrow 2017.12.31 = 15 \text{ سنة .}$$

n : تمثل عدد الدفعات و ليس عدد السنوات

كل سنة ونصف بمعنى عدد الدفعات $n=10$ دفعات

$$C = A(1 + t) \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

$$C = 10000(1 + 0.1) \frac{(1 + 0.1)^{10} - 1}{0.1}$$

$$C =$$

المحور الثالث: اهتلاك القروض.

ان المعاملات التجارية و النشاطات الاقتصادية سواء على مستوى الافراد او المؤسسات، تحتاج الى موارد مالية إضافية ، تتحصل عليها بعدة طرق من مصادر داخلية ، رأس المال الخاص، و مصادر خارجية و المتمثلة في القروض التي يمكن الحصول عليها من البنوك و المؤسسات المالية. عملية الاقتراض تكون عادة مقرونة بالتزام او تعهد ، فإذا اقترض احد الأشخاص مبلغا من البنك فإنه يصبح بذلك مدينا للبنك بالمبلغ المقرض و عليه التزام بتسديد القرض، طبقا للعقد المبرم بينه و بين الدائن.

-تعريف القرض: هو قيام الشخص بعملية استدانة مبلغ نقدي من شخص اخر بمقتضى اتفاق (عقد) بين الطرفين يحدد شروط القرض، مدته، طريقة التسديد، معدل الفائدة،.....الخ

-اهتلاك القروض (تسدد القروض):

قانون الفائدة a والجملة C و الدفعات المتساوية تستعمل في اهتلاك القروض، إذا كانت القروض قصيرة الاجل تطبق قوانين الفائدة البسيطة ، و إذا كانت القروض طويلة الاجل تطبق قوانين الفائدة المركبة .

القروض قصيرة الاجل تسدد على أقساط a على دفعات متتالية كل شهر او كل ثلاثي .

-عند حساب الخصم E والفائدة I لفترة زمنية n

N : في الدفعات تمثل عدد الدفعات و ليس الفترة الزمنية .

المقصود بإهلاك القروض هو تسديدها مع فوائدها، سواء تم ذلك في صورة مبلغ واحد او على دفعات متساوية ، و يترتب على ذلك طرق عديدة لاستهلاك القروض أهمها ما يلي :

1. اهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل و الفوائد معا .
2. اهلاك القروض في نهاية المدة مع تسديد الفوائد مسبقا .
3. اهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل مع تسديد الفوائد مسبقا .

- تسديد القروض قصيرة الاجل :

يتم تسديد القروض قصيرة الاجل، و التي لا تتعدى السنة الواحدة بطرق عديدة ، و ذلك اعتمادا على كيفية و شروط عقد الاتفاق بين الدائن و المدين .

✓ بعض الحالات اهلاك القروض قصيرة الاجل :

1. استهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل و الفوائد معا :

تعتبر هذه الطريقة من اكثر الطرق تداولاً في الأسواق المالية ، و التي جرى العرف على استخدامها حيث ان الأقساط المتساوية التي تدفع آخر كل فترة دورية يتكون جزء منها من اصل القرض و جزء من الفوائد، و هذه الطريقة تحقق مبدأ التكافؤ بين المدين و الدائن، بحيث يجب ان تتحقق العلاقة التالية :

$$\text{جملة القرض} = \text{جملة الأقساط}$$

$$\text{القرض} + \text{الفائدة} = \text{الأقساط} + \text{الفوائد}$$

$$\Sigma a + \Sigma I = A + ATN$$

$$axN + atN \frac{(n1 + nn)}{2} = A(1 + tn)$$

حيث: n المدة الزمنية للقرض و N : عدد الدفعات او الأقساط المدفوعة

-مثال :

اقترض شخص مبلغ قيمته A=2000 لمدة 3 سنوات ، بمعدل فائدة بسيطة 10% سنويا ، و اتفق

على سدادده و فوائده بأقساط شهرية، يدفع القسط اخر كل شهر .

-المطلوب : حساب مبلغ القسط الشهري الواجب دفعه .

-الحل :

$$T = 10\% \quad A = 2000 \rightarrow n = 3 \text{ سنوات}$$

$$N = \text{عدد الأقساط او الدفعات} = 12 \times 3 = 36 \text{ دفعة}$$

$$axN + atN \frac{(n1 + nn)}{2} = A(1 + tn)$$

$$ax36 + a0,1/12 \times 36 \frac{(35 + 0)}{2} = 2000(1 + 0,1 \times 3)$$

$$a = 63.03 \text{ ون}$$

-تسديد كل او بعض الفوائد المستحقة مقدما مع تسديد القرض في نهاية المدة :

قد يحدث ان تكون الفوائد المستحقة عن القرض تدفع مقدما و يقوم المدين بدفعها، فإن لم يتمكن من تسديد الجزء الباقي المستحق عليه يترتب عليه فوائد التأخير متفق عليها في عقد القرض، و بالتالي يكون المعدل الحقيقي اكبر من معدل الفائدة المتفق عليه .

-مثال :

اقترض شخص مبلغ اصل $A=4000$ ، لمدة سنة بمعدل فائدة بسيطة 8% سنويا ، حيث تخصم الفائدة من القرض الأصلي و تدفع مقدما و يسدد القرض عند نهاية المدة .
-احسب معدل الفائدة الحقيقي السنوي T المحقق من هذا القرض .

- الحل :

$$A=4000 \quad \text{سنويا } T=8\%$$

الفائدة تدفع مسبقا و القرض في نهاية المدة (سنة)

-كيفية التسديد :

-تسديد الفائدة في تاريخ العقد (الافتراضي) : $I = ATN$

$$I=4000 \times 0,08 \times 1$$

$$I=320 \text{ ون}$$

الصافي الذي يستلمه: $4000-320=3680$ ون

-معدل الفائدة الحقيقي $I=3680 \times T \times 1 \rightarrow 320=3680 \times T \times 1$

$$\rightarrow T=320/3680=8,4\%$$

الأصل = 4000 ون، يسدد بعد نهاية السنة

3- سداد القرض على أقساط متساوية من الأصل مع سداد الفوائد مسبقا :

إذا كان راس المال يعطي إيراد منتظم خلال مدة القرض، حيث يتمكن المدين تسديد القرض في صور أقساط متتالية خلال مدة القرض، و يمكن اختيار هذه الطريقة من السداد عندما يضمن المدين بتحقيق إيرادات من القرض، تمكنه من تسديد القرض على أقساط متساوية و هنا يختلف المعدل الحقيقي للفائدة الذي يحققه الدائن عن المعدل المذكور في عقد القرض.

- مثال :

اقترض احد الأشخاص مبلغ ون $A=6000$ من البنك، بمعدل فائدة بسيطة 9% سنويا ،على ان تخصص الفائدة من مبلغ القرض يوم العقد .

ويشترط عقد القرض سداد اصل القرض على أقساط متساوية عند نهاية كل شهرين و لمدة سنتين.

-المطلوب: احسب معدل الفائدة السنوي الذي حققه البنك T .

-الحل:

$$T=3\% \quad A=6000 \quad n:2 \text{ سنتين}$$

- الأقساط في نهاية كل شهرين :

- كيفية التسديد :

$$I=ATN \quad 1 - \text{الفوائد مسبقا :}$$

$$I = 6000 \times 0,09 \times 2 = 1080 \text{ ون}$$

2- تسديد الأقساط : $N = \text{عدد الدفعات} = 2 \times 6 = 12$ قسط (دفعة)

$$\frac{\text{الاصل}}{\text{الاقساط عدد}} = \text{قيمة القسط}$$

$$\frac{6000}{12} = \text{قيمة القسط}$$

قيمة القسط = 500 ون تسدد في نهاية كل شهرين.

- تسديد فوائد الدفعات :

$$\text{الاقساط} = (Atn) \frac{(n1 + n12)}{2}$$

$$\text{الاقساط} = (500 \times 0,09 \times 12) \frac{(22 + 0)}{2}$$

$$\text{ون} = 495 \text{ الاقساط}$$

- مبلغ الجملة المدفوع ون $C = 6000 + 495 = 6495$

الفائدة الحقيقية = المبلغ المستلم من الزبون $6000 - 1080$

$$= 4920$$

- فائدة البنك: ون $I = 6495 - 4920 = 1575$

$$I = ATN$$

$$1575 = 4920 \times T \times 2 \rightarrow T = 1575 / 4920 \times 2$$

$$T = 0,16 = 16\%$$

-اهتلاك القروض طويلة الاجل (القروض العادية):

القرض العادي هو القرض الذي يمنح من عند المقرض الواحد، و يسدد عن طريق دفعات، كل دفعة تحتوي على جزء من اصل القرض، و يسمى الاهتلاك (قسط الاهتلاك)، و كذلك الفوائد المستحقة على الجزء الباقي تسديده و يسمى خدمة الدين .

في النظام الكلاسيكي تكون الدفعات متساوية و هو النظام المعمول به في البنوك الجزائرية .
يسدد المبلغ المقرض على الدفعات متساوية + خدمة الدين (الفوائد على المبلغ الباقي الذي لم يسدد)

-الرموز المستعملة :

- V_0 : قيمة القرض في الزمن 0 .

-الدفعات المتساوية $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n$

-الاهتلاكات المتتالية (اصل القرض) : $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$

- $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$: قيمة القرض الباقي تسديده بعد تسديد الدفعات $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$

$$I = Vtn$$

= معدل الفائدة

= n مدة التسديد , عدد دفعات

الدفعة = الفائدة على قيمة القرض الباقي تسديده + اهتلاك القرض

جدول الاهتلاك :

الفترة	القرض في بداية المدة	الفائدة	الاهتلاك	الدفعة	القرض في نهاية المدة
1	V0	I1	D1	a 1	V1
2	V1	I2	D2	a 2	V2
3	V2	I3	D3	a 3	V3
n	Vn-1	In	Dn	a n	vn

الفترة	الاهتلاك	الدفعة	قيمة القرض الباقي تسديده
1	D1	a 1=D1+v0×i	
2	D2	a 2=D2+v1 ×i	
3	D3	a 3 = D3 + v2×i	
n	DN	a n= Dn+vn-1×i	

قيمة القرض و الدفعة السابقة :

$$Vn = ax \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

قيمة الدفعة :

$$a1 = a2 = a = V0 \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

-بما ان الدفعات كلها متساوية : $D2 = D1(1 + I)$

$$D3 = D2(1 + I) = D1(1 + i)(1 + i) = D1(1 + i)^2$$

$$D4 = D3(1 + I) = D1(1 + i)(1 + i)(1 + i) = D1(1 + i)^3$$

$$Dn = D1(1 + i)^{n-1}$$

-قيمة القرض و أقساط الاهتلاك :

-قيمة القرض تساوي مجموع أقساط الاهتلاك

$$V0 = D1 + D2 + D3 + \dots \dots Dn$$

$$V0 = D1 + D1(1 + i) + D1(1 + i)^2 + \dots \dots D1(1 + i)^n$$

هذه الحدود تشكل متتالية هندسية حدها الأول $D1$ و اساهها $(1+i)$ مجموعها :

$$V0 = D1 \frac{(1 + I)^n - 1}{(1 + i) - 1}$$

$$V0 = D1 \frac{(1 + I)^n - 1}{i}$$

و بالتالي قيمة القرض $D1$:

$$D1 = V0 \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$$

- قيمة القرض و الدفعة الثابتة:

-قيمة القرض هي القيمة الحالية للمجموع الدفعات

$$V0 = a \frac{1 - (1 + I)^{-n}}{i}$$

$$a = V0 \frac{i}{1 - (1 + i)^n}$$

مثال:

قرض قيمته 100 مليون ون، يسدد على 5 دفعات سنوية متساوية، تستحق الدفعة الأولى سنة بعد امضاء العقد بمعدل فائدة مركبة 6% سنويا .

-المطلوب:

- شكل جدول اهتلاك هذا القرض .

-الاهتلاك المتتالية D1,D2,D3.D4.D5

$$D1 = V0 \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$$

$$D1 = 100000000 \frac{0,06}{(1 + 0,06)^5 - 1}$$

$$D1 = 17739640.04$$

$$D2 = D1(1 + I)$$

$$D2 = 17739640.04(1 + 0.06)$$

$$D2 = 18804018.442$$

$$D3 = D1(1 + i)^2$$

$$D3 = 17739640.04(1 + 0.06)^2$$

$$D3 = 19932259.549$$

$$D4 = D1(1 + i)^3$$

$$D4 = 17739640.04(1 + 0.06)^3$$

$$D4 = 21128195.122$$

$$D5 = D1(1 + i)^4$$

$$D5 = 22395886.829$$

-قيمة الدفعة الثابتة:

$$a = V0 \frac{i}{1 - (1 + i)^n}$$

$$a = 100000000 \frac{0,06}{1 - (1 + 0,06)^{-5}}$$

$$a = 23739640,04$$

-حساب مبلغ الفائدة:

$$i1 = Atn = V0tn$$

$$i1 = 100000000 \times 0.06 \times 1 = 6000000$$

$$i2 = V1tn$$

-حساب المبلغ المتبقي بعد كل سنة: $V1, V2, V3, V4, V5$

$$V1 = V0 - D1$$

$$V1 = 100000000 - 17739640.04$$

$$V1 = 82260359.96$$

$$V2 = V1 - D2$$

$$V2 = 82260359.96 - 18804018.442$$

$$V2 = 63456341.518$$

$$V3 = V2 - D3$$

$$V3 = 43524081.969$$

$$V4 = V3 - D4$$

$$V4 = 22395886.847$$

$$V5 = V4 - D5$$

$$V5 = 0$$

- حساب مبلغ الفائدة :

$$i2 = V1tn$$

$$i2 = 82260395.96 \times 0.06 \times 1$$

$$i2 = 4935621.598$$

$$i3 = V2tn$$

$$i3 = 63456341.518 \times 0.06 \times 1$$

$$i3 = 3807380,491$$

جدول اهتلاك القرض

الفترة	V	I	D	a	Vالمبلغ المتبقي
1	V0=100000000	6000000	D1=17739640,04	20739640,04	V1=82260359,9

2	$V1=82260359,96$	$4935621,9$	$D1=18804018.442$		$V2=63456341,5$
3	$V3=63456341,58$	$3807380,49$	$D2=19932259.549$		$V3=43524081,96$
4	$V4=43524081,969$	$2611444,92$	$D3=21128195,122$		$V4=22395886,847$
5	$V5=22395886.844$	$1343753,21$	$D4=22395886,839$		$V5=0$

المحور الرابع: اختيار الاستثمارات.

- مفهوم الاستثمار:

المفهوم الاقتصادي: هو كل شيء يستعمل لمدة طويلة او متوسطة، ليعطي مردودية دون ان يستهلك في الاستعمال الأول أي في دورة استغلالية واحدة،

المفهوم المحاسبي: هو مجموعة الوسائل و القيم الدائمة مادية او معنوية ، متحصل عليها او منشأة من طرف المؤسسة بغرض الاستعانة بها لا لتحويلها او الاتجار بها.

المفهوم المالي: هو كل نفقة تؤدي الى الحصول على إيرادات خلال فترات متوسطة او طويلة تضمن استرجاعها مع تحقيق فائضا في المستقبل.

- مفهوم اختيار الاستثمارات:

يقصد باختيار الاستثمارات تفضيل مشروع مقترح من بين العديد من المشاريع الأخرى المقترحة، باستعمال مقاييس علمية و مالية و رياضية على أساس ما يحققه المشروع من إيرادات مالية مستقبلية مقارنة بإيرادات باقي المشاريع المرفوضة.

العوامل المؤثرة في اختيار الاستثمارات:

هناك عوامل عديدة تؤثر في اختيار المشروع الاستثماري ، أهمها:

-تكلفة الاستثمار: تتمثل في مجمل النفقات التي يتطلبها المشروع من بداية الحياة و الاستغلال الى غاية نهاية حياته، تشمل كل من تكلفة الصيانة، الإصلاح، التدريب، التركيب، النقل،....الخ.

-إيرادات الاستثمار: تتمثل في إيرادات الاستثمار المحصل عليها في فترة تشغيله.

-فترة حياة الاستثمار، او العمر الإنتاجي للمشروع: و هي المدة التي يستغرقها نشاط الاستثمار لتحقيق الإيرادات الصافية، و الأرباح.

-سعر الفائدة المطبق: و هو سعر الفائدة المطبق في السوق المالية او سعر الخصم الخاص بالقروض.

-فترة تحقيق الإيرادات ودفع النفقات: عادة تتحقق الإيرادات في نهاية السنة، في حين تخصص النفقات في بداية السنة.

-القيمة المتبقية للاستثمار: تمثل القيمة الباقية عند نهاية فترة حياة الاستثمار، و هذه القيمة نتحصل عليها من قيمة بيع الاستثمار او من إعادة استعماله و استغلاله مرة أخرى، و ليست القيمة المحاسبية.

-عوامل أخرى: منها العوامل السياسية، الأمنية، البيئية، و نظام الأجور و الضرائب، الجمارك، الاستقرار السياسي و الاقتصادي، و الموقع الجغرافي،..... الخ

- نماذج تحليل الاستثمار (اختيار الاستثمارات):

هناك مجموعة من المعايير التي يمكن من خلالها تحليل الاستثمار والمفاضلة بين البدائل من هذه المعايير، القيمة الحالية، فترة الاسترداد، معدل العائد الداخلي.

1- القيمة الحالية الصافية VAN : هذه الطريقة تعتمد في الاختيار على حساب صافي القيمة الحالية لكل استثمار ثم ترك الاستثمارات التي تحقق صافي قيمة حالية (VAN) سالبة و القيام بالمفاضلة بين التي تحقق VAN موجبة، وأحسنها أكبرها تحقيقاً لهذا الصافي قيمة.

و ص.ق.ح (VAN) تعني القيمة الحالية للفرق بين مجموع الإيرادات ومجموع التكاليف للاستثمار بما فيها تكلفة الحيازة وتكلفة باقي الاستثمار أي يتم إضافة التدفق النقدي الصافي بقيمته الحالية إلى تكلفة الحيازة ويحدد الصافي بينها بطرح هذه الأخيرة.

وتحسب VAN بالعلاقة:

$$VAN = VAR - VAD$$

$$+ Vr(1+i)^{-n} \quad VAN = \sum_{s=1}^n Rs(1+i)^{-s}$$

حيث:

VAR: القيمة الحالية للإيرادات .

VAD: القيمة الحالية للنفقات .

Vr: القيمة الباقية للاستثمار في نهاية حياته .

Rs: صافي الإيرادات للسنة s (إيراد نفس السنة-تكاليفها).

n: عدد السنوات أو مدة الاستثمار .

$(1+i)^{-n}$: القيمة الحالية لدينار واحد في نهاية كل سنة.

- مثال:

الاستثمار ب		الاستثمار أ	
السنة	التدفق النقدي	السنة	التدفق النقدي
1	18180 = 0.909 x 20000	1	22725 = 0.909 x 25000
2	16520 = 0.826 x 20000	2	20650 = 0.826 x 25000
3	11265 = 0.751 x 15000	3	7510 = 0.751 x 10000
4	6830 = 0.683 x 10000		
5	1863 = 0.621 x 3000		

54658 =	القيمة الحالية للتدفق النقدي = 50885
50000 =	القيمة الحالية للإنفاق الرأسمالي = 50000
4658 =	صافي القيمة الحالية = 885

يلاحظ أن كلا المشروعين (أ و ب) مشروعان مجديان، ويعد المشروع (ب) الأفضل بما أنه يحقق قيمة حالية صافية أكبر

2- معدل العائد الداخلي: يعد من الطرق الشائعة الاستخدام في المفاضلة بين البدائل الاستثمارية و هو عبارة عن معدل الفائدة أو الخصم (التحيين) الذي لو خصمت به التدفقات النقدية الخارجة والداخلية لهذا المشروع، لتساوت القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجة (الإنفاق الرأسمالي) مع القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة (الإيرادات) بمعنى:

C_i : القيمة الأولية للاستثمار

$\sum CAF (1+i)^{-n} = C_i$ CAF : التدفقات النقدية

i : معدل العائد الداخلي

n : عدد السنوات

$$C = \frac{CAF_n}{(1+i)^n}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{\sum CAF_n}{C_i}} - 1$$

مثال: شركة صناعية تريد استثمار مبلغ 8900 دينار وترغب في أن يكون معدل العائد الداخلي 9%. أو أكثر، وتتوقع الشركة أنها سوف تحقق من وراء هذا الاستثمار ، تدفقات نقدية على مدى سنتين مقدارها 100000 دينار.

المطلوب: حساب معدل العائد الداخلي.

$$i = \sqrt[n]{\frac{CAF_n}{Ci}} - 1$$

$$i = \sqrt{\frac{100000}{89000}} - 1$$

$$i = 1.05999 - 1$$

$$i = 0.05999$$

أي أن معدل العائد الداخلي يقارب 6٪ وهو أقل من 9٪ وبالتالي فمن الأفضل للشركة عدم إجراء هذا الاستثمار

3-فترة الاسترداد: يقوم هذا الأسلوب على أساس أن جدوى المشروع الاستثماري متعلق بطول الفترة الزمنية اللازمة لاسترداد رأس المال المستثمر في هذا المشروع، وبذلك فكلما قصرت هذه الفترة اعتبر هذا المشروع أكثر ربحا والعكس صحيح.

مثال: فيما يلي التدفقات النقدية المتوقعة من مشروعين استثماريين (أ، ب) يتطلب كل منهما إنفاقا رأسماليا قدره 50 ألف دينار .

السنة	مشروع (أ)	مشروع (ب)
1	25000	20000
2	25000	20000
3	10000	15000

10000	-	4
3000	-	5

أي المشروعين أكثر جدوى حسب أسلوب فترة الاسترداد؟

الحل: طول فترة الاسترداد للمشروع (أ) سنتان (02)، حيث أنه مع نهاية السنة الثانية يتم استرجاع 50000 دج والذي يعادل تماما مبلغ الإنفاق الرأسمالي وهو 50000 دينار .

أما المشروع (ب) فطول فترة الاسترداد تعادل سنتين و $\frac{2}{3}$ سنة، لأنه مع انقضاء الثلث الثاني من السنة الثالثة ستكون جملة التدفقات النقدية المحققة منه 50 ألف دينار، وبالتالي حسب أسلوب فترة الاسترداد يعد المشروع (أ) أكثر جدوى من المشروع (ب) .

— **معييار مدة استرجاع تكلفة الاستثمار:** يقصد بها المدة اللازمة لاسترجاع تكلفة الاستثمار التي انطلق بها المشروع، و المشروع الأفضل حسب هذا المعيار هو الذي يحقق إيرادات صافية في اقل مدة زمنية معينة، لتغطية تكلفة الاستثمار.

حسب هذا المعيار لدينا حالتين:

— **حالة التدفقات النقدية الثابتة CF**

— **حالة التدفقات النقدية المتغيرة CF**

أ— **حالة التدفقات النقدية الثابتة CF:** يتم حساب مدة استرجاع تكلفة الاستثمار بالعلاقة التالية:

$$N = \frac{C}{CF}$$

N: مدة استرجاع تكلفة الاستثمار

C: النفقة الأولية او تكلفة الاستثمار

CF: التدفقات النقدية السنوية التي تشمل الربح الصافي مضافا اليه مخصصات الاهتلاك.

-مثال: تريد مؤسسة انجاز مشروع بنفقة أولية قدرها 20000 دج ، المشروع يهتك بطريقة ثابتة لمدة 5 سنوات، و الربح السنوي الصافي 2000 دج.

المطلوب: إيجاد مدة استرجاع التكلفة.

- الحل:

حساب التدفقات النقدية:

التدفق النقدي السنوي = الربح السنوي الصافي + مخصصات الاهتلاك السنوية

$$CF = 2000 + \frac{2000}{5}$$

$$CF = 2000 + 4000$$

$$CF = 6000$$

-حساب مدة الاسترجاع **N** :

$$N = \frac{D}{CF}$$

$$N = \frac{20000}{6000} = 3.33$$

بمعنى مدة استرجاع تكلفة المشروع ستكون بعد 3.33 سنة، أي 3 سنوات و 4 اشهر.

-مثال: متاح لمؤسسة الاختيار بين مشروعين:

المشروع الأول: النفقة الأولية 426180 دج و التدفقات النقدية السنوية 75000 دج.

المشروع الثاني: النفقة الأولية 356490 دج و التدفقات النقدية السنوية 85000 دج

-المطلوب: ماهو احسن مشروع في نظرك؟

-الحل:

-مدة استرجاع التكلفة:

$$N = \frac{D}{CF}$$

$$N1 = \frac{426180}{75000}$$

$$N1 = 5.68 \text{ سنة}$$

$$N2 = \frac{356490}{85000}$$

$$N2 = 4.19 \text{ سنة}$$

-احسن مشروع بالنسبة للمؤسسة هو المشروع الثاني لان النفقة الأولية تسترجع في مدة 4 سنوات و 3 اشهر، بينما في المشروع الأول تسترجع النفقة الأولية في مدة 5 سنوات و 8 اشهر.

-حالة التدفقات النقدية المتغيرة: عندما تكون التدفقات غير ثابتة خلال فترة الاستغلال، نجمع هذه التدفقات حتى تتحقق تكلفة الاستثمار عند سنة معينة من عمر المشروع الاستثماري، ثم

تتم المفاضلة بين المشاريع حسب هذه الحالة على أساس الإيرادات المحققة في اقصر مدة زمنية معينة لاسترجاع قيمة التكلفة الاولى.

-مثال: تريد مؤسسة اختيار مشروع استثماري من بين مشروعين مقترحين، العمر الإنتاجي لكل واحد منهما 6 سنوات و تكلفة كل واحد منهما 16000 دج، اما الإيرادات فتظهر في الجدول التالي:

السنوات	المشروع 1	المشروع 2
1	10000	3000
2	5000	4000
3	3000	5000
4	3000	6000
5	2000	7000
6	1500	8000

المطلوب: ماهو المشروع الأفضل؟

-الحل:

$$N1=1000+5000+3000=18000$$

$$N2=3000+4000+5000+6000=18000$$

نلاحظ بان تكلفة الاستثمار 16000 دج بالنسبة للمروع الأول تسترجع خلال 3 سنوات من التشغيل، اما تكلفة الاستثمار للمشروع الثاني تسترجع خلال 4 سنوات، و عليه يفضل المشروع الأول.

من عيوب هذا المعيار انه لا يأخذ بعين الاعتبار التدفقات النقدية بعد مدة الاسترجاع، لان المشروع المفضل قد تكون إيراداته المستقبلية ضعيفة مقابل ارتفاع إيرادات المشروع المرفوض، و لكن رغم هذا العيب هناك من يفضل استعمال هذه الطريقة خاصة بالنسبة للمؤسسات التي تعاني من

نقص في السيولة النقدية و بالتالي تفضل الحصول على اكبر الإيرادات في السنوات الأولى من بدء استغلال المشروع.

تمارين:

تمرين 1: اشترى تاجر سلعا بمبلغ 24000 دج ، و طبق عليها 20% كهامش على الربح عند بيعها، بعد ذلك و ضف سعر البيع في البنك بمعدل 4%، أضاف مبلغا اخر ليتحصل على جملة المبلغين 50800 دج بعد 144 يوم.

المطلوب: حساب المبلغ الإضافي (الموضف بنفس المعدل)

تمرين 2: يودع شخص 3 مبالغ مالية، في البنك مبلغها 9080 دج، بمعدل فائدة 10% :

الأول لمدة 40 يوم،

الثاني لمدة 80 يوم

الثالث لمدة 100 يوم

المبلغ الثالث اكبر من الأول بـ 1580 دج ، المبلغ الثاني $\frac{1}{2}$ الأول

المطلوب:

حساب قيمة كل مبلغ

مجموع الفوائد المبالغ الثلاث

-تمرين 3: اقترح تاجر على زبونه لتسديد فاتورة طريقتين:

-الطريقة الأولى: التسديد في الحين 1488 دج

-الطريقة الثانية: تسديد في الحين 300 دج مع قبول 3 كمبيالات تدفع بعد شهر، شهرين، ثلاثة

اشهر على التوالي:

المطلوب: حساب القيم الاسمية لكل تجارية ورقة بمعدل 6%

-تمرين 4: اشترت مؤسسة عقارا بمبلغ 350000 دج و يتم الدفع كالتالي:

-100000 دج عند تاريخ الشراء

-البقية عن طريق 8 دفعات متساوية، الأولى سنة بعد تاريخ الشراء، بمعدل 5%

-المطلوب: حساب مبلغ الدفعة الثابتة.

-تمرين 5: عرض على بائع متجر (شهرة محل) مايلي:

- 47500 دج تدفع عند تاريخ الشراء

--62500 دج تدفع بعد 5 سنوات

-- دفعات متساوية ، مبلغ الواحدة 4500 دج، في اخر كل سنة لمدة 15 سنة ، ماهو احسن عرض بالنسبة للبائع؟ علما ان معدل الفائدة 4 %

-تمرين 6: لمواكبة التطور و التقليل من نفقات الإنتاج ، تنوي مؤسسة شراء آلة حديثة التكنولوجيا، تكاليف هذا الاستثمار الجديد كما يلي:

-40000 دج في اخر سنة 1987 تاريخ الشراء

-20000 دج في اخر سنة 1988

-20000 دج في اخر سنة 1989

-20000 دج في اخر سنة 1990.

-تمرين 7: لشراء الآلة لدينا الاختيار بين المشروعين التاليين:

الأول: مجموع النفقات 600000 دج ، تدفع عند تاريخ الشراء و تحقق هذه الآلة أرباحا سنوية خلال 10 سنوات 120000 دج

الثاني: النفقات 300000 دج تدفع عند تاريخ الشراء مع إمكانية تجديد نفس الآلة (صيانة و اصلاح) بعد 5 سنوات بنفس النفقات، الأرباح السنوية المنتظرة ل 5 سنوات الأولى 100000 دج، 100000 دج أرباح سنوية ل 5 سنوات بعد التجديد

الالتان تهلكان بصفة نهائية بعد الاستعمال.

المطلوب: حساب احسن مردودية تحققها الآلة، و ذلك بمعدل 8 %.

-قائمة المراجع:

- معيزي قويدر، دروس و تمارين في الرياضيات المالية، دار هومة، الجزائر، 2018.
- طارق عبد الباري، عيد أبو بكر، تطبيقات الرياضة المالية في العلوم المالية و الإدارية، دار زمزم، الأردن، 2009.
- راشد محمد ، خالد حسين، الرياضيات المالية، دار الخزامى، الأردن، الطبعة الاولى، 2007.
- بن يوب فاطمة، الرياضيات المالية، مطبوع بيداغوجي موجه لطلبة العلوم الاقتصادية والتجارية، و علوم التسيير، جامعة 8 ماي 1945، قالمة، 2017-2018
- باديس بوغرة، اعمال موجهة في مقياس الرياضيات المالية، مطبوع بيداغوجي موجه لطلبة السنة الثانية علوم المالية و المحاسبة، جامعة محمد الصديق يحيى، جيجل، 2017-2018.
- ناصر دادي عدون، "تقنيات مراقبة التسيير- الرياضيات المالية"، دار المحمدية العامة، الجزائر، 1997.
- محمد مطر "إدارة الاستثمارات-الإطار النظري والتطبيقات العلمية"، مؤسسة الوارق للنشر، عمان الأردن، الطبعة 2، 1999.
- بن كرايديجة محمد، الرياضيات المالية، مطبعة الصفحات الزرقاء العالمية، الجزائر، بدون طبعة.
- قنان براهيم، الرياضيات المالية، دروس و تمارين محلولة، الصفحات الزرقاء العالمية، الجزائر، 2020.
- منصور بن عوف عبد الكريم، الرياضيات المالية، تمارين، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر. الطبعة السابعة. 2011.