

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة طاهري محمد بشار

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

مطبوع بيادغوجي

رياضيات مالية

دروس و تمارين

موجه لطلبة السنة الثانية ليسانس علوم اقتصادية، التسيير و
العلوم التجارية

من اعداد الدكتورة: بلعابد نجا

السنة الدراسية : 2024-2025.

المقدمة:

تعتبر الرياضيات المالية من اهم الادوات الرياضية التي تساعد الافراد والمؤسسات في اتخاذ قرارات الاستثمار بصورة سليمة، وذلك لتحقيق افضل نتيجة مالية ممكنة، حيث تعتمد معظم المعاملات المالية والتجارية على عنصر الفائدة من العملية الاستثمارية.

حيث تقدم الرياضيات المالية الأساليب الرياضية لعمليات التمويل والاستثمار من خلال نظريتي الفائدة البسيطة والمركبة، حيث تستخدم في كافة نواحي الحياة المختلفة من إيداع واقتراض، وشراء وبيع بالأجل او بالتقسيط.

و في هذا المقياس نتطرق الى مجمل المحاور المتعلقة ببرنامج مقياس الرياضيات المالية للتعرف على الرياضيات الاستثمارية وآلية حساب الفائدة .

المحاور:

المحور الأول: الفائدة البسيطة

المحور الثاني: الفائدة المركبة

المحور الثالث: إهلاك القروض

المحور الرابع: اختيار الاستثمارات

المحور الأول: الفائدة البسيطة

- حساب الفائدة البسيطة
- حساب القيمة المكتسبة
- المدفوعات والفوائد الدورية
- الخصم والقيمة الحالية
- تكافؤ العمليات المالية قصيرة الأجل
- تمارين اعمال موجهة

المحور الثاني: الفائدة المركبة

- حساب قيمة الفائدة المركبة
- الخصم والقيمة الحالية
- الجملة في الفائدة المركبة
- المدفوعات
- تكافؤ الديون العمليات المالية طويلة الأجل
- تمارين اعمال موجهة

محور الثالث: معايير اختيار الاستثمارات

- قرار اختيار الاستثمار
- الطرق المالية لاختيار الاستثمارات
- تمارين اعمال موجهة

محور الرابع: القروض واهلاكها

- استهلاك قروض قصيرة الاجل
- استهلاك قروض طويلة الاجل

المحور الأول: الفائدة البسيطة:

-**تعريف الفائدة البسيطة:** ترتبط بالعمليات المالية قصيرة الأجل وهي مقدار الزيادة أو العائد المادي في رأس المال المستثمر أو القرض خلال مدة زمنية معينة .

✓ هناك عدة تعريفات للفائدة البسيطة منها:

- تعرف الفائدة على أنها الزيادة في رأس المال الناتجة عن استثماره لمدة معينة وبمعدل فائدة

معينة، كما تعرف على أنها العائد أو التعويض المادي الناتج عن استثمار الأموال أو اقتراض

الأموال من الغير

- تعرف الفائدة البسيطة على أنها العائد الذي ينتج من استثمار الأموال خلال مدة زمنية

معينة، بمعدل متفق عليه، فإذا افترض شخص ما مبلغ من المال لمدة محددة وبمعدل

متفق عليه، فإنه يدفع للمقرض عند التسديد المبلغ الذي افترضه ،الأصل بـ بالإضافة إلى

الفائدة المستحقة عليه من اقتراض المبلغ، كذلك إذا وضع أحد الأشخاص مبلغ معين في

البنك وتعهد البنك باحتساب فائدة ثابتة لصالحه على أساس المبلغ خلال فترة زمنية

معينة، يقال هنا أن الفائدة هي بسيطة لأنها متفق عليها مسبقا ومقدارها ثابت بغض النظر

عن كون الفائدة تدفع بصفة دورية ، وبالتالي فإن الفائدة هي الثمن الذي يدفعه المقرض

من أجل استعمال رأس المال لمدة معينة أو كراء للمبلغ المقترض

و منه فإن:

$$\text{المبلغ المسترد} = \text{المبلغ الأصل} + \text{المبلغ الفائدة}$$

المبلغ المسترد = $ATN + A$

المبلغ المسترد = $A(1+TN)$

$$I = ATN$$

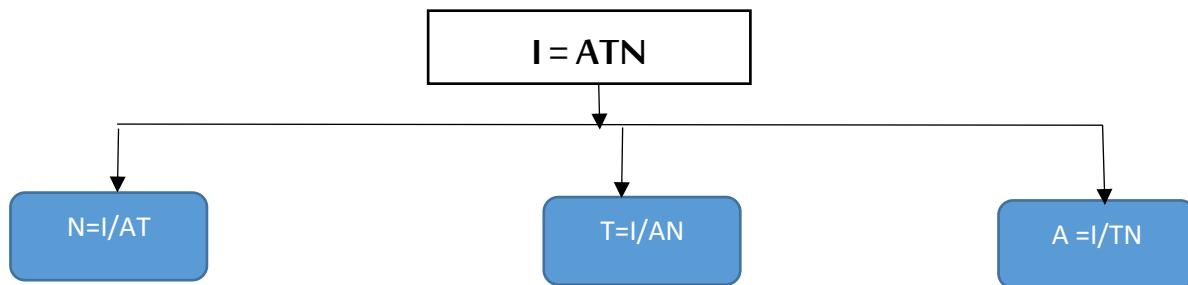
حيث:

I = مبلغ الفائدة

A = المبلغ المقترض الاصلي

T = معدل الفائدة ، نسبة مئوية، سنوية

N = فترة الاقتراض او المدة الزمنية للاقتراض



✓ . الفائدة البسيطة مبلغ الفائدة لا يطبق عليه معدل الفائدة على عكس في الفائدة المركبة

يُطبق على مبلغ الفائدة.

360: سنة تجارية

366: سنة صحيحة

365: سنة كبيسة

-أنواع الفوائد:**• الفائدة البسيطة:**

يتناولها المقرض او المودع فائدة على المبلغ الموظف خلال مدة توظيف هذا المبلغ، ومن خصائصها أنها متساوية خلال فترة التوظيف ، وتطبق عادة عندما تكون المدة الزمنية لتوظيف المبلغ أقل من سنة.

• الفائدة المركبة:

هي الفائدة التي يتحققها المبلغ الموظف في نهاية المدة ويصبح المبلغ الأصلي في السنة اللاحقة هو المبلغ الأصلي الأول مضافة إليه مبلغ الفائدة الذي حقق سابقا.

- هناك نوع آخر من الفوائد: الفائدة القبلية و الفائدة البعدية ، توجد صيغتين لتحصيل الفائدة

- **الفائدة البعدية:** هي الفوائد التي تتحسب في اخر المدة الزمنية ، اذ يتم حسابها و تحصيلها مع القيمة المكتسبة .

- **الفائدة القبلية:** هي الفائدة المدفوعة مسبقا مثل عملات الخصم، اذ يتم حسابها و تحصيلها عند تسليم الاصل.

-العناصر المحددة لمبلغ الفائدة:

مبلغ الفائدة يتحدد باشتراك ثلاثة عناصر وهي: معدل الفائدة ، المدة الزمنية، المبلغ المالي او الاصلي

$$I=ATN$$

- المبلغ المستثمر او الاصل: ويرمز له A ، وهو مقدار المبلغ الذي يقوم المودع بإيداعه لدى البنك او مقدار المبلغ الذي يقوم البنك بإقراضه او مقدار المال المستثمر.
- سعر الفائدة او معدل الفائدة: يرمز له T ، و هو الثمن الذي يتحصل عليه صاحب المال، و متفق عليه مسبقا، و معبر عنه بنسبة مئوية مقرونة بالزمن، مثل 8٪ سنويا، شهريا.....
- مدة الحيازة او مدة الاستثمار: ويرمز لها N ، و هي طول الفترة الزمنية التي استثمر المال خلالها و كلما طالت الفترة الزمنية للإيداع كلما زادت قيمة مبلغ الفائدة و بالتالي المال المسترجع..

لما تكون الفترة الزمنية بالسنوات تصبح العلاقة: مبلغ الفائدة البسيطة $I=ATN$

لما تكون الفترة الزمنية بالأشهر تصبح العلاقة: $I=ATN \div 12$

- و عندما تكون N بالأيام: $I=ATN \div 360$

-السنة الصحيحة والسنة الكبيسة:

في بعض الحالات حساب مبلغ الفائدة البسيطة عندما تكون الفترة الزمنية N بالأيام نضطر إلى حساب الفائدة البسيطة باعتبار ان سنة صحيحة او كبيسة .

عند استعمال السنة الصحيحة 365 يوم، نأخذ بعين الاعتبار ان عدد ايام شهر فيفري 28 يوم

، اما اذا كانت السنة كبيسة بعدد ايام 366 يوم (شهر فيفري 29 يوم) ،

و تفرق السنة الكبيسة عن السنة الصحيحة: هو ان السنوات الكبيسة تكون قابلة للقسمة على

4 مثل: 2004.1984.... الخ .

اما اذا لم تكن قابلة للقسمة على 4 فيتم اعتبارها صحيحة بـ 365 يوم .

$$I = ATN \div 356 \quad \bullet \quad \text{السنة الصحيحة:}$$

$$I = ATN \div 366 \quad \bullet \quad \text{السنة الكبيرة}$$

• السنة التجارية تستخدمنا البنوك التجارية ، بحيث يعتبر ان كل شهر بـ 30 يوم و بالتالي

$$I = ATN \div 360 \quad \text{فإن السنة فيها 360 يوم و مبلغ الفائدة يحسب:}$$

• معدلات الفائدة النسبية: يعتبر معدلين اثنين متناسبة اذا أنتجا نفس القيمة المكتسبة من

نفس رأس المال في نهاية فترة الاستثمار بفائدة بسيطة.

-مثال:

الاصل المالي يقدر بـ 6000 و.ن، يوظف لدى البنك بمعدل فائدة 8% سنويا، لمدة:

1 - 3 سنوات

2 - 4 أشهر

3 - سنتين و 3 أشهر.

المطلوب: حساب مبلغ الفائدة.

-الحل:

-حساب مبلغ الفائدة:

$$T = \% 8$$

$$A = 6000$$

1 - سنوات N=3

$$ATN = 6000 \times 0,08 \times 3$$

$$ATN = 1440$$

$$I = 1440 \text{ ون}$$

$$N=4 \text{ شهر } -2$$

$$I = 6000 \times 0,08 \times 4 / 12 = 160 \text{ ون}$$

$$N = 3 \text{ أشهر و سنتين } -3$$

$$I = 6000 \times 0,08 \times 2,25 = 1080 \text{ ون}$$

-مثال 2:

اصل بقيمة 3500 دج يودع لدى البنك من تاريخ اول مارس من سنة 1990 الى 31 ماي من نفس السنة ، بمعدل 7٪ سنويا.

- احسب معدل الفائدة.

-الحل:

- في حالة اعتبار ان السنة تجارية:

:N

$$N = 90 = 3 \times 30$$

مارس: 30 يوم
[
ماي: 30 يوم

افريل: 30 يوم
]
ماي: 30 يوم

$$I = ATN = 3500 \times 0,07 \times 90 : 360$$

$$I = 61,25 \text{ و.ن}$$

- في حالة اعتبار ان السنة صحيحة : سنة 1990 لا تقبل القيمة على 4 ، اذ هي سنة صحيحة

: المدة N

$$N = 91 \text{ يوم} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{-مارس: 31 يوم} \\ \text{-افريل: 30} \\ \text{-ماي: 31} \end{array} \right.$$

$$I = 3500 \times 0,07 \times 91 : 365 = 61,08 \text{ و.ن}$$

ملاحظة:

- عند حساب المدة الزمنية بالأيام يجب ان يأخذ بعين الاعتبار اليوم الاول او الاخير للفترة الزمنية فقط، ولذلك فإن المدة الزمنية تساوي 91 وليس 92 يوم.

مثال 03:

يودع مبلغ مالي قدره 4000 و.ن في البنك من 5 جانفي 1992 الى 28 مارس من نفس السنة، بمعدل فائدة سنوي 6% ، احسب مبلغ الفائدة .

الحل:

حساب مبلغ الفائدة:

$$4/1992 = 498 \text{ و بالتالي فإن السنة 1992 سنة كبيسة}$$

-حساب N:

من 5 جانفي : 5-31 ايام = 26 يوم من جانفي

$N = 83$ يوم لكن نأخذ 82 يوم

فيفري: 29 يوم بما ان سنة كبيسة

مارس: 28 يوم

$$I = ATN = 4000 \times 0,06 \times 82 / 366 = 55,33$$

:04-مثال

تم اقتراض مبلغ 5400 و.ن من البنك من 6 افريل الى 9 سبتمبر من نفس السنة، بمعدل فائدة سنوي 10٪ ، ما هو مبلغ الفائدة المتحصل عليه في ثلاثة حالات : سنة تجارية، صحيحة، كبيسة؟

$$A=5400 \quad T=10\%$$

-حالة : السنة تجارية

افريل: 24 يوم

ماي: 30

جوان: 30

جويلية: 30

اوت: 30

سبتمبر: 9

$N = 153$ يوم

$$I = ATN = 5400 \times 0,1 \times 153 \div 360 = 229,5$$

-حالة: السنة صحيحة

-افريل: 24 يوم

-ماي: 31 يوم

-جوان: 30

-جويلية : 31

اوت: 31

سبتمبر: 9

$N = 156$ يوم

$$I = ATN = 5400 \times 0,1 \times 156 \div 365 = 230,79$$

-حالة: السنة كبيسة

-افريل: 24 يوم

-ماي: 31 يوم

-جوان: 30

- جوilye : 31

اوت: 31

سبتمبر: 9

$N = 156$ يوم

$$I = ATN = 5400 \times 0,1 \times 156 / 365 = 230,79$$

الجملة او القيمة المكتسبة:

اذا كانت قيمة راس المال هي A مستثمرة لفترة زمنية معينة N ، فان جملة هذا المبلغ او القيمة المكتسبة هي C .

$$C = A + I$$

$$C = A + ATN$$

$$C = A \times (1 + TN)$$

- مثال :

اودع شخص مبلغ 40.000 دج في احد البنوك لمدة 6 سنوات ، بمعدل فائدة 10% سنويا . ما هو المبلغ المتجمع لهذا الشخص في نهاية الفترة .

-الحل:

$$C = A(1+TN) = 40.000 (1+0,1 \times 6) = 64.000$$

$$I = ATN = 40000 \times 6 \times 0,1 = 24000$$

$$C = A + I = 40000 + 24000 = 64000$$

- طريقة النمر والقاسم لحساب مقدار الفائدة البسيطة:

اذا كان هناك عدد من الديون او الأقساط او الكمبيوترات لها تواريخ استحقاق مختلفة و تخصم بنفس معدل الخصم او الفائدة، فإنه يمكننا استخدام طريقة النمر، و القواسم، لتسهيل العمليات الحسابية.

بافتراض ان شخصا قد اودع مجموعة من المبالغ $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ ولمدة مختلفة

$$N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$$

و بمعدل فائدة سنوي T فإن الفوائد التي سيحصل عليها ستكون كما يلي:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$$

$$I = t \underbrace{(A_1 N_1 + A_2 N_2 + A_3 N_3 + \dots + A_n N_n)}_{\text{النمر}}$$

$$I = t x / 360$$

$$t / 360 = \text{مع العلم ان القاسم}$$

و بالتالي: $I = \frac{\text{النمر}}{\text{مقلوب القاسم}}$

$$\text{القاسم}/\text{النمر} = I$$

-مثال :

وضع شخص في البنك المبالغ التالية: 6000 دج في 1 مارس.

900 دج في 2 ماي.

3500 دج في 1 جوان .

و معدل الفائدة السنوي 9 %. احسب جملة هذه المبالغ في اخر شهر جوان من نفس السنة .

-الحل:

-حساب ا:

$$I = \frac{\text{النمر}}{\text{مقلوب القاسم}} = \frac{AnNn}{1}$$

-حساب المدة الزمنية:

$$N1 : 1 Mars \rightarrow 30 Juin \rightarrow 120 - 1 = 119$$

$$N2 : 2 Mai \rightarrow 30 Juin \rightarrow 59 - 1 = 58$$

$$N3 : 1 Juin \rightarrow 30 Juin \rightarrow 29$$

$$I = \sum (6000 \times 119) + (9000 \times 58) + (3500 \times 29) \div 360 / t = 334,375$$

-حساب جملة المبلغ: c

$$C = \sum A + \sum I = 6000 + 9000 + 35000 + 334,375$$

$$C = 18834,375 \text{ ون}$$

تمارين اعمال موجهة:التمرين 01:

اذا كان معدل الفائدة السنوي 6%， اوجد قيمة الفائدة الناتجة عن توظيف المبالغ التالية:

- 6000 و، ن لمدة 65 يوم ،

- 4000 و، ن لمدة 3 اشهر ،

- 5000 و، ن لمدة سنتين و نصف .

- كم عدد الأيام التي يجب ان يستثمر فيها مبلغ 38000 دج، حتى نحصل على جملة قدرها 38950 ون، بمعدل فائدة سنوي 5%.

كم عدد الأيام التي يجب ان يستثمر فيها مبلغ 38000 ون، حتى نحصل على فائدة قدرها 190 ون، بمعدل فائدة سنوي 3%.

-**تمرين 2:** في سنة 2018 اودع شخص المبالغ الموضحة في الجدول في احد البنوك :

المبلغ	1 جانفي	11 جانفي	21 جانفي	10 فيفري	5000
تاریخ إيداع	1 جانفي	11 جانفي	21 جانفي	10 فيفري	5000

المطلوب:

- حساب الفوائد و جملة هذه المبالغ في 31 مارس من نفس السنة بمعدل فائدة سنوي 21%.

-تمرين 3:

- احسب الفائدة البسيطة التي تستحق على المبلغ 3000ون، لمدة سنتين و شهر واحد على أساس:
- اذ كان معدل الفائدة سنوي $\%6$.
 - معدل الفائدة نصف سنوي $\%4$.
 - معدل الفائدة ربع سنوي $\%1$.
 - معدل الفائدة ربع شهري $\%0.5$.
 - و ما هو احسن معدل فائدة ؟
 - مامقدار الفائدة اذا كانت مدة التوظيف 3 سنوات و 8 اشهر و 24 يوم ؟

-التمرين 4:

بتاريخ 15 جانفي 2018 وظف احد الأشخاص مبلغ 14500ون، لدى احد البنوك بمعدل $\%3,5$ وبعد مدة معينة وصله اشعار من البنك يفيد بأن قيمة الفوائد قد بلغت 93,04ون.

- ما هو تاريخ تحرير الإشعار؟

-التمرين 5 :

يحقق مبلغ موظف بمعدل 4% لمدة معينة جملة محصلة قدرها 14400ون، اما اذا وظف نفس المبلغ خلال مدة زمنية أقل من المدة السابقة بسنة واحدة وبمعدل فائدة 5% , اعطى فائدة قدرها 2400ون.

- احسب قيمة هذا المبلغ و مدة توظيفه؟

-الحل:

حل التمرين الأول:

(1) حساب مبلغ الفائدة I :

$$I_1 = (6000 \times 65 \times 0,06) \div 360 = 65 \text{ ون}$$

$$I_2 = 4000 \times 3 \times 0,06 \div 12 = 60 \text{ ون}$$

$$I_3 = (5000 \times 2,5 \times 0,06) = 750 \text{ ون}$$

(2) حساب المدة الزمنية n :

$$T=0,05 \quad C=38950 \quad A=38000$$

$$C=A+I \longrightarrow 38950 = 38000 + I$$

$$I=950$$

$$I=ATN=38000 \times 0,05 \times N \div 360$$

$$950 = 1900 \times N \div 360 \longrightarrow N = 950 \times 360 \div 1900 \longrightarrow N = 180 \text{ يوم}$$

(3) حساب المدة الزمنية n :

$$T=0,03 \quad I=190 \quad A=38000$$

$$I=ATN \div 360 \longrightarrow N \div 360 = I \div AT \longrightarrow N = (190 \times 360) \div (38000 \times 0,03)$$

$$N=60 \text{ يوم}$$

حل التمرين الثاني:

-حساب المدة الزمنية :

$$n1 = 89 \text{ يوم} = 1-90 = 3 \times 30 \text{ مارس:} 1 \text{ جانفي الى 31 مارس:}$$

$$n2 = 79 \text{ يوم} = 11-90 = 11 \text{ مارس:} 11 \text{ جانفي الى 31 مارس:}$$

$$n3 = 69 \text{ يوم} = 21-90 = 21 \text{ مارس:} 21 \text{ جانفي الى 31 مارس:}$$

$$n4 = 50 \text{ يوم} = 10-2 \times 30 = 10 \text{ مارس:} 10 \text{ فيفري الى 31 مارس:}$$

القاسم/النمر = I

$$I = \sum A_n N_n \div 360 / 0,02 = (2000 \times 89) + (3000 \times 78) + (4000 \times 68) + (800 \times 49) / 8000$$

$$I = 52,28 \text{ ون}$$

$$C = \sum A_n + \sum I = 6000 + 3000 + 4000 + 5000 + 52,28$$

$$C = 14052,28$$

حل التمرين 3:

-حساب مبلغ الفائدة البسيطة اذا المعدل سنوي: سنوي % t=6

$$A = 3000$$

$$\text{المدة الزمنية} n = 24 \text{ شهر} + 1 = 25 \text{ شهر}$$

$$I_1 = ATN = 3000 \times 0,06 \times 25 / 12 = 375 \text{ ون}$$

-حساب مبلغ الفائدة السليمة اذا المعدل نصف سنوي: نصف سنوي % t=4%

$$A=3000$$

$$I_2 = 3000 \times 0,04 \times 25/6 = 500 \text{ ون}$$

-حساب مبلغ الفائدة السليمة اذا المعدل ربع سنوي: ربع سنوي % t=1%

$$A=3000$$

$$I_3 = 3000 \times 0,01 \times 25/3 = 250 \text{ ون}$$

-حساب مبلغ الفائدة السليمة اذا المعدل شهري: شهري % t=0.5%

$$I_4 = 3000 \times 0,005 \times 25/1 = 375 \text{ ون}$$

2- احسن معدل فائدة هو 4% نصف سنوي

3- حساب مقدار الفائدة اذا كانت مدة التوظيف 3 سنوات و 8 اشهر و 24 يوم:

-معدل الفائدة سنوي: سنوي % t=6%

$$I = 3000 \times 0,06 (3+8/12+24/360) = 672 \text{ ون}$$

-معدل الفائدة نصف سنوي: نصف سنوي % t=4%

$$I = 3000 \times 0,04 (6+8/6+24/180) = 896 \text{ ون}$$

-معدل الفائدة ربع سنوي: نصف سنوي % t=1%

$$I = 3000 \times 0,01 (12+8/3+24/90) = 448 \text{ ون}$$

-معدل الفائدة شهري: شهري $t=0.05\%$

$$I = 3000 \times 0.05 (36+8+24/360) = 661 \text{ ون}$$

حل التمرين 4:

-تحديد تاريخ تحرير الاشعار: سنوي $t=3.5\%$

$$I = A \times N / 360 \rightarrow 93,04 = 14500 \times 0,035 \times N / 360$$

$$\rightarrow 93,04 = 507,5 \times N / 360$$

$$N = 93,04 \times 360 / 507,5$$

$$N = 66 \text{ ون}$$

- بمعنى انه بعد 66 يوم يتم تحرير الاشعار ، بتاريخ: 22 مارس 2018

حل التمرين 5:

$$\left[\begin{array}{l} T_2 = 5 \% \\ N_2 = N_1 - 1 \\ I = 2400 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} C_1 = 14400 \\ T_1 = 4 \\ N_1 = ? \end{array} \right]$$

(1) جملة معادلين:

$$\begin{cases} C_1 = A(1+T_1N_1) \\ I_2 = AT_2N_2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 14400 = A(1+0,04N_1) \\ 2400 = A0,05(N_1-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 14400 / \{1 + 0.04N_1\} \\ A = 2400 / \{0.05(N_1-1)\} \end{cases}$$

$$14400 \{0.05(N_1-1)\} = 2400(1+0.04N_1)$$

$$N_1 = 3120 / 624$$

$$N_1 = 5 \text{ سنوات. } N_2 = 4 \text{ سنوات.}$$

$$A = 14400 / \{1 + 0.04 \times 5\}$$

$$A = 12000 \text{ ون}$$

- الدفعات المتساوية :

هي عبارة عن دفعات او اقساط متساوية تدفع في بداية او نهاية كل من الفترات الزمنية المتساوية:

سنة ، نصف سنة ، ربع سنة ، كل شهر الخ ، ويمكن تقسيم هذه الدفعات المتساوية الى :

- **الدفعة غير العادية الفورية :** تكون بغرض استثمار كل دفعه استثمارية، حيث تدفع في

بداية كل فترة زمنية، مثل : إيداع مبالغ مالية متساوية في البنك من أجل الادخار .

- **الدفعـة العاديـة "دفعـة السداد او الاستهلاـك":** حيث ان هذه الدفعـات المتساوـية تدفعـ

في نهاـية كل فـترة زـمنـية معـيـنة مثل تسـديـد القـرـوـض.

-ملاحظـة: في حالـة عدم نهاـية ذـكر حالـة الدفعـة يمكن اعتـبارـها دفعـة عـاديـة تتـسـددـ في

نـهاـية الفـترة او الشـهر ، و المـبلغ الدـوري الذـي يـدفع يـسمـى مـبلغ الدـفعـة او قـسـط الدـفعـة،

و الفـترة الزـمنـية ما بين الفـترة الزـمنـية ما بين تـارـيخ الدـفع و تـارـيخ السـداد تـسمـى المـدة

الـزمـنـية للـدفعـة .

حساب فوائد الدفعـات المتساوـية:

-فـائـدة الدـفعـة $I_1 =$ مـقدـار الدـفعـة ضـرب مـعـدـل الـفائـدة في الفـترة زـمنـية 1

$$I_1 = A_1 N_1 T_1$$

$I_2 = A_2 N_2 T_2$ -فـائـدة الدـفعـة I_2 :

$I_n = A_n N_n T_n$ ► الدـفعـة الأـخـيرـة n :

و بـالتـالـي فإنـ مـجمـوع الـفوـائد تـساـوي مـجمـوع I_1 إـلـى I_n

$$I = \sum I = \sum I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$I = (A_1 T_1 N_1) + (A_2 T_2 N_2) + \dots + (A_n T_n N_n)$$

$$I = AT(n_1 + n_2 + n_3 + \dots + nn)$$

$$I = AT(n_1 + n_2 + \dots + Nn)$$

$$n \frac{(n_1 + n_2)}{2} = \text{متـالـيـة عـدـديـة مـجمـوعـها}$$

معناه :

$$\sum I = (Atn) \frac{(n_1 + nn)}{2} \quad \text{مجموع الفوائد}$$

حيث : n يمثل مجموع حدود المتتالية الحسابية .

-مثال:

اذا كان لدينا دفعه تدفع في بداية كل 3 اشهر، و مقدرا الدفعه هو 50 ون، مدة سدادها سنتين، فإذا كان معدل الفائده البسيطة 6٪ سنويًا: اوجد مجموعه فوائد الدفعات.

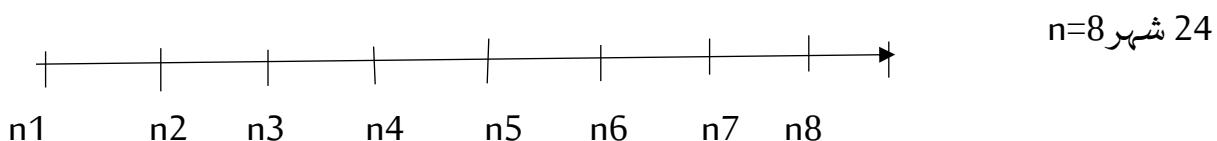
$$A=150$$

$$N= 2$$

$$t= 6\%$$

-الحل:

حالة 1: دفعات غير عاديّة ، في بداية كل 3 شهر:



$$\sum I = (Atn) \frac{(n_1 + n_8)}{2}$$

$$\sum I = (150 \times 0.06 / 12 \times 8) \frac{(24+3)}{2}$$

$$\sum I = 81$$

حالة 2: دفعه عاديّة في نهاية كل 3 اشهر:

$$\sum I = (Atn) \frac{(n_1 + n_8)}{2}$$

$$\sum I = (150 \times 0.06 / 12 \times 8) \frac{(21+0)}{2}$$

$$\sum I = 63$$

-مثال 2-

دفعات تدفع في نهاية كل 4 أشهر، و مقدار الدفعة 250 ون، و مدة سدادها بعد 3 سنوات .

-إذا كان معدل الفائدة البسيطة 6٪ سنويا، اوجد مجموع فوائد الدفعات:

-الحل:

-في نهاية كل 3 أشهر:

$$\sum I = (Atn) \frac{(n1+n12)}{2}$$

$$\sum I = (250 \times 0.06 / 12 \times 9) \frac{(32+0)}{2}$$

$$\sum I = 180$$

-في بداية كل 4 أشهر:

$$\sum I = (Atn) \frac{(n1+n12)}{2}$$

$$\sum I = (250 \times 0.06 / 12 \times 9) \frac{(36+4)}{2}$$

$$\sum I = 225$$

-جملة الدفعات المتساوية (المبلغ المكتسب):

هي عبارة عن مجموعة الدفعات بالإضافة الى فوائد هذه الدفعات و بالتالي :

$$C = \sum A + \sum I$$

$$C = An + (Atn) \frac{(n1 + nn)}{2}$$

-مثال:

اذا كان لدينا دفعة شهرية مقدارها 100ون، احسب جملة هذه الدفعات لمدة سنة كاملة ، علما بأن مقدار الفائدة البسيطة 4% سنويا.

- في اول كل شهر

- في اخر كل شهر

-الحل:

-في بداية كل شهر:

$$N=1 \text{ سنة}$$

$$A=100$$

$$t=4\%$$

$$\sum I = (Atn) \frac{(n1+n12)}{2}$$

$$\sum I = (100 \times 0.04 / 12 \times 12) \frac{(12+1)}{2}$$

$$\sum I = 26$$

$$C = (100 \times 12) + 26$$

$$C = 1226$$

-في نهاية كل شهر:

$$\sum I = (Atn) \frac{(n_1+n_{12})}{2}$$

$$\sum I = (100x0.04/12x12) \frac{(11+0)}{2}$$

$$\sum I = 22$$

$$C = (100x12) + 22$$

$$C = 1222$$

:مثال 2-

اوجد جملة دفعه عادي، تدفع كل 4 أشهر مبلغها الدوري 2000ون، و مدتها سنتان ، علما بأن معدل الفائدة 5٪ سنويا.

-الحل:

-دفعه عادي: في نهاية المدة

$$C = Axn + (Atn) \frac{(n_1+n_{12})}{2}$$

$$C = 2000x6 + (2000x \frac{0.05}{12} x6) \frac{(20+0)}{2}$$

$$C = 12500$$

مثال 3:

اذا كان لدينا دفعة مقدارها 100 ون، تدفع للبنك في اول كل شهر و منتصف كل شهر، ثم يسحب من المبلغ مقدار 10 ون في كل 20 يوم من كل شهر

- احسب الرصيدباقي لدفعات الاداع و دفعات السحب في نهاية السنة، علما بأن معدل الفائدة البسيطة للايداع و السحب ٥٪ ملنويا.

الحل:

$$N=1 \text{ سنة}$$

$$A=100$$

$$t=4\%$$

عدد الدفعات $n=24$ دفعة(في بداية و منتصف كل شهر

$$C = 100 \times 24 + \left(100 \times \frac{0.04}{12} \times 24\right) \frac{(12+12)}{2}$$

$$C = 2462.5$$

السحب في كل 20 من الشهر:

$$C' = A' \times n' + (A' t n') \frac{(n'1+n'12)}{2}$$

$$C' = 10 \times 12 + \left(10 \times 0.05 / 12 \times 12\right) \frac{(11+1/3+1/3)}{2}$$

$$C' = 350$$

- الرصيد = الدفعات - السحبات

$$\text{الرصيد} = 350 - 2462,5 = 2112,5 \text{ ون.}$$

-الفوائد الدورية:

هي الفوائد التي تدفع على دفعات حسب كل وحدة زمنية، و الوحدة الزمنية يمكن ان تكون سنة،

6 اشهر، شهريا... الخ، و تحسب كما يلي:

الفائدة الدورية الواحدة = فائدة القرض كله خلال المدة المحدد / عدد الدفعات الدورية .

بحيث ان هذه الفوائد تدفع بصفة منتظمة خلال مدة القرض و بصفة دورية في نهاية كل فترة،

والاصل يدفع في نهاية الفترة الكلية، ولكن في بعض الاحيان قد يطلب المدين تأجيل الفوائد الدورية

إلى نهاية الفترة ليدفعها مع الاصل و بذلك سيتحمل فوائد التأخير.

-مثال:

اقترض شخص مبلغ 10000 ون، على ان يتم تسديده بعد 3 سنوات مع تحمله دفع فوائد دورية في

نهاية كل 3 اشهر، و بمعدل فائدة بسيط 6٪ سنوي.

-احسب مقدار الفائدة الدورية الواحدة .

-الحل:

-عدد الفوائد الدورية = $12 = 3 \times 4$ فائدة

-قيمة الفائدة الدورية = $12 / (0,06 \times 3 \times 10000) = 150$ ون

- خصم الاوراق التجارية:

السند التجاري او الورقة التجارية : هو وثيقة تجارية تأخذ عدة اشكال (السند لامر ، سفترة، شيك...) يتعهد بموجبه المدين بتسديد مبلغ مالي لدائه في اجل معين يسمى تاريخ الاستحقاق.

اذا افترضنا ان شخص ما اراد التخلص من دنه قبل فترة الاستحقاق ، في هذه الحالة هو الذي يدفع القيمة المالية للدين ، اي يسدد مبلغ مالي اقل من ما هو مستحق ، و الفرق بين القيمة الاسمية للدين و القيمة الحالية يدعى الخصم .

او انه قد نجد كثيرا ما يتم تسديد الديون في وقت اجل ، فإذا أراد الدائن استلام أمواله قبل موعد الاستحقاق بصرف الورقة التجارية الى سيولة نقدية فيقوم بعملية تسمى خصم الورقة التجارية كذلك يمكن ان تباع الورقة التجارية الى احد البنوك حيث يحصل الدائن على مبلغ اقل من المبلغ المتفق عليه عند موعد الاستحقاق ، أي الدائن يحصل على مبلغ القيمة الحالية و هو اقل من القيمة المستقبلية و هو ما يسمى بالخصم.

تتمثل عناصر خصم الورقة التجارية فيما يلي:

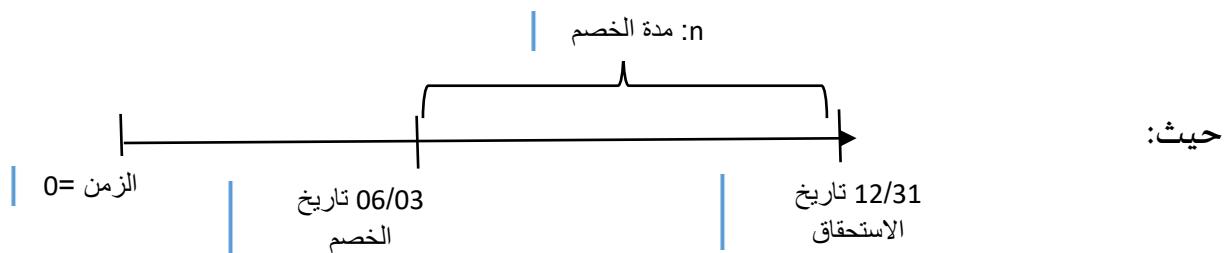
- **القيمة الاسمية:** هي المبلغ المكتوب على الورقة التجارية، و هو اصل الدين A .
- **مصاريف الخصم:** هي مجموع ما يتقادره المصرف لقاء خصم الورقة التجارية .
- **عمولة الخصم:** هي عمولة يستفيد منها المصرف و تحسب بنسبة معينة من القيمة الاسمية .

$$\text{عمولة الخصم} = \frac{\text{نسبة العمولة}}{100} \times \text{القيمة الاسمية}$$

- **مصاريف التحصيل:** هي مبلغ مقطوع يتضمنه المصرف بعض النظر عن القيمة الاسمية للورقة التجارية.
 - **صافي قيمة الورقة التجارية:** المبلغ الناتج بعد طرح مجموع مصاريف الخصم من القيمة الاسمية للورقة.
 - **معدل الخصم:** هو نسبة مؤدية يتم بموجها خصم الورقة T .
 - **مدة الخصم:** هي المدة المحصورة بين تاريخ الخصم و تاريخ الاستحقاق.
- و يمكن حساب الخصم البسيط حسب ما يلي :

$$E = ATN$$

$$A = a + E$$



A: القيمة الاسمية

a: القيمة الحالية

E': الخصم الحقيقي

E: الخصم التجاري

T: معدل الخصم

N:الفترة الزمنية.

-هناك نوعان من الخصم: خصم تجاري و خصم حقيقي .

-الخصم التجاري: يحسب من القيمة الاسمية و هو المطبق في البنوك التجارية.

$$E = ATn$$

-الخصم الحقيقي: يحسب بالقيمة الحالية .

$$E' = atn$$

-العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي:

$$E = ATn$$

$$E' = aTn$$

$$E - E' = ATn - aTn$$

$$E - E' = Tn(A - a)$$

$$E - E' = Tn(E')$$

-العلاقة الأولى:

$$\frac{E}{E'} = \frac{ATn}{aTn}$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{A}{a}$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{a + E}{a}$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{a + aTn}{a}$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{a(1 + Tn)}{a}$$

$$\frac{E}{E'} = 1 + Tn \quad \text{- العلاقة الثانية:}$$

-مثال:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 15000 ون، تاريخ استحقاقها 20 جوان من السنة n ، وقدمت للخصم في 5 جوان من نفس السنة ، وبمعدل خصم بسيط 8٪ سنوي.

-المطلوب:

- حساب مدة الخصم .
- حساب مبلغ الخصم .

-الحل:

1-حساب مدة الخصم:

$$A=15000 \qquad T=8\%$$

-تاريخ الاستحقاق: 20 جوان.

-تاريخ الخصم: 5 جوان

اذن مدة الخصم = 15 يوم = n

2-حساب مبلغ الخصم:

الخصم التجاري:

$$E = ATn$$

$$E = 1500 \times 0.08 / 360 \times 15$$

$$E = 50$$

- الخصم الحقيقي: $\frac{E}{E'} = 1 + Tn$

$$E' = \frac{E}{1 + Tn}$$

$$E' = \frac{50}{1 + 0.08 \times 15 / 360}$$

$$E' = 49.83$$

-حساب القيمة الحالية:

$$A = a + E$$

$$a = A - E$$

$$a = 15000 - 50 = 14950$$

-تمرين:

تقديم احد الاشخاص لدى البنك من اجل خصم الاوراق التجارية التالية:

1_ كمبالة تستحق في نهاية 6 اشهر قيمتها الاسمية 2000 ون.

2_ كمبالة تستحق في نهاية 9 اشهر و قيمتها الاسمية 3000 ون.

3_ سند يستحق في نهاية 10 اشهر قيمة الاسمية 6000 ون.

- اذ كان البنك يخصم بمعدل 10٪ سنويا ، احسب:

- قيمة الخصم والصافي المستحق.

الحل :

$$A_1=2000 \quad N_1=6 \text{ شهر}$$

$$A_2=3000 \quad N_2=9 \text{ شهر}$$

$$A_3=6000 \quad N_3=10 \text{ شهر}$$

1. حساب قيمة الخصم :

$$E=ATN$$

$$E_1=2000 \times 0,10 \times 6 \div 12 = 100$$

$$E_2=3000 \times 0,10 \times 9 \div 12 = 225$$

$$E_3=6000 \times 0,10 \times 10 \div 12 = 500$$

$$\sum E = E_1 + E_2 + E_3$$

$$\sum E = 100 + 225 + 500$$

$$\sum E = 825$$

2. حساب قيمة الصافي المستحق :

$$A=a-E$$

$$a_1 = 2000 - 100 = 1900$$

$$a_2 = 300 - 225 = 2775$$

$$a_3 = 6000 - 500 = 5500$$

$$\sum a = \sum A - \sum E$$

$$\sum a = (2000 + 3000 + 6000) - 825$$

$$\sum a = 10175 \text{ ون}$$

الاجيو AGIO:

هو مجموعة المصاري夫 التي يأخذها البنك عند خصم الورقة التجارية و تمثل فيما يلي :

- الخصم التجاري : E

- عمولة البنك : هو حق البنك نتيجة خصم الأوراق التجارية ، و تحسب بنسبة مئوية من

القيمة الاسمية .

- عمولة التطهير : وهي عمولة يأخذها البنك عند الخصم و تحسب بالنسبة المئوية من القيمة

الاسمية.

عمولة التطهير = معدل العمولة × القيمة الاسمية × مدة الخصم

- عمولة اللائحة: هي عمولة يأخذها البنك عند الخصم و تحسب بالنسبة المئوية من القيمة

الاسمية.

- عمولة التوظيف: هي عمولة يأخذها البنك عند الخصم و هي مقدار ثابت و محدد لكل ورقة

تجارية.

مصاريف التحصيل + عمولة البنك + الخصم التجاري = الاجيو AGIO

$$\text{AGIO (TTC)} = \text{AGIO(HT)} + \text{TVA}$$

-المثال 1:

في 1 جانفي 2007 ، تقدم تاجر الى احد البنوك لخصم كمبيالة قيمتها الاسمية 5000 ون، تستحق الدفع يوم 12 جوان من نفس السنة، وكان البنك يحسب الخصم بمعدل 9% سنويا، و العمولة بمعدل 0,2% ، كما قام بخصم مصاريف التحصيل بمقدار 2 ون لكل عملية خصم .

-المطلوب:

-احسب صافي ما يستلمه التاجر من البنك (القيمة الحالية) ؟

-احسب معدل الخصم الإجمالي ؟

-الحل:

معدل العمولة = 0,2% $T=9\%$ $A=5000$ ون مصاريف التحصيل = 2 ون

-أولاً : نحسب مدة الخصم n : يوم 161 : $n=161$

$$161 = 1 - 162 \text{ يوم}$$



12 جوان ← 12 يوم

-حساب مبلغ الخصم:

$$E = ATN = 5000 \times 0,09 \times 161 \div 360$$

$$E = 201,25 \text{ ون}$$

-عمولة البنك: معدل العمولة × القيمة الاسمية

$$\text{عمولة البنك : } 5000 \times 0,002 = 10 \text{ ون}$$

-حساب الاجيو:

$$\text{مصاريف التحصيل} + \text{عمولة البنك} + \text{الخصم التجاري} = AGIO = E$$

$$AGIO = 201,25 + 10 + 2 = 213,25 \text{ ون}$$

-الصافي المستحق (القمة الحالية a) = القيمة الاسمية - AGIO

$$a = A - E(AGIO)$$

$$5000 - 213,25 = 4786,75 \text{ ون} \quad \text{القيمة الحالية :}$$

المعدل الإجمالي للخصم: (T)

$$E = ATN$$

$$AGIO = A(T)N$$

$$(T) = Agio / An$$

$$(T) = 213.25 / 5000 \times 161 / 360$$

$$(T) = 0,095 = 9.5\%$$

-تمرين :

في 15 جويلية قدم البنك ورقة تجارية قيمتها الاسمية 2500 ون، تستحق السداد في 10 اوت، وكانت

شروط الخصم كما يلي :

- معدل الخصم 10 % سنويا

- عمولة التظهير 0,5 %

- عمولة الائحة $\frac{1}{8}$

- عمولة التوظيف 0,5 ون لكل ورقة تجارية .

(TVA : 17 %) عمولة التوظيف و الائحة تخضع لـ -

المطلوب:

- احسب Agio الإجمالي و القيمة الحالية للورقة التجارية .

عمولة التظهير = القيمة الاسمية \times معدل العمولة $\times n$

عمولة الائحة = القيمة الاسمية \times معدل العمولة

الحل:

$$T=10\%$$

$$A=2500$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 15 \text{ جوبيلية} \leftarrow 15 \text{ يوم} \\ 10 \text{ اوت} \leftarrow 10 \text{ يوم} \end{array} \right.$$

$$n = 25 \text{ يوم}$$

$$E = ATN = 2500 \times 0,1 \times 25 \div 360 = 17,30$$

عمولة التظير : $0,86 = 360 \div 25 \times 0,005 \times 2500$

$$\text{عمولة اللائحة : } 3,125 = \% \frac{1}{8} \times 2500$$

$$Agio = E + ع.التوظيف + ع.التظير + ع.اللائحة$$

$$Agio = 17,36 + 3,125 + 0,86 + 0,5$$

$$Agio = 21,845 \text{ ون}$$

الاجيو الإجمالي :

$$AGIO(TTC) = AGIO(HT) + TVA$$

$$AGIO(TTC) = 21,845 + (0,5 + 3,125) \times 0,17$$

$$AGIO(TTC) = 22,461 \text{ ون}$$

القيمة الحالية :

$$A = a + AGIO(TTC)$$

$$a = A - AGIO(TTC)$$

$$a = 2500 - 22,461$$

$$a = 2477,539 \text{ ون}$$

- تكافؤ وتسوية الديون قصيرة الأجل للأوراق التجارية:

التكافؤ هو عملية مالية يتمكن من خلالها اطراف الأوراق التجارية من استبدالها بصفة عادلة و تسمى كذلك بعملية استبدال الديون.

1. تكافؤ الأوراق التجارية :

يقصد بتكافؤ ورقتين تجاريتين، تساوي قيمتها الحالية في تاريخ محدد، يسمى بالتاريخ التكافؤ، و باستعمال معدلات خصم متساوية ، و يمكن القيام بتكافؤ ورقة او اكثر مع ورقة أخرى او مبلغ مالي ، شرط ان تتم العملية باحترام النقاط التالية:

- حساب القيمة الحالية للأوراق التجارية في نفس التاريخ وتكون متساوية .
- استعمال نفس معدل الخصم .

ويعبر عن تكافؤ ورقتين تجاريتين كما يلي :

$$\text{القيمة الحالية للورقة 1} = \text{القيمة الحالية للورقة 2}$$

$$a_1 = a_2$$

$$A_1 - E_1 = A_2 - E_2$$

$$A_1 - A_1 T_{N1} = A_2 - A_2 T_{N2}$$

$$A_1(1-T_{N1}) = A_2(1-T_{N2}) = A_n(1-T_{Nn})$$

مثال: نفس معطيات المثال السابق :

جويلية 15 ← دیسمبر 31

$$A1(1-t_{n1})=A2(1-t_{n2})$$

$$A2=A1(1-tn1)\div 1-tn2$$

$$A2=2500(1-t \times 25 \div 360) \div 1-t \times 165 \div 360$$

مثال:

الشخص "ب" مدين للشخص "أ" بـ5000 WON ، تستحق السداد في 31 ماي ، الدين في شكل ورقة تجارية.

في 16 ماي طلب شخص "ب" من الشخص "أ" ان يعوض الورقة السابقة بأخرى تستحق السداد في 30 جوان .

المطلوب:

-احسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة مع العلم ان معدل الخصم السنوي $T=10\%$

- الحل:

A1=5000

تاریخ الاستحقاق: 31 مای

تاریخ التکافو: 16 مای

A2= ?

تاریخ الاستحقاق الجديد: 30 جوان

معدل الخصم 10 %:

عند $a_1 = a_2 \leftarrow$

$$A_1 - E_1 = A_2 - E_2$$

$$A_1 - A_1 t_n = A_2 - A_2 t_n$$

$$A_1(1 - t_n) = A_2(1 - t_n)$$

$$16 \text{ ماي} - 30 \text{ ماي} = 14 \text{ يوم} = N_1$$

$$16 \text{ ماي} - 30 \text{ جوان} = 14 \text{ يوم} + 30 \text{ يوم} = 44 \text{ يوم} = N_2$$

$$A_2 = \frac{A_1(1 - t_n)}{(1 - t_n)}$$

$$A_2 = \frac{5000(1 - 0.1 \times 14/360)}{(1 - 0.1 \times 44/360)}$$

$$A_2 = 5042.18 \text{ ون}$$

2. تسوية الديون:

يقصد بتسوية الديون هو استبدالها بما يتناسب مع حالة الدين المالية، من دون التأثير على حقوق الدائن، فقد يقوم المدين باستبدال دينه إلى دين جديد يستحق السداد بتاريخ مختلف عن تاريخ سداد الدين القديم ، وقد يكون قبله او بعده .

-حالة تسوية الديون بتاريخ لاحق (أجل) :

اذا كان الدين الجديد يستحق الدفع بعد تاريخ الاستحقاق الدين الأصلي، فإن قيمة الدين الجديد عبارة عن جملة مبلغ الدين الأصلي في تاريخ الاستحقاق الجديد .

القيمة الاسمية للدين الجديد=القيمة الاسمية للدين القديم + فائدة التأخير.

-مثال:

بتاريخ 1 فيفري 2010 ، كان احد الاشخاص مدين لشخص اخر بمبلغ 10000 ون، يستحق السداد في 25 ماي 2010 ، في تاريخ 25 افريل اتفق المدين مع الدائن على تأجيل الدين حتى 31 اكتوبر، بحيث تتحسب فوائد التأخير بمعدل 9% سنويا .

-المطلوب:

ما هي القيمة الاسمية للدين الواجب سداده في 31 اكتوبر علما ان الفوائد هي فوائد تجارية ؟

-الحل:

تاريخ الاستحقاق القديم : 25 ماي $A_1 = 10000$

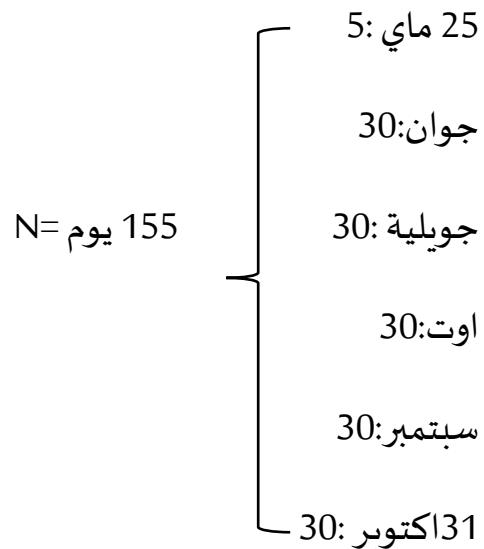
تاريخ الاستحقاق الجديد: 31 اكتوبر

(فوائد التأخير) $A_2 = A_1 + I$

$$A_2 = 10000 + ATN$$

$$A_2 = 10000 + 10000 \times 0,09 \times 155 \div 360$$

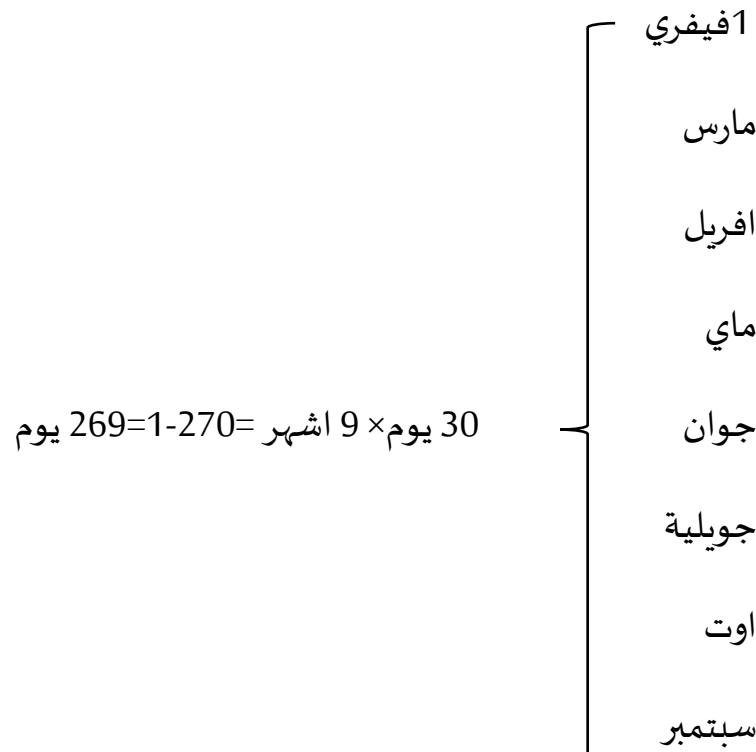
$$A_2 = 10387,5 \text{ ون}$$



-المبلغ الإجمالي المستحق $C2=A2+I2:$

$$C2=10387,5+10000\times 0,09\times 269\div 360$$

$$C2=11060$$



31 اوكتوبر

-حالة تسوية الديون بتاريخ سابق :

اذا كان الدين الجديد استحق الدفع قبل تاريخ استحقاق الدين الأصلي، فإن قيمة الدين الجديد

عبارة عن القيمة الحالية للدين الأصلي .

القيمة الاسمية للدين الجديد $A_2 =$ القيمة الحالية للدين الأصلي a

-**مثال : شخص مدين بما يلي :**

2000 ون تستحق في 1 جويلية -

4000 ون تستحق في 15 اوت -

6000 ون تستحق في 15 سبتمبر -

وقد اتفق هذا شخص مع دائن على سداد الديون يوم 15 ماي دفعه واحدة ، وبمعدل 6% سنويا
على أساس خصم تجاري و فوائد تجارية .

-المطلوب:

-**إيجاد القيمة الاسمية للدين الجديد بتاريخ السداد 15 ماي .**

-الحل:

$$a_1 = A_2$$

$$A_1 = 2000 \rightarrow 1 \text{ جويلية}$$

$$A_2 = 4000 \rightarrow 15 \text{ اوت}$$

A3= 6000 → 15 سبتمبر

تاريخ الاستحقاق جديد: 15 ماي

$$a = A - E$$

$$a = A - ATN$$

$$a = A(1 - TN)$$

n1: من 1 جويلية الى 15 ماي = 45 يوم

n2: من 15 اوت الى 15 ماي = 90 يوم

n3: من 15 سبتمبر الى 15 ماي = 120 يوم

$$a_1 = 2000(1 - 0,06 \times 45 \div 360) = 1985$$

$$a_2 = 4000(1 - 0,06 \times 90 \div 360) = 3940$$

$$a_3 = 6000(1 - 0,06 \times 120 \div 360) = 5880$$

$$\sum a = a_1 + a_2 + a_3 = 11805$$

-تمارين اعمال موجهة:**-التمرين 1:**

دين قدره 1800 ون يستحق الدفع بعد سنة ونصف، اذا تم تسوية هذا دين بمعدل 8% فائدة بسيطة سنوية.

المطلوب:

- احسب الخصم التجاري و القيمة الحالية التجارية .
- احسب الخصم الصحيح و القيمة الحالية الصحيحة .

-التمرين 2:

اشترى موظف ثلاجة وقام بدفع مبلغ 30000 ون نقدا، و اتفق مع البائع على دفع 10000 ون بعد شهر، و دفع مبلغ 15000 ون بعد شهرين .

المطلوب:

-ما هو ثمن الثلاجة النقدي؟

- بطريقة الخصم التجاري
- بطريقة الخصم الصحيح

-التمرين 3:

القيمة الحالية للورقة التجارية 11846 ون ، خصمت بتاريخ 25 اوت بمعدل 7% ، اذا خصمت هذه الورقة قبل 80 يوما من تاريخ استحقاقها كانت قيمة الخصم اقل بـ 87 ون من الخصم الأول.

المطلوب:

احسب القيمة الاسمية للورقة التجارية و تاريخ استحقاقها.

-التمرين 4:

بتاريخ 17 افرييل تم خصم الورقة التجارية بمعدل 3% ، فكان خصمها التجاري يساوي 24 ون.

- اذا علمت ان القيمة الاسمية لها 2400 ون

المطلوب:

احسب تاريخ استحقاقها.

احسب المبلغ الإجمالي الاجيو ، اذا كانت عمولة البنك 0,2% و مصاريف التحصيل 0,1%

فيها 5 ون كحد ادنى .

احسب صافي ما يتحصل عليه صاحب الورقة .

احسب معدل الخصم الإجمالي للبنك .

-التمرين 5:

احد التجار مدين لمورده بالأوراق التجارية التالية :

- 3200 ون تستحق في 1 نوفمبر .

- 4800 ون تستحق في 15 ديسمبر .

- 17000 ون تستحق في 30 ديسمبر .

وفي تاريخ 15 نوفمبر قرر هذا التاجر تسوية تلك الأوراق بتسديده فيمتها نقدا .

المطلوب:

ما هي قيمة المبلغ المسدد اذا كان معدل الخصم 6% ؟

-التمرين 6:

شخص مدين لآخر بالمبالغ التالية :

- 15000 ون تستحق بعد 30 يوم .

- 20000 ون تستحق بعد 40 يوم .

- 15000 ون تستحق بعد 60 يوم .

اذا علمت انه اتفق مع الدائن على ان يسدد مبلغ 49402,78 ون في الحال .

المطلوب:

- احسب معدل الخصم الذي استخدم لتسوية هذه الديون.

الحلول:

- حل التمرين 1:

$$A = 1800$$

$$n = 1,5$$

$$T = 8\%$$

- حساب الخصم تجاري و القيمة الحالية التجارية :

$$E = ATN = 18000 \times 0,08 \times 1,5 = 216 \text{ ون}$$

$$E = A - a \rightarrow a = A - E = 1800 - 216 = 1584 \text{ ون}$$

- حساب الخصم الصحيح و القيمة الحالية الصحيحة :

$$E' = atn$$

$$A = a + E' \rightarrow A = a + atn = a(1 + tn)$$

$$a = A / (1 + TN) = 1800 / (1 + 0,08) \times 1,5 = 1607,14 \text{ ون}$$

$$E' = atn = 1607,14 \times 0,08 \times 1,5$$

$$E' = 192,54 \text{ ون}$$

- حل التمرين 2:

$$a1 = 30000 \text{ ون}$$

$$A2 = 10000 \rightarrow n2 = \text{شهر}$$

$$A3 = 15000 \rightarrow n3 = \text{شهرين}$$

$$a = a1 + a2 + a3 \quad \text{ثمن الثلاجة} = \text{القيمة الحالية للثلاجة .} \quad -$$

- القيمة الاسمية المكتوبة في الشيك وهي الدين المكتوب .

- القيمة الحالية التي تدفع في الحين و هي الأقرب لتاريخ تحrir الشيك .

$$a = 30000 + a_2 + a_3$$

$$E = A - a \rightarrow a = A - E = A - ATN = A(1 - TN)$$

$$a_2 = A_2(1 - TN) = 10000(1 - 0,18 \times 1/12) = 9550 \text{ ون}$$

$$a_3 = A_3(1 - TN) = 15000(1 - 0,18 \times 2/12)$$

$$a_3 = 14550 \text{ ون}$$

$$\text{القيمة الحالية للثلاجة ون} = 30000 + 9550 + 14550 = 54000$$

حل التمرين 3:

$$\text{تاريخ 25 اوت} \rightarrow a_1 = 11846$$

$$n_3 = 30 \text{ قبل استحقاق يوم} \quad T = 17\%$$

$$E_1 - E_2 = 87$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 - E_2 = 87 \\ E_1 = A - a_1 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} E_1 = 87 + E_2 \\ a_1 = A - E_1 \end{array} \right.$$

$$a_1 = A - 87 - E2$$

$$a_1 = A - 87 - ATn2$$

$$11846 + 87 = A(1 - Tn2)$$

$$A = \frac{11933}{[1 - 0.07 \left(\frac{30}{360}\right)]}$$

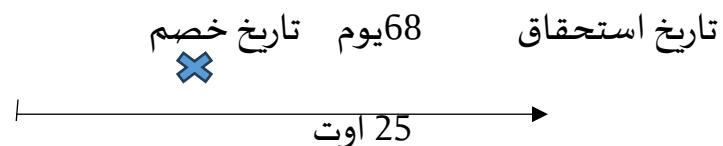
$$A = 12003 \text{ ون}$$

-حساب تاريخ الاستحقاق : n1

$$A_1 = A(1 - Tn1)$$

$$11846 = 12005(1 - 0.07 \times n1 / 360)$$

$$n1 = 68 \text{ يوم}$$



25 اوت + 30 + 03 + أيام

5 أيام من اوت + سبتمبر + أكتوبر + 3 نوفمبر

اذن تاريخ الاستحقاق 3 نوفمبر

حل التمرين 4:

في 17 ابريل خصم ورقة تجارية $A=2400$ $E=24$ $T=3\%$

-حساب مدة الخصم: n :

$$E = ATN \rightarrow n = E/AT$$

$$n = E \times 360 / (2400 \times 0.03)$$

$$n = 120 \text{ يوم}$$

17 افرييل + ماي + جوان + جويلية + 17 اوت

13 يوم + 30+ 30+ 17+ 30+ 120 اوت = 120 يوم

اذن تاريخ الاستحقاق هو 17 اوت .

-حساب الأجيرو : $Agio$

مصاريف التحصيل + عمولات البنك $Agio = E +$

$$Agio = 24(2400 \times 0,2/100) + 2.4$$

م تحصيل = $2400 \times 0,001 = 2,4$ دج وهي اقل من 5 دج (الحد الأقصى)

$$Agio = 33,8 \text{ ون}$$

$a = A - Agio = 2400 - 33,8 = 2366,2$ القيمة الحالية: a

$$E = ATn$$

$$Agio = ATN \rightarrow T = Agio / AN = 33,8 / (2400 \times 120 / 360)$$

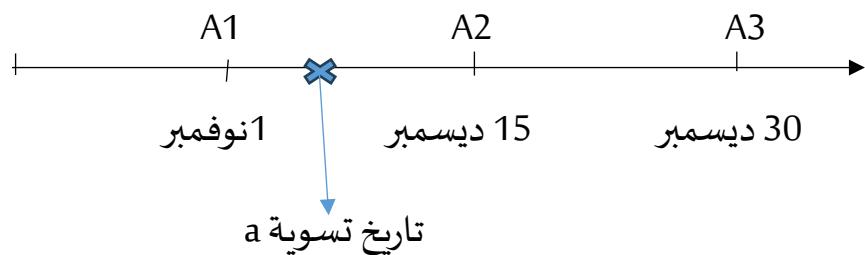
$$T = 4,225\%$$

- حل التمرين 5:

$$A_1 = 3200 \rightarrow 1 \text{ نوفمبر} \quad T = 6\%$$

$$A_2 = 4800 \rightarrow 15 \text{ ديسمبر}$$

$$A_3 = 17000 \rightarrow 30 \text{ ديسمبر}$$



a=a1+a2+a3: تاريخ التكافؤ

$$a = a_1 + a_2 + a_3$$

$$a = A(1+TN_1) + A_2(1-TN_2) + A_3(1-TN_3)$$

$$a = 3200(1+0,06 \times 15/360) + 4800(1-0,06 \times 30/360) + 17000 \times (1-0,06 \times 45/360)$$

$$a = 24826 \text{ دج}$$

$$E = A - a \rightarrow a = A - E$$

$$a = A - ATN = A(1 - TN)$$

$$I = ATN \quad 15 \text{ JR} \quad C1 = A + ATN = A(1 + TN)$$

- حل التمرين 6:

$$A = 49402,78 \rightarrow n_1 = 30 \text{ يوم}$$

$$A_2 = 20000 \rightarrow n_2 = 40 \text{ JRs}$$

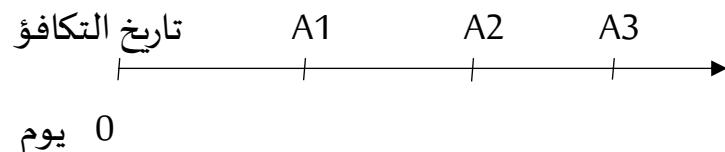
$$A_3 = 15000 \rightarrow n_3 = 60 \text{ JRs}$$

$$a = a_1 + a_2 + a_3$$

$$a = A(1-Tn_1) + A_2(1-Tn_2) + A_3(1-Tn_3)$$

$$49402,78 = 15000(1-T \times 30/360) + 20000(1-T \times 40/360) + 15000(1-60/360)$$

$$T = 0,1 = 10\%$$

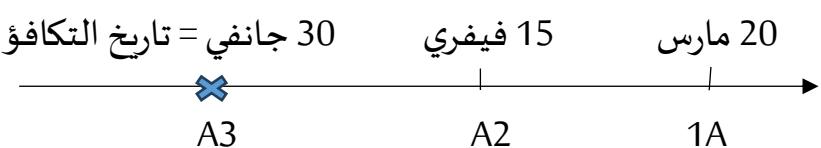


- حل التمرين 7:

$$A_1 = 4500 \rightarrow 20 \text{ مارس}$$

$$A_2 = 2400 \rightarrow 15 \text{ فيفري}$$

$$A_3 = 1200 \rightarrow 30 \text{ جانفي}$$



$$E = A - a \rightarrow a = A - E$$

$$a = A - ATN$$

$$a = A(1-TN) \rightarrow A = a / (1 - tn)$$

$$a = a_1 + a_2 + a_3$$

$$A(1-TN) = A_1(1-Tn_1) + A_2(1-Tn_2) + A_3(1-Tn_3)$$

$$A = [A_1(1-Tn_1) + A_2(1-Tn_2) + A_3(1-Tn_3)] / (1 - TN)$$

$$30 \text{ جانفي} \leftarrow 20 \text{ مارس} = 50 \text{ يوم} = n_1$$

$$15 \text{ فيفري} \leftarrow 30 \text{ جانفي} = 15 \text{ يوم} = n_2$$

$$30 \text{ جانفي} \leftarrow 30 \text{ جانفي} = n_3$$

$$30 \text{ جانفي} \leftarrow 20 \text{ مارس} (\text{تاريخ استحقاق الورقة الجديدة})$$

$$A = [4500(1 - 0.12 \times 50 / 360) + 2600(1 - 0.12 \times 15 / 360) + 1200(1 - 0.12 \times 0)] / (1 -$$

$$0.12 \times 50 / 360$$

حل التمارين 8:

$$A + A_2 = 48800$$

$$E_1 + E_2 = 305$$

$$\text{مدة } n = 45 \text{ يوم} (\text{متوسط مدة الاستحقاق})$$

$$A1=36600 \rightarrow \text{ تستحق بعد شهر}$$

$$E=ATN$$

$$(E1+E2)=(A1+A2)TN(N1;N2) : N2 \text{ حيث } N \text{ متوسط } N1 \text{ و } N2$$

$$305=48800 \times T \times 45/360$$

$$T = (305 \times 360) / (48800 \times 45)$$

$$T = 5\%$$

$$A1+A2=48800$$

$$A2=48800-36600 \rightarrow A2=12200$$

$$E2=A2Tn2$$

$$E1+E2=305$$

$$A1Tn1+A2Tn2=305$$

$$36600 \times 0,05 \times 30/360 + 12200 \times 0,05 \times n/360 = 305$$

$$n=90 \text{ يوم}$$

المحور الثاني: الفائدة المركبة:

الفائدة المركبة: هي الفائدة الناتجة عن إضافة الفائدة البسيطة للمبلغ الأصل في الفترة الموالية و الذي تنتج بدورها في الفترة التي تليها .

رأينا سابقاً أن الفائدة البسيطة تطبق على اقتراض أو إيداع قصير الأجل، بينما تحسب الفائدة المركبة على الاقتراض أو الإيداع طول الأجل و الذي يكون في الغالب أكثر من السنة .

C1=A+I **بعد انتهاء السنة الأولى:**

$$C1 = A + ATN = A(1+TN)$$

$$C_2 = C_1(1+TN)$$

$$C_2 = A(1+TN)(1+TN) = A(1+TN)^2 = A(1+T)^2 \quad \text{السنة 2}$$

$$C_3 = C_2(1+TN) = A(1+TN)(1+TN)(1+TN) = A(1+T)^3$$

$$C_n = A(1+T)^n \quad n = A(1+T)^n / \quad n = \text{عدد السنوات} \quad N = 1 \quad \text{مع سنة}$$

-مثال:

او دع شخص مبلغ لدى البنك قدره 15000 ون، لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة قدرها 11% (الفائدة مركبة سنوية).

المطلوب:

-احسب جملة المبلغ في نهاية الفترة ؟

-الحل:

$$T=11\% \quad n=3 \quad A=15000$$

$$C=A(1+T)^n=15000(1+0,11)^3=20514,465$$

$$C_1=15000(1+0,11 \times 1) \quad \dots \quad C_1=16650 \quad \text{السنة 1:} \quad \text{ون}$$

$$C_2=15000(1+0,11)(1+0,11)=16650(1+0,11) \quad \text{السنة 2:} \quad \text{ون}$$

$$C_3=[16650(1+0,11)] \times (1+0,11)=15000 \times (1+0,11)^3 \quad \text{السنة 3:} \quad \text{ون}$$

:مثال 2-

ما هي جملة اصل قدره 12000 ون، يودع لدى البنك مدة 5 سنوات، بمعدل فائدة مركبة 4 % للسداسي.

-الحل:

$$A=12000 \quad n=5 \quad T=4\% \quad \text{سنوي} \quad \text{سنوات}$$

الفائدة المركبة لا يمكن حساب الفائدة (I) قبل حساب الجملة (C)، ولذلك سنحسب C ثم نطرح

منها المبلغ الأصلي A :

$$C=A+I \rightarrow I=C-A$$

$$C=A(1+T)^n \quad " لا يجاد C من A"$$

$$A=C/(1+T)^n=C(1+T)^{-n} \quad " لا يجاد A من C"$$

الحل:

$$C = A(1+t)^n$$

$$C = 12000(1+0.04)^{5 \times 2}$$

$$C = A(1.04)^{10}$$

$$C = 17762.39$$

:3-مثال

-ما هي جملة المال المقترض الذي يقدر بـ 24000 ون، مدة سنتين و 4 أشهر، بمعدل فائدة مركبة

. سنوي 4 %

$$N = \text{سنتين} + 4 \text{ أشهر} \quad T = 4\% \quad A = 24000$$

:1 ط

$$C = 24000(1 + t)^n$$

$$C = 24000(1 + 0.04)^{2 + \frac{4}{12}}$$

$$C = 26295.85 \text{ ون}$$

:2 ط

$$C = A(1 + t)^n$$

$$C_1 = 24000(1 + 0.04)^2$$

$$C = 25958.4$$

-فائدة البسيطة $C2 = C1 \times tn \rightarrow$

$$C2 = 25958.4 \times 0.04 \times \frac{4}{12}$$

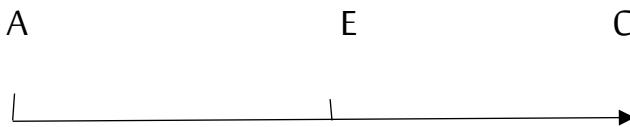
$C1$ للستين هو اصل الفائدة البسيطة .

الخصم في الفائدة المركبة :

يطبق الخصم في الفائدة المركبة على الأصول ذات استحقاق التي تزيد عن السنة الواحدة ، في

حالة الفائدة البسيطة يتم الحصول على الخصم بمقدار الفارق بين القيمة الاسمية و القيمة

الحالية ، و بنفس هذه الطريقة يتم حساب الخصم في الفائدة المركبة أي: $E = A - a$



$$C = A(1 + t)^{+n}$$

$$A = C(1 + t)^{-n}$$

$$a = C(1 + t)^{-n}$$

$$E = A - a$$

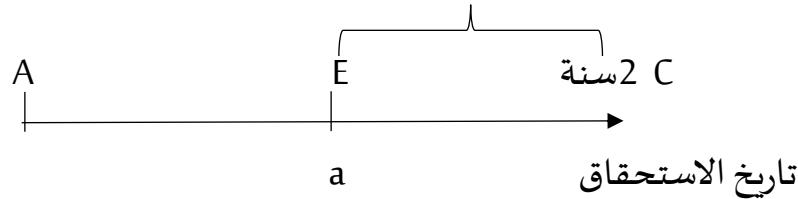
$$E = A - A(1 + t)^{-n}$$

$$E = A[1 - (1 + t)^{-n}]$$

مثال:

احسب مبلغ الخصم لورقة تجارية بقيمة اسمية 4000 ون، تستحق بعد سنتين بمعدل فائدة 6%

سنويًا.



$$E = A[1 - (1 + t)^{-n}]$$

$$E = 4000[1 - (1 + 0,06)^{-2}]$$

$$E = 440.01 \text{ ون}$$

-مثال:

مبلغ قدره 20000 ون، واجب تسديده بعد 6 سنوات، بمعدل 8% فائدة مركبة سنوية .

-احسب المبالغ المالية الواجب تسديدها في التواريف التالية :

التسديد عند تاريخ اصدار الورقة التجارية . -

التسديد قبل 3 سنوات من تاريخ الاستحقاق . -

التسديد بعد سنة من تاريخ استحقاق . -

اجد القيمة الحالية قبل الزمن 0 بسنة واحدة . -

-الحل:

$$t=8\% \quad C=20000 \rightarrow n=6 \text{ سنوات}$$

تاريخ الاستحقاق بعد 6 سنة

- تاريخ اصدار الورقة التجارية في الزمن = 0

$$A = C(1 + t)^{-n}$$

$$A = 20000(1 + 0.08)^{-6}$$

$$A = 12603.4$$

- قبل 3 سنوات من تاريخ الاستحقاق ، الزمن = 3-

$$a = C(1 + t)^{-n}$$

$$a = 20000(1 + 0.08)^{-3}$$

$$a = 15876.64$$

- بعد سنة من تاريخ الاستحقاق: الزمن = 1+

$$C' = A(1 + t)^{+n}$$

$$C' = 20000(1 + 0.08)^{+1}$$

$$C' = 21600$$

او

$$C' = 12603,4(1 + 0.04)^{+7}$$

- قبل الزمن 0 بسنة 1 واحدة:

$$A' = C(1 + t)^{-n}$$

$$A' = 20000(1 + 0.08)^{-7}$$

$$A = 11669.80$$

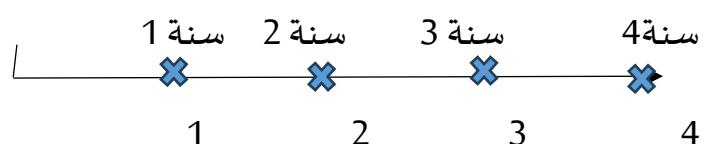
-الدفعتات المتساوية :

-هي مبالغ مالية متساوية تدفع دوريًا في فترات متساوية، تسمى فترة الدفع أو السداد، وقد تكون سنة، سنتين ... الخ ، وهناك دفعتات نهاية السنة (دفعة عادية) ودفعتات في بداية السنة (دفعة غير عادية).

-الدفعتات المتساوية في نهاية المدة:

-مثال :

نريد حساب 4 دفعتات متساوية، مبلغ الدفعة 10000ون، تدفع نهاية كل سنة، بمعدل فائدة مركبة 6% سنويًا.



$$C=A(1+T)^n$$

$$C_1=10000(1+0,06)^3$$

$$C_2=10000(1+0,06)^2$$

$$C_3=10000(1+0,06)^1$$

$$C_4=10000(1+0,06)^0$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 10000(1+0,06)^3 + 10000(1+0,06)^2 + 10000(1+0,06)^1 + \\ 10000(1+0,06)^0$$

متتالية هندسية أساسها $T+1$:

$$C = 10000[(1+T)^0 + (1+T)^1 + (1+T)^2 + (1+T)^3]$$

مجموعها = $(\text{الأساس})^n - 1$

$(\text{الأساس}) - 1$

$$C = A \left[\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1} \right]$$

A : مبلغ الدفعات N : تمثل عدد الدفعات

جملة الدفعات: C

$$C = 10000 \left[\frac{(1+0.06)^4 - 1}{(1+0.06) - 1} \right]$$

-مثال:

احد الاشخاص مدين بمبلغ 69315,42 ون، بعدد 6 دفعات متساوية تدفع في اخر كل سنة، بمعدل فائدة 5,751% سنويا .

-احسب مبلغ الدفعة ؟

-الحل:

$$C = A \left[\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1} \right]$$

$$A = C \left[\frac{(1+t) - 1}{(1+t)^n - 1} \right]$$

$$A = C \left[\frac{t}{(1+t)^n - 1} \right]$$

$$A = 69315.42 \left[\frac{0.0575}{(1+0.0575)^6 - 1} \right]$$

$$A = 10014.16$$

الدفعات المتساوية في بداية المدة :



$$C_1 = 10000(1+0,06)^4 \quad C_3 = 10000(1+0,06)^2$$

$$C_2 = 10000(1+0,06)^3 \quad C_4 = 10000(1+0,06)^1$$

$$C = 10000(1+0,06)^1 + 10000(1+0,06)^2 + 10000(1+0,06)^3 + 10000(1+0,06)^4$$

$$C = 10000(1+0,06)[(1+0,06)^0 + (1+0,06)^1 + (1+0,06)^2 + (1+0,06)^3]$$

متالية هندسية مجموعها : $\frac{(1+0,06)^n - 1}{0,06}$

$$C = 10000(1 + 0.06) \frac{(1 + 0.06)^n - 1}{0.06}$$

$$C = A(1 + t) \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

مثال: نفس معطيات المثال السابق ولكن تدفع في بداية المدة .

$$C = A(1 + t) \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

$$A = C \frac{t}{(1 + t)[(1 + t)^n - 1]}$$

$$A = 69315.42 \frac{0.0575}{(1 + 0.0575)[(1 + 0.0575)^6 - 1]}$$

$$A = 9456.26$$

تمارين اعمال موجهة:-التمرين 1:

-سلسة دفعات في اخر السنة عددها 12 دفعه تم ايداعها كما يلي :

1. 4 دفعات في 4 سنوات الأولى بمبلغ 1500 ون للدفعه، و 4 دفعات الثانية لـ 4 سنوات الثانية بمبلغ 2000 ون، و 4 دفعات الأخيرة لـ 4 سنوات الأخيرة بمبلغ 2500 ون للدفعه .

المطلوب :

-حساب الجملة المكتسبة و القيمة الحالية لهذه السلسلة، اذا كان معدل الفائدة المركبة 11% سنويا .

2. اذا كان معدل الفائدة لـ 4 دفعات الأولى 9% ، و معدل الفائدة للدفعات الثانية 10.5% . ومعدل الفائدة لـ 4 دفعات الأخيرة 12% .

-احسب الجملة المكتسبة لهذه الدفعات و القيمة الحالية لها .

حل التمرين 1 :



$$C_1 = A_1 \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

$$C1 = A1 \frac{(1+t)^n - 1}{t} x(1+t)^n$$

$$C1 = 1500 \frac{(1+0.11)^4 - 1}{0.11} x(1+0.11)^8$$

$$C1 = 16280.62$$

$$C2 = A2 \frac{(1+t)^n - 1}{t} x(1+t)^n$$

$$C2 = 2000 \frac{(1+0.11)^4 - 1}{0.11} x(1+0.11)^4$$

$$C2 = 14299.406$$

$$C3 = 2500 \frac{(1+0.11)^4 - 1}{0.11} x(1+0.11)^0$$

$$C3 = 11774.3275$$

-جملة الدفعات:

$$C = c1 + c2 + c3$$

$$C = 42354.36 \text{ ون}$$

-القيمة الحالية لسلسلة الدفعات:

$$c = a(1+t)^n$$

$$a = c(1+t)^{-n}$$

$$a = 42354.36(1+0.11)^{-12}$$

$$a = 12106.6 \text{ ون}$$

2. حساب جملة الدفعات :

$$C_1 = A_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t} x(1+t)^n$$

$$C_1 = 1500 \frac{(1+0.09)^4 - 1}{0.09} x(1+0.105)^4(1+0.12)^4$$

$$C_2 = 2000 \frac{(1+0.105)^4 - 1}{0.105} x(1+0.12)^4$$

$$C_3 = 2500 \frac{(1+0.12)^4 - 1}{0.12} x(1+0.12)^0$$

$$C = c_1 + c_2 + c_3$$

$$C = 42754.11 \text{ ون}$$

- القيمة الحالية لسلسلة الدفعات:

$$c = a(1+t)^n$$

$$a = c(1+t)^{-n}$$

$$a = 42754.11(1+0.09)^{-4}x(1+0.105)^{-4}x(1+0.12)^{-4}$$

التمرين 2:

عند توظيف دفعات سنوية متساوية 4000 ون في بداية كل سنة، فإنها تنتج جملة مكتسبة قدرها 24976,08 ون ، أما اذا اعتبرنا الدفعات السابقة تدفع في اخر السنة فإنها تنتج جملة مكتسبة قدرها 23233,56 ون .

-احسب معدل الفائدة و عدد الدفعات .

حل التمرين 2

$$\text{لمدة 8 سنوات} \quad A=4000 \quad C_1=24976,08 \quad \text{دفعات في بداية كل سنة}$$

$$\text{لمدة 8 سنوات} \quad A=4000 \quad C_2=23233,56 \quad \text{دفعات في اخر كل سنة}$$

-حساب معدل الدفعات t و n :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = A(1 + t) \frac{(1+t)^n - 1}{t} \\ C_2 = A \left[\frac{(1+t)^n - 1}{(t)} \right] \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{-بداية السنة} \\ \text{-نهاية السنة} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 24976.08 = 4000(1 + t) \frac{(1+t)^n - 1}{t} \\ 23233.56 = 4000 \left[\frac{(1 + t)^n - 1}{(t)} \right] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6.24402 = (1 + t) \frac{(1+t)^n - 1}{t} \\ 5.80839 = \left[\frac{(1 + t)^n - 1}{(t)} \right] \end{array} \right.$$

و من 4

$$6.24402 = 5.80839(1 + t)$$

$$t = 0.075$$

$$t = \% 7.5$$

-حساب عدد الدفعات :n

$$5.80839 = \left[\frac{(1 + t)^n - 1}{(t)} \right]$$

$$5.80839 = \left[\frac{(1 + 0.075)^n - 1}{(0.075)} \right]$$

$$(1.075)^n = 1.435629$$

$$n \log(1.075) = \log 1.435629$$

$$n = \frac{\log 1.435629}{\log 1.075}$$

$$n = 5 \text{ دفعات}$$

-تمرين 3:

يودع شخص في احد البنوك 500 ون اول كل سنة ، لمدة 12 سنة.

إذا علمت ان البنك احتسب فوائد مركبة بمعدل 8% خلال 10 سنوات الأولى، و 9% سنويا خلال

الستين الآخريين.

-احسب الجملة المكتسبة في هذه المدة .

الحل :

$$\text{دفعه اول المدة} \quad T1=8\% \quad T2=9\% \quad \text{ون } A=500$$

-دفعات اول السنة :

$$C1 = A(1 + t) \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

$$C1 = 500(1 + 0,08) \frac{(1 + 0,08)^{10} - 1}{0,08} (1 + 0,09)^2$$

$$C2 = 500(1 + 0,09) \frac{(1 + 0,09)^2 - 1}{0,09}$$

$$C = c1 + c2$$

$$C = 8288,28$$

-التمرين 4:

شخص يقوم بإيداع دفعات ثابتة في بداية كل السنة ونصف ، قيمة الدفعة الواحدة 10000ون، و معدل الفائدة المركبة المطبق 10% سنويا، وكان تاريخ اول دفعه في 31.12.2003 . احسب الجملة المكتسبة بتاريخ 2017.12.31 .

-الحل:

$$T=10\% \quad A=10000 \text{ ون}$$

$$\text{. } 15 = 2017.12.31 \leftarrow 2003.12.31$$

n : تمثل عدد الدفعات وليس عدد السنوات

كل سنة ونصف بمعنى عدد الدفعات $= n = 10$ دفعات

$$C = A(1 + t) \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

$$C = 10000(1 + 0.1) \frac{(1 + 0.1)^{10} - 1}{0.1}$$

$$C =$$

المحور الثالث: اهتلاك القروض.

ان المعاملات التجارية و النشاطات الاقتصادية سواء على مستوى الافراد او المؤسسات، تحتاج الى موارد مالية إضافية ، تحصل عليها بعده طرق من مصادر داخلية ، رأس المال الخاص، و مصادر خارجية و المتمثلة في القروض التي يمكن الحصول عليها من البنوك و المؤسسات المالية. عملية الاقتراض تكون عادة مقرونة بإلتزام او تعهد ، فإذا افترض احد الأشخاص مبلغا من البنك فإنه يصبح بذلك مدينا للبنك بالمبلغ المقترض و عليه التزام بتسديد القرض، طبقا للعقد المبرم بينه وبين الدائن.

-**تعريف القرض:** هو قيام الشخص بعملية استدانة مبلغ نقدى من شخص اخر بمقتضى اتفاق (عقد) بين الطرفين يحدد شروط القرض، مدة، طريقة التسديد، معدل الفائدة،.....الخ

-اهتلاك القروض (تسدد القروض):

قانون الفائدة والجملة C و الدفعات المتساوية تستعمل في اهتلاك القروض، إذا كانت القروض قصيرة الاجل تطبق قوانين الفائدة البسيطة ، و إذا كانت القروض طويلة الاجل تطبق قوانين الفائدة المركبة .

القروض قصيرة الاجل تسدد على أقساط a على دفعات متتالية كل شهر او كل ثلاثة .

-عند حساب الخصم E والفائدة ا لفترة زمنية n

N : في الدفعات تمثل عدد الدفعات وليس الفترة الزمنية .

المقصود بإهلاك القروض هو تسديدها مع فوائدها، سواء تم ذلك في صورة مبلغ واحد او على

دفعات متساوية ، و يترتب على ذلك طرق عديدة لاستهلاك القروض أهمها ما يلي :

- .1 اهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل و الفوائد معا .
- .2 اهلاك القروض في نهاية المدة مع تسديد الفوائد مسبقا .
- .3 اهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل مع تسديد الفوائد مسبقا .

- تسديد القروض قصيرة الاجل :

يتم تسديد القروض قصيرة الاجل، و التي لا تتعدي السنة الواحدة بطرق عديدة ، و ذلك اعتنادا على كيفية و شروط عقد الاتفاق بين الدائن و المدين .

✓ بعض الحالات اهلاك القروض قصيرة الاجل :

.1 استهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل و الفوائد معا :

تعتبر هذه الطريقة من اكثر الطرق تداولا في الأسواق المالية ، و التي جرى العرف على استخدامها حيث ان الأقساط المتساوية التي تدفع آخر كل فترة دورية يتكون جزء منها من اصل القرض و جزء من الفوائد، و هذه الطريقة تحقق مبدأ التكافؤ بين المدين و الدائن، بحيث يجب ان تتحقق

العلاقة التالية :

$$\text{جملة القرض} = \text{جملة الأقساط}$$

$$\text{القرض} + \text{الفوائد} = \text{الأقساط} + \text{الفوائد}$$

$$\sum a + \sum l = A + ATN$$

$$axN + atN \frac{(n1 + nn)}{2} = A(1 + tn)$$

حيث: n المدة الزمنية للقرض و N : عدد الدفعات او الأقساط المدفوعة

-مثال :

اقترض شخص مبلغ قيمته $A=2000$ مدة 3 سنوات ، بمعدل فائدة بسيطة 10% سنويا ، و اتفق

على سداده و فوائده بأقساط شهرية، يدفع القسط اخر كل شهر .

-المطلوب : حساب مبلغ القسط الشهري الواجب دفعه .

-الحل :

$$T=10\% \quad A=2000 \rightarrow n = 3 \text{ سنوات}$$

$$N \text{ عدد الأقساط او الدفعات } = 12 \times 3 = 36 \text{ دفعه}$$

$$axN + atN \frac{(n1 + nn)}{2} = A(1 + tn)$$

$$ax36 + a0,1/12 \times 36 \frac{(35 + 0)}{2} = 2000(1 + 0,1 \times 3)$$

$$a = 63.03 \text{ ون}$$

تسديد كل او بعض الفوائد المستحقة مقدما مع تسديد القرض في نهاية المدة :

قد يحدث ان تكون الفوائد المستحقة عن القرض تدفع مقدما و يقوم المدين بدفعها، فإن لم يتمكن من تسديد الجزء الباقي المستحق عليه يترتب عليه فوائد التأخير متفق عليها في عقد القرض، وبالتالي يكون المعدل الحقيقي أكبر من معدل الفائدة المتفق عليه.

-مثال :

اقرض شخص مبلغ اصل $A = 4000$ ، لمدة سنة بمعدل فائدة بسيطة 8% سنويا ، حيث تخصم الفائدة من القرض الأصلي و تدفع مقدما و يسدد القرض عند نهاية المدة .

-احسب معدل الفائدة الحقيقي السنوي T المحقق من هذا القرض .

- الحل :

$$T=8\% \quad A=4000$$

الفائدة تدفع مسبقا و القرض في نهاية المدة (سنة)

كيفية التسديد:

-تسديد الفائدة في تاريخ العقد (الافتراضي) : $I = ATN$

$$I = 4000 \times 0,08 \times 1$$

$$I = 320 \text{ ون}$$

الصافي الذي يستلمه: ون $4000 - 320 = 3680$

-معدل الفائدة الحقيقي $I = 3680 \times T \times 1 \rightarrow 320 = 3680 \times T \times 1$

$$\rightarrow T = \frac{320}{3680} = 8,4\%$$

الأصل = 4000 ون، يسدد بعد نهاية السنة

3-سداد القرض على أقساط متساوية من الأصل مع سداد الفوائد مسبقاً:

إذا كان راس المال يعطي إيراد منتظم خلال مدة القرض، حيث يمكن المدين تسديد القرض في صور أقساط متتالية خلال مدة القرض، ويمكن اختيار هذه الطريقة من السداد عندما يضمن المدين بتحقيق إيرادات من القرض، تمكنه من تسديد القرض على أقساط متساوية و هنا يختلف المعدل الحقيقي للفائدة الذي يحققه الدائن عن المعدل المذكور في عقد القرض.

- مثال :

اقتراض أحد الأشخاص مبلغ ون A=6000 من البنك، بمعدل فائدة بسيطة 9% سنويا ،على ان تخصم الفائدة من مبلغ القرض يوم العقد .

ويشترط عقد القرض سداد اصل القرض على أقساط متساوية عند نهاية كل شهرين ولمدة سنتين.

-المطلوب: احسب معدل الفائدة السنوي الذي حققه البنك T .

-الحل:

$$T=3\% \quad A=6000 \quad n:2 \text{ سنين}$$

- الأقساط في نهاية كل شهرين:

-كيفية التسديد:

$$I=ATN$$

1 – الفوائد مسبقا :

$$I = 6000 \times 0,09 \times 2 = 1080 \text{ ون}$$

2- تسديد الأقساط : $N = \text{عدد الدفعات} = 2 \times 6 = 12$ قسط (دفعه)

$$\frac{\text{الاصل}}{\text{الاقساط عدد}} = \text{قيمة القسط}$$

$$\frac{6000}{12} = \text{قيمة القسط}$$

قيمة القسط = 500 ون تسدد في نهاية كل شهرين.

-تسديد فوائد الدفعات :

$$\text{الاقساط} = (Atn) \frac{(n1 + n12)}{2}$$

$$(500 \times 0,09 \times 12) \frac{(22 + 0)}{2} = \text{الاقساط}$$

$$495 = \text{الاقساط}$$

-مبلغ الجملة المدفوع ون $C = 6000 + 495 = 6495$

الفائدة الحقيقة = المبلغ المستلم من الزبون $6000 - 1080$

$$= 4920$$

$$I = 6495 - 4920 = 1575 \text{ ون} \quad \text{فائدة البنك:}$$

$$I = ATN$$

$$1575 = 4920 \times T \times 2 \rightarrow T = 1575 / 4920 \times 2$$

$$T = 0,16 = 16\%$$

-اهتلاك القروض طويلة الأجل (القروض العادبة):

القرض العادي هو القرض الذي يمنح من عند المقرض الواحد، ويُسدد عن طريق دفعات، كل دفعه تحتوي على جزء من اصل القرض، ويسمى الاهتلاك (قسط الاهتلاك)، و كذلك الفوائد المستحقة على الجزء الباقي تسديده و يسمى خدمة الدين .

في النظام الكلاسيكي تكون الدفعات متساوية و هو النظام المعتمد به في البنوك الجزائرية .
يسدد المبلغ المقترض على الدفعات متساوية + خدمة الدين (الفوائد على المبلغ الباقي الذي لم يُسدد)

-الرموز المستعملة :

V_0 : قيمة القرض في الزمن 0 .

الدفعات المتساوية $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n$

الاهتلاكات المتتابعة (اصل القرض) : $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$: قيمة القرض الباقي تسديده بعد تسديد الدفعات $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$

$$I = Vtn$$

=معدل الفائدة

n = مدة التسديد ، عدد دفعات

الدفعه = الفائدة على قيمة القرض الباقي تسديده + اهتلاك القرض

جدول الاهتالك :

الفترة	القرض في بداية المدة	الفائدة	الاهتالك	الدفعة	القرض في نهاية المدة
1	V0	I1	D1	a 1	V1
2	V1	I2	D2	a 2	V2
3	V2	I3	D3	a 3	V3
n	Vn-1	In	Dn	a n	vn

الفترة	الاهتالك	الدفعة	قيمة القرض الباقي تسديده
1	D1	a 1=D1+v0×i	
2	D2	a 2=D2+v1 ×i	
3	D3	a 3 = D3 + v2×i	
n	DN	a n= Dn+vn-1×i	

قيمة القرض و الدفعة السابقة :

$$Vn = ax \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

قيمة الدفعة :

$$a1 = a2 = a = V0 \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

-بما ان الدفعات كلها متساوية :

$$D3 = D2(1 + I) = D1(1 + i)(1 + i) = D1(1 + i)^2$$

$$D4 = D3(1 + I) = D1(1 + i)(1 + i)(1 + i) = D1(1 + i)^3$$

$$Dn = D1(1 + i)^{n-1}$$

-قيمة القرض و أقساط الاهلاك :

-قيمة القرض تساوي مجموع أقساط الاهلاك

$$V0 = D1 + D2 + D3 + \dots + Dn$$

$$V0 = D1 + D1(1 + i) + D1(1 + i)^2 + \dots + D1(1 + i)^n$$

هذه الحدود تشكل متتالية هندسية حدها الأول $D1$ و اسماها $(1+i)$ مجموعها :

$$V0 = D1 \frac{(1 + I)^n - 1}{(1 + i) - 1}$$

$$V0 = D1 \frac{(1 + I)^n - 1}{i}$$

و بالتالي قيمة القرض $D1$:

$$D1 = V0 \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$$

- قيمة القرض و الدفعة الثابتة:

-قيمة القرض هي القيمة الحالية للمجموع الدفعات

$$V0 = a \frac{1 - (1 + I)^{-n}}{i}$$

$$a = V_0 \frac{i}{1 - (1 + i)^n}$$

مثال :

قرض قيمته 100 مليون ون، يسدد على 5 دفعات سنوية متساوية، تستحق الدفعة الأولى سنة بعد امضاء العقد بمعدل فائدة مركبة 6% سنويا .

-المطلوب:

-شكل جدول اهتمالك هذا القرض .

-الاهتمالك المتتابعة D1,D2,D3,D4,D5

$$D_1 = V_0 \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$$

$$D_1 = 100000000 \frac{0,06}{(1 + 0,06)^5 - 1}$$

$$D_1 = 17739640.04$$

$$D_2 = D_1(1 + I)$$

$$D_2 = 17739640.04(1 + 0.06)$$

$$D_2 = 18804018.442$$

$$D_3 = D_1(1 + i)^2$$

$$D_3 = 17739640.04(1 + 0.06)^2$$

$$D_3 = 19932259.549$$

$$D_4 = D_1(1 + i)^3$$

$$D4 = 17739640.04(1 + 0.06)^3$$

$$D4 = 21128195.122$$

$$D5 = D1(1 + i)^4$$

$$D5 = 22395886.829$$

-قيمة الدفعة الثابتة:

$$a = V0 \frac{i}{1 - (1 + i)^n}$$

$$a = 100000000 \frac{0,06}{1 - (1 + 0,06)^{-5}}$$

$$a = 23739640,04$$

-حساب مبلغ الفائدة:

$$i1 = Atn = V0tn$$

$$i1 = 100000000 \times 0.06 \times 1 = 600000$$

$$i2 = V1tn$$

-حساب المبلغ المتبقى بعد كل سنة: V1, V2, V3, V4, V5

$$V1 = V0 - D1$$

$$V1 = 100000000 - 17739640.04$$

$$V1 = 82260359.96$$

$$V2 = V1 - D2$$

$$V2 = 82260359.96 - 18804018.442$$

$$V2 = 63456341.518$$

$$V3 = V2 - D3$$

$$V3 = 43524081.969$$

$$V4 = V3 - D4$$

$$V4 = 22395886.847$$

$$V5 = V4 - D5$$

$$V5 = 0$$

- حساب مبلغ الفائدة :

$$i2 = V1tn$$

$$i2 = 82260395.96 \times 0.06 \times 1$$

$$i2 = 4935621.598$$

$$i3 = V2tn$$

$$i3 = 63456341.518 \times 0.06 \times 1$$

$$i3 = 3807380,491$$

جدول اهلاك القرض

الفترة	V	I	D	a	المبلغ المتبقى
1	V0=100000000	6000000	D1=17739640,04	20739640,04	V1=82260359,9

2	V1=82260359,96	4935621,9	D1=18804018.442		V2=63456341,5
3	V3=63456341,58	3807380,49	D2=19932259.549		V3=43524081,96
4	V4=43524081,969	2611444,92	D3=21128195,122		V4=22395886,847
5	V5=22395886.844	1343753,21	D4=22395886,839		V5=0

المحور الرابع: اختيار الاستثمارات.

-مفهوم الاستثمار:

المفهوم الاقتصادي: هو كل شيء يستعمل لمدة طويلة او متوسطة، ليعطي مردودية دون ان يستهلك في الاستعمال الأول أي في دورة استغلالية واحدة.

المفهوم المحاسبي: هو مجموعة الوسائل و القيم الدائمة مادية او معنوية ، متحصل عليها او منشأة من طرف المؤسسة بغرض الاستعامة بها لا لتحويلها او الاتجار بها.

المفهوم المالي: هو كل نفقة تؤدي الى الحصول على إيرادات خلال فترات متوسطة او طويلة تضمن استرجاعها مع تحقيق فائضا في المستقبل.

-مفهوم اختيار الاستثمارات:

يقصد باختيار الاستثمارات تفضيل مشروع مقترن من بين العديد من المشاريع الأخرى المقترنة، باستعمال مقاييس علمية و مالية و رياضية على أساس ما يحققه المشروع من إيرادات مالية مستقبلية مقارنة بإيرادات باقي المشاريع المرفوعة.

العوامل المؤثرة في اختيار الاستثمارات:

هناك عوامل عديدة تؤثر في اختيار المشروع الاستثماري ، أهمها:

-تكلفة الاستثمار: تتمثل في مجمل النفقات التي يتطلبها المشروع من بدايةحيازه والاستغلال الى غاية نهاية حياته، تشمل كل من تكلفة الصيانة، الإصلاح، التدريب، التركيب، النقل،....الخ.

-إيرادات الاستثمار: تتمثل في إيرادات الاستثمار المحصل عليها في فترة تشغيله.

-فترة حيازة الاستثمار، او العمر الإنتاجي للمشروع: و هي المدة التي يستغرقها نشاط الاستثمار لتحقيق الإيرادات الصافية، و الأرباح.

-**سعر الفائدة المطبق:** و هو سعر الفائدة المطبق في السوق المالية او سعر الخصم الخاص بالقروض.

-**فترة تحقيق الإيرادات و دفع النفقات:** عادة تتحقق الإيرادات في نهاية السنة، في حين تخصص النفقات في بداية السنة.

-**القيمة المتبقية للاستثمار:** تمثل القيمة الباقية عند نهاية فترة حياة الاستثمار، و هذه القيمة نتحصل عليها من قيمة بيع الاستثمار او من إعادة استعماله و استغلاله مرة أخرى، و ليست القيمة المحاسبية.

-**عوامل أخرى:** منها العوامل السياسية، الأمنية، البيئية، و نظام الأجور و الضرائب، الجمارك، الاستقرار السياسي و الاقتصادي، و الموقع الجغرافي،.....الخ

- نماذج تحليل الاستثمار (اختيار الاستثمارات):

هناك مجموعة من المعايير التي يمكن من خلالها تحليل الاستثمار و المفاضلة بين البدائل من هذه المعايير، القيمة الحالية، فترة الاسترداد، معدل العائد الداخلي.

1-القيمة الحالية الصافية VAN : هذه الطريقة تعتمد في الاختيار على حساب صافي القيمة الحالية لكل استثمار ثم ترك الاستثمارات التي تحقق صافي قيمة حالية (VAN) سالبة و القيام بالمفاضلة بين التي تحقق VAN موجبة، وأحسنها أكبرها تحقيقاً لهذا الصافي قيمة.

و ص.ق.ح (VAN) تعني القيمة الحالية للفرق بين مجموع الإيرادات و مجموع التكاليف للاستثمار بما فيها تكلفة الحياة و تكلفة باقي الاستثمار أي يتم إضافة التدفق النقدي الصافي بقيمةه الحالية إلى تكلفة الحياة و يحدد الصافي بينما بطرح هذه الأخيرة.

و تحسب VAN بالعلاقة:

$$VAN = VAR - VAD$$

$$+ Vr(1+i)^{-n} \text{ VAN} = \sum_{s=1}^n R_s(1+i)^{-s}$$

حيث:

VAR: القيمة الحالية للإيرادات .

VAD: القيمة الحالية للنفقات .

V_r : القيمة الباقيّة للاستثمار في نهاية حياته .

R_s : صافي الإيرادات للسنة s (إيراد نفس السنة - تكلفتها).

n: عدد السنوات أو مدة الاستثمار .

$(1+i)^{-n}$: القيمة الحالية لدينار واحد في نهاية كل سنة.

- مثال -

الاستثمار بـ		الاستثمار أـ	
التدفق النقدي	السنة	التدفق النقدي	السنة
18180 = 0.909 x 20000	1	22725 = 0.909 x 2500	1
16520 = 0.826 x 20000	2	20650 = 0.826 x 0.25000	2
11265 = 0.751 x 15000	3	7510 = 0.751 x 10000	3
6830 = 0.683 x 10000	4		
1863 = 0.621 x 3000	5		

$54658 =$	القيمة الحالية للتدفق النقدي = 50885
$50000 =$	القيمة الحالية للإنفاق الرأسمالي = 50000
$4658 =$	صافي القيمة الحالية = 885

يلاحظ أن كلا المشروعين (أ و ب) مشروعان مماثلان، ويعد المشروع (ب) الأفضل بما أنه يحقق قيمة حالية صافية أكبر

2-معدل العائد الداخلي: يعد من الطرق الشائعة الاستخدام في المفاضلة بين البديلان الاستثمارية و هو عبارة عن معدل الفائدة أو الخصم (التحيين) الذي لو خصمته به التدفقات النقدية الخارجية والداخلة لهذا المشروع، لتساوت القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجية (الإنفاق الرأسمالي) مع القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلية (الإيرادات) بمعنى:

C_i : القيمة الأولية للاستثمار

$$\sum CAF (1+i)^{-n} = C_i \quad \text{CAF: التدفقات النقدية}$$

i : معدل العائد الداخلي

$$C_i = \frac{CAF_n}{\sum_{i=1}^n CAF_i} \quad n: \text{عدد السنوات}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{\sum CAF_n}{C_i}} - 1$$

مثال: شركة صناعية تريد استثمار مبلغ 8900 دينار وترغب في أن يكون معدل العائد الداخلي 9% أو أكثر، وتتوقع الشركة أنها سوف تحقق من وراء هذا الاستثمار ، تدفقات نقدية على مدى سنتين مقدارها 100000 دينار.

المطلوب: حساب معدل العائد الداخلي.

$$i = \sqrt[n]{\frac{CAF_n}{Ci}} - 1$$

$$i = \sqrt{\frac{100000}{89000}} - 1$$

$$i = 1.05999 - 1$$

$$i = 0.05999$$

أي أن معدل العائد الداخلي يقارب 6% وهو أقل من 9% وبالتالي فمن الأفضل للشركة عدم إجراء هذا الاستثمار

فترة الاسترداد: يقوم هذا الأسلوب على أساس أن جدو المشروع الاستثماري متعلق بطول الفترة الزمنية الازمة لاسترداد رأس المال المستثمر في هذا المشروع، وبذلك فكلما قصرت هذه الفترة اعتبر هذا المشروع أكثر ربحاً والعكس صحيح.

مثال: فيما يلي التدفقات النقدية المتوقعة من مشروعين استثماريين (أ، ب) يتطلب كل منهما إنفاقاً رأسمالياً قدره 50 ألف دينار .

السنة	مشروع(أ)	مشروع(ب)
1	25000	20000
2	25000	20000
3	10000	15000

10000	-	4
3000	-	5

أي المشروعين أكثر جدوی حسب أسلوب فترة الاسترداد؟

الحل: طول فترة الاسترداد للمشروع (أ) سنتان (02)، حيث أنه مع نهاية السنة الثانية يتم استرجاع 50000 دج والذي يعادل تماماً مبلغ الإنفاق الرأسمالي وهو 50000 دينار.

أما المشروع (ب) فطول فترة الاسترداد تعادل سنتين و $\frac{2}{3}$ سنة، لأنه مع انقضاء الثلث الثاني من السنة الثالثة ستكون جملة التدفقات النقدية المحققة منه 50 ألف دينار، وبالتالي حسب أسلوب فترة الاسترداد يعد المشروع (أ) أكثر جدوی من المشروع (ب).

-**معايير مدة استرجاع تكلفة الاستثمار:** يقصد بها المدة اللازمة لاسترجاع تكلفة الاستثمار التي انطلق بها المشروع، و المشروع الأفضل حسب هذا المعيار هو الذي يحقق إيرادات صافية في أقل مدة زمنية معينة، لتغطية تكلفة الاستثمار.

حسب هذا المعيار لدينا حالتين:

-**حالة التدفقات النقدية الثابتة CF:**

-**حالة التدفقات النقدية المتغيرة CF**

أ-**حالة التدفقات النقدية الثابتة CF:** يتم حساب مدة استرجاع تكلفة الاستثمار بالعلاقة التالية:

$$N = \frac{C}{CF}$$

N: مدة استرجاع تكلفة الاستثمار

C: النفقة الأولية او تكلفة الاستثمار

CF: التدفقات النقدية السنوية التي تشمل الربح الصافي مضافا اليه مخصصات الاعلاف.

-مثال: تريد مؤسسة انجاز مشروع بنفقة أولية قدرها 20000 دج ، المشروع يهتكل بطريقة ثابتة لمدة 5 سنوات، و الربح السنوي الصافي 2000 دج.

المطلوب: إيجاد مدة استرجاع التكلفة.

- الحل:

حساب التدفقات النقدية:

التدفق النقدي السنوي = الربح السنوي الصافي + مخصصات الاعلاف السنوية

$$CF = 2000 + \frac{2000}{5}$$

$$CF = 2000 + 4000$$

$$CF = 6000$$

- حساب مدة الاسترجاع :

$$N = \frac{D}{CF}$$

$$N = \frac{20000}{6000} = 3.33$$

بمعنى مدة استرجاع تكلفة المشروع ستكون بعد 3.33 سنة، أي 3 سنوات و 4 أشهر.

-مثال: متاح لمؤسسة الاختيار بين مشروعين:

المشروع الأول: النفقة الأولية 426180 دج و التدفقات النقدية السنوية 75000 دج.

المشروع الثاني: النفقة الأولية 356490 دج و التدفقات النقدية السنوية 85000 دج

المطلوب: ما هو احسن مشروع في نظرك؟

الحل:

مدة استرجاع التكلفة:

$$N = \frac{D}{CF}$$

$$N1 = \frac{426180}{75000}$$

$$N1 = 5.68 \text{ سنة}$$

$$N2 = \frac{356490}{85000}$$

$$N2 = 4.19 \text{ سنة}$$

احسن مشروع بالنسبة للمؤسسة هو المشروع الثاني لأن النفقة الأولية تسترجع في مدة 4 سنوات و 3 أشهر، بينما في المشروع الأول تسترجع النفقة الأولية في مدة 5 سنوات و 8 أشهر.

حالة التدفقات النقدية المتغيرة: عندما تكون التدفقات غير ثابتة خلال فترة الاستغلال، نجمع هذه التدفقات حتى تتحقق تكلفة الاستثمار عند سنة معينة من عمر المشروع الاستثماري، ثم

تم المفاضلة بين المشاريع حسب هذه الحالة على أساس الإيرادات الحقيقة في أقصر مدة زمنية معينة لاسترجاع قيمة التكلفة الأولية.

-مثال: تريد مؤسسة اختيار مشروع استثماري من بين مشروعين مقترنين، العمر الإنتاجي لكل واحد منها 6 سنوات و تكلفة كل واحد منها 16000 دج، أما الإيرادات فتظهر في الجدول التالي:

السنوات	المشروع 1	المشروع 2
1	10000	3000
2	5000	4000
3	3000	5000
4	3000	6000
5	2000	7000
6	1500	8000

المطلوب: ما هو المشروع الأفضل؟

-الحل:

$$N1 = 1000 + 5000 + 3000 = 18000$$

$$N2 = 3000 + 4000 + 5000 + 6000 = 18000$$

نلاحظ بان تكلفة الاستثمار 16000 دج بالنسبة للمشروع الأول تسترجع خلال 3 سنوات من التشغيل، أما تكلفة الاستثمار للمشروع الثاني تسترجع خلال 4 سنوات، و عليه يفضل المشروع الأول.

من عيوب هذا المعيار انه لا يأخذ بعين الاعتبار التدفقات النقدية بعد مدة الاسترجاع، لأن المشروع المفضل قد تكون ايراداته المستقبلية ضعيفة مقابل ارتفاع إيرادات المشروع المرفوض ، ولكن رغم هذا العيب هناك من يفضل استعمال هذه الطريقة خاصة بالنسبة للمؤسسات التي تعاني من

نقص في السيولة النقدية و بالتالي تفضيل الحصول على اكبر الإيرادات في السنوات الأولى من بدء استغلال المشروع.

تمارين:

تمرين 1: اشتري تاجر سلعا بمبلغ 24000 دج ، و طبق عليها 20% كهامش على الربح عند بيعها، بعد ذلك وضف سعر البيع في البنك بمعدل 4%， أضاف مبلغا اخر ليتحصل على جملة المبلغين 50800 دج بعد 144 يوم.

المطلوب: حساب المبلغ الإضافي (المضاف بنفس المعدل)

تمرين 2: يودع شخص 3 مبالغ مالية، في البنك مبلغها 9080 دج، بمعدل فائدة 10% :

الأول لمدة 40 يوم،

الثاني لمدة 80 يوم

الثالث لمدة 100 يوم

المبلغ الثالث اكبر من الأول بـ 1580 دج ، المبلغ الثاني $\frac{1}{2}$ الأول

المطلوب:

حساب قيمة كل مبلغ

مجموع الفوائد المبالغ الثلاث

-تمرين 3: اقترح تاجر على زبونه لتسديد فاتورة طريقتين:

-الطريقة الأولى: التسديد في الحين 1488 دج

-الطريقة الثانية: تسديد في الحين 300 دج مع قبول 3 كمبيالات تدفع بعد شهر، شهرين، ثلاثة أشهر على التوالي:

المطلوب: حساب القيم الاسمية لكل تجارية ورقة بمعدل 6%

-تمرين 4: اشتريت مؤسسة عقارا بمبلغ 350000 دج و يتم الدفع كالتالي:

100000- دج عند تاريخ الشراء

-الباقية عن طريق 8 دفعات متساوية، الأولى سنة بعد تاريخ الشراء، بمعدل 5%

-المطلوب: حساب مبلغ الدفعة الثابتة.

-تمرين 5: عرض على بائع متجر (شهرة محل) مايلي:

47500 - دج تدفع عند تاريخ الشراء

-- 62500 دج تدفع بعد 5 سنوات

-- دفعات متساوية ، مبلغ الواحدة 4500 دج، في اخر كل سنة لمدة 15 سنة ، ما هو احسن عرض

بالنسبة للبائع؟ علما ان معدل الفائدة 4%

-تمرين 6: لمواكبة التطور و التقليل من نفقات الإنتاج ، تنوی مؤسسة شراء الة حديثة

التكنولوجيا، تكاليف هذا الاستثمار الجديد كما يلي:

40000- دج في اخر سنة 1987 تاريخ الشراء

20000- دج في اخر سنة 1988

20000- دج في اخر سنة 1989

20000- دج في اخر سنة 1990.

-تمرين 7: لشراء الة لدينا الاختيار بين المشروعين التاليين:

الأول: مجموع النفقات 600000 دج ، تدفع عند تاريخ الشراء و تحقق هذه الالة أرباحا سنوية

خلال 10 سنوات 120000 دج

الثاني: النفقات 300000 دج تدفع عند تاريخ الشراء مع إمكانية تجديد نفس الالة (صيامه و اصلاح) بعد 5 سنوات بنفس النفقات، الأرباح السنوية المنتظرة ل 5 سنوات الأولى 100000 دج، 100000 دج أرباح سنوية ل 5 سنوات بعد التجديد الالتان تهلكان بصفة نهائية بعد الاستعمال.

المطلوب: حساب احسن مردودية تحققها الالة، و ذلك بمعدل 8%.

قائمة المراجع:

- معيزي قويدر، دروس و تمارين في الرياضيات المالية، دار هومة، الجزائر، 2018.
- طارق عبد الباري، عيد أبو بكر، تطبيقات الرياضة المالية في العلوم المالية والإدارية، دار زمز، الأردن، 2009.
- راشد محمد ، خالد حسين، الرياضيات المالية، دار الخزامي، الأردن، الطبعة الأولى، 2007.
- بن يوب فاطمة، الرياضيات المالية، مطبوع بيداغوجي موجه لطلبة العلوم الاقتصادية والتجارية، وعلوم التسيير، جامعة 8 ماي 1945، قالمة، 2017-2018
- باديس بوغرة، اعمال موجهة في مقياس الرياضيات المالية، مطبوع بيداغوجي موجه لطلبة السنة الثانية علوم المالية و المحاسبة، جامعة محمد الصديق يحيى، جيجل، 2017-2018.
- ناصر دادي عدون، "تقنيات مراقبة التسيير- الرياضيات المالية"، دار المحمدية العامة، الجزائر، 1997.
- محمد مطر "إدارة الاستثمارات-الإطار النظري والتطبيقات العلمية"، مؤسسة الوارق للنشر، عمان الأردن، الطبعة 2، 1999.
- بن كرايدجية محمد، الرياضيات المالية، مطبعة الصفحات الزرقاء العالمية، الجزائر، بدون طبعة.
- قنان براهيم، الرياضيات المالية، دروس و تمارين محلولة، الصفحات الزرقاء العالمية، الجزائر، 2020.
- منصور بن عوف عبد الكريم، الرياضيات المالية، تمارين، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2011، الطبعة السابعة.